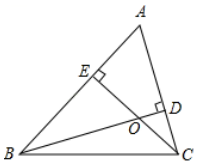
专题 1.12 认识三角形-三角形的外角（巩固篇）

（专项练习）

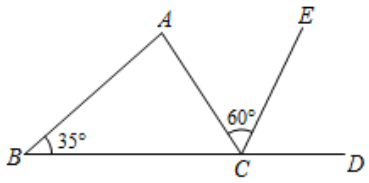
一、单选题

1．如图，已知△ABC 中，BD、CE 分别是边 AC、AB 上的高，BD 与 CE 交于 O 点，如果设$\angle BAC=n°$，那么用含 n 的代数式表示$\angle BOC$ 的度数是（　　）



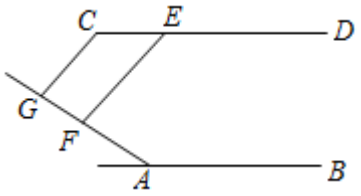
A．$45°+n°$　　B．$90°-n°$　　C．$90°+n°$　　D．$180°-n°$

2．如图，CE 是ΔABC 的外角 $\angle ACD$ 的平分线，若 $\angle B=35°$，$\angle ACE=60°$，则 $\angle A=$（　　）



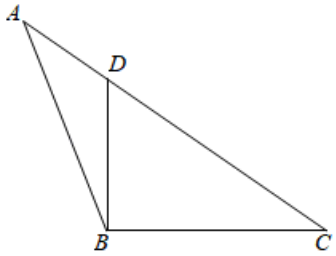
A．$95°$　　B．$85°$　　C．$75°$　　D．$65°$

3．如图，$AB\parallel CD$，$CG\parallel EF$，$\angle BAG=150°$，$\angle AGC=80°$，则 $\angle DEF$ 的度数为（　　）



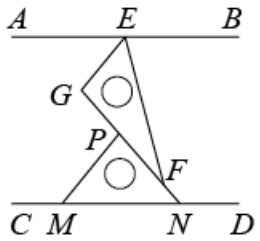
A．$110°$　　B．$120°$　　C．$130°$　　D．$140°$

4．如图，ΔABC 中，$AB=BC$，点 D 在 AC 上，$BD\perp BC$．设 $\angle BDC=\alpha$，$\angle ABD=\beta$，则（　　）



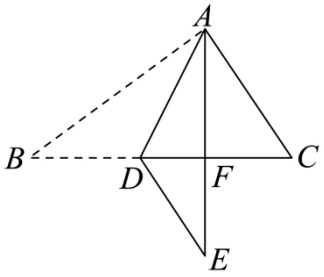
A．$3\alpha+\beta=180°$ B．$2\alpha+\beta=180°$ C．$3\alpha-\beta=90°$ D．$2\alpha-\beta=90°$

5．如图，$AB\parallel CD$，将一副直角三角板作如下摆放，$\angle GEF=60°$，$\angle MNP=45°$．下列结论：①$GE\parallel MP$；②$\angle EFN=150°$；③$\angle BEF=75°$；④$\angle AEG=\angle PMN$．其中正确的个数是（　　）



A．1 B．2 C．3 D．4

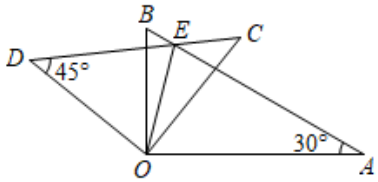
6．如图，在三角形 ABC 中，$\angle C=60°$，$\angle B=30°$，D 是 BC 上一点，将三角形 ABD 沿 AD 翻折后得到三角形 AED，边 AE 交射线 BC 于点 F，若 $DE\parallel AC$，则 $\angle BDA$（　　）



A．120° B．135° C．110° D．150°

7．将一副学生用三角板（一个锐角为30°的直角三角形，一个锐角为45°的直角三角形）如图叠放，则下列4个结论中正确的个数有（ ）

①OE 平分$\angle AOD$；②$\angle AOC=\angle BOD$；③$\angle AOC-\angle CEA=15°$；④$\angle COB+\angle AOD=180°$．



A．1 B．2 C．3 D．4

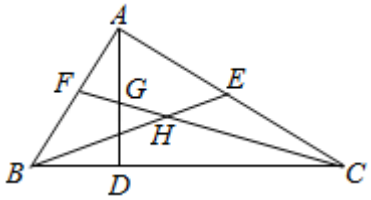
8．如图，在△ABC 中，$\angle BAC=90°$，AD 是高，BE 是中线，CF 是角平分线，CF 交 AD 于点 G，交 BE 于点 H，下面正确的结论有（　　）

①△ABE 的面积＝△BCE 的面积；

②$AF=AG$；

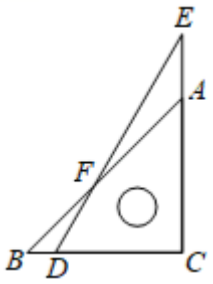
③$\angle FAG=2\angle ACF$

④$BH=CH$



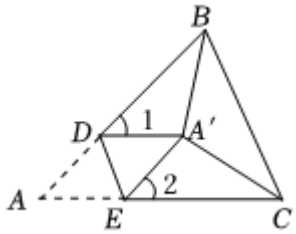
A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

9．如图，将一副直角三角板按如图所示叠放，其中$\angle C=90°$，$\angle B=45°$，$\angle E=30°$，则$\angle BFD$的大小是（　　）



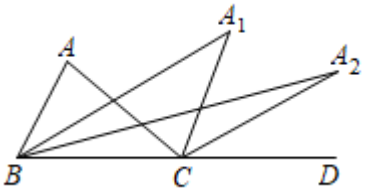
A．30°　　B．25°　　C．15°　　D．10°

10．如图，将$\triangle ABC$纸片沿DE折叠，使点A落在点A'处，且BA'平分$\angle ABC$，CA'平分$\angle ACB$，若$\angle BA'C=110°$，$\angle 1=45°$，则$\angle 2$的度数为（　　）



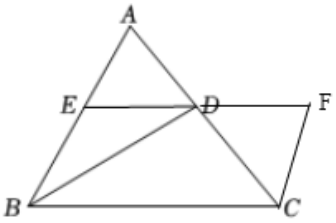
A．30°　　B．35°　　C．40°　　D．45°

11．如图，$\angle ACD$是$\triangle ABC$的外角，$\angle ABC$的平分线与$\angle ACD$的平分线交于点A_1，$\angle A_1BC$的平分线与$\angle A_1CD$的平分线交于点A_2，…，$\angle A_{n-1}BC$的平分线与$\angle A_{n-1}CD$的平分线交于点A_n．设$\angle A=a$，则$\angle A_n=$（　　）



A．a　　B．$\frac{a}{2}$　　C．$\frac{a}{2n}$　　D．$\frac{a}{2^n}$

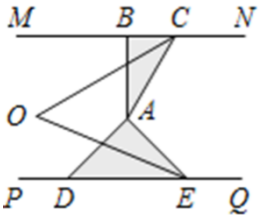
12．如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle A=60°$，E、D 分别在 AB 和 AC 上，点 F 在 ED 的延长线上，BD 平分 $\angle ABC$，$EF \parallel BC$，$CF \parallel AB$，$\angle F=50°$，则 $\angle BDC$ 的度数为（　　）



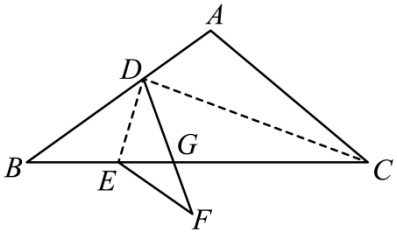
A．105°　　B．95°　　C．90°　　D．85°

二、填空题

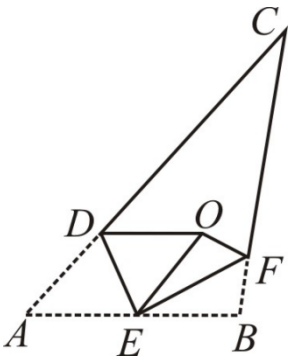
13．如图，$MN \parallel PQ$，将一副直角三角板 ABC 和 ADE 按照如图方式摆放在平行线之间，且边 BC 落在直线 MN 上，边 DE 落在直线 PQ 上，其中$\angle ACB$=60°，$\angle AED$=45°，CO 平分$\angle ACB$，EO 平分$\angle AED$，两条角平分线相交与点 O，则$\angle COE$ 的度数是_____.



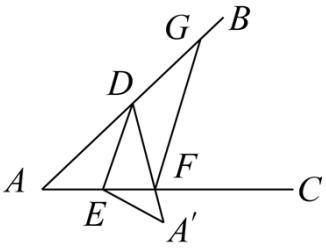
14．如图，将三角形纸片 ABC 按如图方式折叠：折痕分别为 DC 和 DE，点 A 与 BC 边上的点 G 重合，点 B 与 DG 延长线上的点 F 重合．若满足$\angle ACB$＝40°，则$\angle CEF$=_____度.



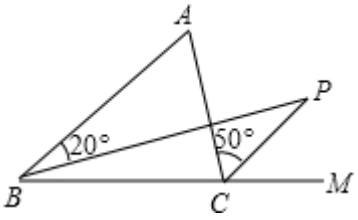
15．如图，将 $\triangle ABC$ 沿 DE, EF 翻折，顶点 A、B 均落在 O 处，且 EA 与 EB 重合于线段 EO，测得 $\angle C=42°$，则 $\angle CDO+\angle CFO=$_____度.



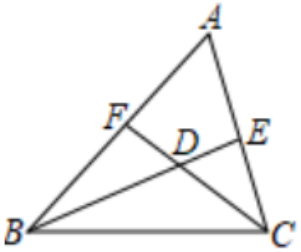
16．如图，D，E 分别是 $\angle BAC$ 的边 AB，AC 上的点，连接 DE，将 $\angle A$ 沿 DE 折叠得到 $\angle A'$，DA' 交 AC 于点 F，过点 F 作 $FG \parallel DE$，交 AB 于点 G，已知 $\angle GFC = 80°$，$\angle A' - \angle ADE = 20°$，那么 $\angle A =$ _____°.



17．如图，BP 是△ABC 中∠ABC 的平分线，CP 是∠ACB 的外角的平分线，如果∠ABP＝20°，∠ACP＝50°，则∠P＝_____°.



18．如图，BE、CF 是△ABC 的角平分线，BE、CF 相交于点 D，若 $\angle BAC = 60°$，则∠CDE 的度数为_____°.



19．一副直角三角尺如图 1 所示叠放，现将 45°的三角尺 ADE 固定不动，如图 2 所示，将含 30°的三角尺 ABC 绕顶点 A 顺时针旋转 $\angle\alpha\left(0° < \angle\alpha < 90°\right)$，使两块三角尺至少有一组边互相平行，则 $\angle\alpha$ 的度数为_____.

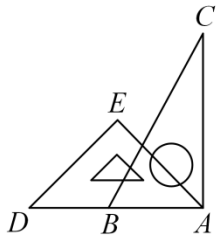


图1

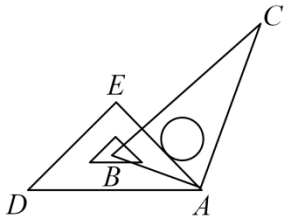
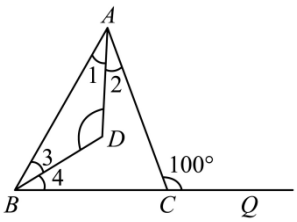
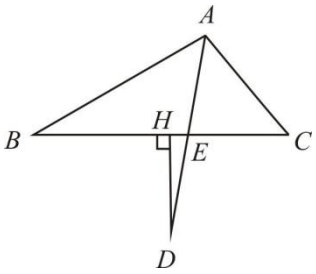


图2

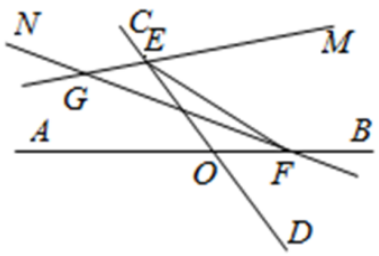
20．三角形的一个外角是100°，则与它不相邻的两内角平分线夹角（钝角）是_____.



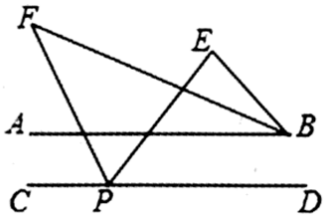
21．如图，在$\triangle ABC$中，AE是$\triangle ABC$的角平分线，D是AE延长线上一点，$DH \perp BC$于点H．若$\angle B=30°$，$\angle C=50°$，则$\angle EDH=$_____.



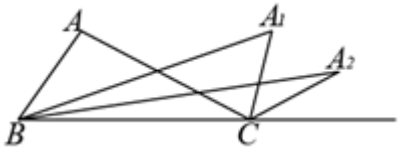
22．如图，直线AB、CD相交于点O，$\angle BOC=\alpha$，点F在直线AB上且在点O的右侧，点E在射线OC上，连接EF，直线EM、FN交于点G．若$\angle MEF=n\angle CEF$，$\angle NFE=(1-2n)\angle AFE$，且$\angle EGF$的度数与$\angle AFE$的度数无关，则$\angle EGF=$__．(用含有$\alpha$的代数式表示）



23．如图，$AB//CD$，点P为CD上一点，$\angle EBA$、$\angle EPC$的角平分线交于点F，已知$\angle F=42°$，则$\angle E=$_____度.



24．如图，在$\triangle ABC$中$\angle A=\alpha$，作$\angle ABC$的角平分线与$\angle ACB$的外角的角平分线交于点A_1；$\angle A_1BC$的角平分线与$\angle A_1CB$角平分线交于A_2；如此下去，则$\angle A_{2022}=$_____.



三、解答题

25．已知，直线GE上有一点C，B在直线GE外

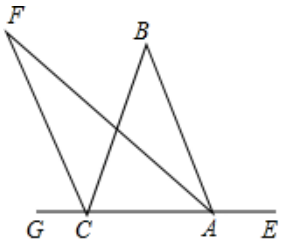


图1

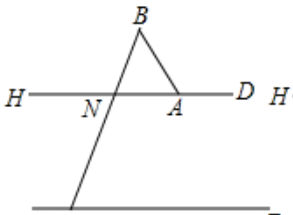


图2

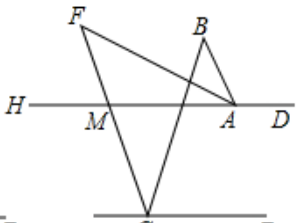


图3

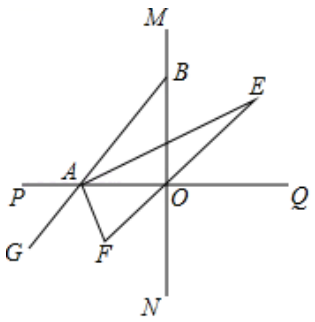
(1)如图1，点A在GE上，作$\angle BAG$，$\angle BCG$的平分线AF，CF交于点F，请直接写出$\angle B$与$\angle F$数量关系.

(2)如图2，A在直线外（在B点的下方，直线GE的上方），过A作$HD\parallel GE$，试说明$\angle BCE+\angle ABC=\angle BAD$.

(3)如图3，$HD\parallel GE$，分别作$\angle BAH$与$\angle BCG$的角平分线，两线交于点F．问$\angle B$与$\angle F$有何数量关系，试说明.

26．在$\triangle ABC$中，若存在一个内角是另外一个内角度数的n倍（n为大于1的正整数），

则称△ABC为n倍角三角形．例如，在△ABC中，∠A＝80°，∠B＝60°，∠C＝40°，可知∠A＝2∠C，所以△ABC为2倍角三角形．



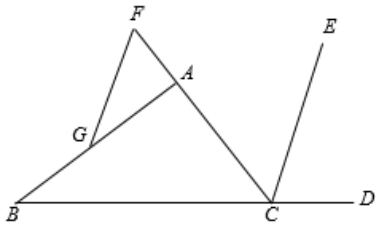
(1)在△DEF中，∠E＝40°，∠F＝35°，则△DEF为____倍角三角形；

(2)如图，直线MN⊥直线PQ于点O，点A、点B分别在射线OP、OM上；已知∠BAO、∠OAG的角平分线分别与∠BOQ的角平分线所在的直线交于点E、F；

①说明∠ABO＝2∠E的理由；

②若△AEF为4倍角三角形，直接写出∠ABO的度数．

27. 如图，CE平分$\angle ACD$，F为CA延长线上一点，$FG//CE$交AB于点G，$\angle ACD=140°$，$\angle B=45°$，求$\angle AGF$的度数．



参考答案

1．D

【分析】

由垂直的定义得到∠*ADB*＝∠*BDC*＝90°，再根据三角形内角和定理得∠*ABD*＝180°－∠*ADB*－∠*A*＝90°－*n*°，然后根据三角形的外角性质有∠*BOC*＝∠*EBD*+∠*BEO*，计算即可得到∠*BOC* 的度数．

解：∵*BD*、*CE* 分别是边 *AC*，*AB* 上的高，

∴∠*ADB*＝∠*BDC*＝90°，

又∵∠*BAC*＝*n*°，

∴∠*ABD*＝180°－∠*ADB*－∠*A*＝180°－90°－*n*°＝90°－*n*°，

∴∠*BOC*＝∠*EBD*+∠*BEO*＝90°－*n*°+90°＝180°－*n*°．

故选：D．

【点拨】本题考查了三角形的外角性质,垂直的定义以及三角形内角和定理,掌握以上性质定理是解答本题的关键．

2．B

【分析】

根据角平分线的定义求出 $\angle ACD$，根据三角形的外角性质计算，得到答案．

解：∵ CE 是 $\angle ACD$ 的平分线，$\angle ACE = 60°$，

∴ $\angle ACD = 2\angle ACE = 120°$，

∵ $\angle ACD$ 是 ΔABC 的外角，

∴ $\angle A = \angle ACD - \angle B = 120° - 35° = 85°$，

故选：B

【点拨】本题考查的是三角形的外角性质、角平分线的定义，掌握三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和是解题的关键．

3．C

【分析】

如图所示，延长 CG 交 BA 延长线于点 H，首先根据三角形外角定理求出 $\angle AHG = 50°$，然后根据平行线的性质即可得出答案．

解：如图所示，延长 CG 交 BA 延长线于点 H，

∵ $\angle BAG = 150°$，

∴ $\angle GAH = 30°$，

$\because \angle AGC = \angle GAH + \angle AHG$，

$\therefore \angle AHG = 80° - 30° = 50°$，

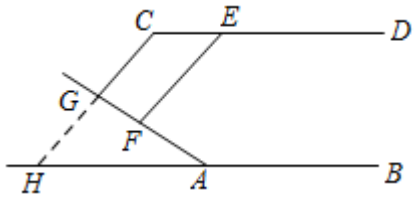
$\because AB // CD$，

$\therefore \angle AHG + \angle C = 180°$，即 $\angle C = 130°$，

$\because CG // EF$，

$\therefore \angle DEF = \angle C = 130°$.

故选：C.



【点拨】本题考查平行线的性质以及三角形外角定理，解题的关键是熟记平行线的性质及三角形外角定理，并能构造辅助线求解.

4．D

【分析】

根据三角形外角等于不相邻两个内角的和，直角三角形两锐互余解答

解：$\because AB = BC$，

$\therefore \angle A = \angle C$，

$\because \alpha - \angle A = \beta$，$\alpha + \angle C = 90°$，

$\therefore 2\alpha = 90° + \beta$，

$\therefore 2\alpha - \beta = 90°$，

故选：D.

【点拨】本题考查了三角形外角，直角三角形，熟练掌握三角形外角性质，直角三角形两锐角性质，是解决此类问题的关键

5．D

【分析】

由内错角相等，两直线平行可判断①，由邻补角的定义可判断②，如图，延长 EG 交 AB 于 K，先求解$\text{Đ}KEG = 45°$，从而可判断③④，于是可得答案.

解：由题意得：

$\text{Đ}GEF = 60°, \text{Đ}GFE = 30°, \text{Đ}EGF = 90° = \text{Đ}MPN, \text{Đ}PMN = \text{Đ}PNM = 45°$，

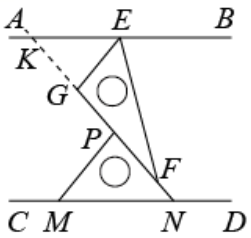
\ ÐMPG =ÐEGP =90°,

\ EG // PM，故①符合题意；

QÐEFG =30°,

\ ÐEFN =180° - 30° =150°，故②符合题意；

如图，延长 EG 交 AB 于 K,



Q AB // CD,

\ ÐGKE =ÐPNM =45°,

\ ÐKEG =90° - 45° =45°,

\ ÐBEF =180° - 45° - 60° =75°，ÐAEG =ÐPMN =45°，故③④符合题意；

综上：符合题意的有①②③④

故选 D

【点拨】本题考查的是三角形的内角和定理的应用，平行线的判定与性质，三角形外角的性质，等腰直角三角形的两个锐角都为45°，掌握以上基础知识是解本题的关键.

6．A

【分析】

由 DE // AC 得到∠FDE＝∠C＝60°，由折叠的性质知∠DEF＝∠B＝30°，得到∠DFE＝180°－∠FDE－∠DEF＝90°，由外角的性质得∠ADC＋60°＝∠ADE＝∠BDA，∠ADB＋∠ADC＝180°，进一步求得∠ADC＝60°，进一步求得∠BDA.

解：∵DE // AC，

∴∠FDE＝∠C＝60°，

∵三角形 ABD 沿 AD 翻折后得到三角形 AED，

∴∠DEF＝∠B＝30°，

∴∠DFE＝180°－∠FDE－∠DEF＝90°，

∵∠ADC＋60°＝∠ADE＝∠BDA，∠ADB＋∠ADC＝180°，

∴∠ADC＋60°＋∠ADC＝180°，

∴∠ADC＝60°，

∴∠*BDA*＝∠*ADC*＋60°＝120°,

故选：A

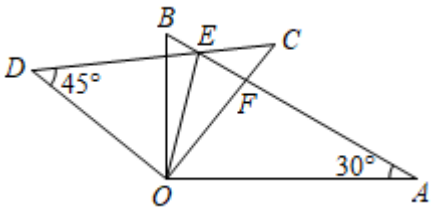
【点拨】此题考查了折叠的性质，平行线性质，外角的性质等知识，熟练掌握折叠的性质是解题的关键.

7．C

【分析】

设 *OC* 与 *AB* 相交于点 *F*．根据同角的余角相等可确定②符合题意，由于无法证明∠*BOE*=∠*COE* 可确定①不符合题意，根据三角形外角的性质可计算出∠*AOC* 与∠*CEA* 的差，进而可确定③符合题意，根据角的和差关系可确定④符合题意.

解：如下图所示，设 *OC* 与 *AB* 相交于点 *F*.



∵∠*AOB*=90°，∠*COD*=90°，

∴∠*AOB*=∠*COD*.

∴∠*AOB*-∠*BOC*=∠*COD*-∠*BOC*，即∠*AOC*=∠*BOD*.

故②符合题意.

∵无法证明∠*BOE*=∠*COE*，

∴无法证明∠*AOE*=∠*DOE*.

∴无法证明 *OE* 平分∠*AOD*.

故①不符合题意.

∵∠*A*=30°，

∴∠*EFO*=∠*A*+∠*AOC*=∠*AOC*+30°.

∵∠*C*=45°，

∴∠*CEA*=∠*EFO*-∠*C*=∠*AOC*-15°.

∴∠*AOC*-∠*CEA*=15°.

故③符合题意.

∵∠*AOB*=90°，∠*COD*=90°，

∴∠*AOC*+∠*COB*=90°，∠*COB*+∠*BOD*=90°．

∴∠*AOC*+∠*COB*+∠*COB*+∠*BOD*=180°，即∠*COB*+∠*AOD*=180°．

故④符合题意．

故有 3 个符合题意．

故选：C．

【点拨】本题考查同角的余角相等，三角形的外角，角的和差关系，熟练掌握这些知识点是解题关键．

8．C

【分析】

根据三角形中线定义和三角形面积公式可对①进行判断；根据等角的余角相等得到∠ABC=∠DAC，再根据角平分线的定义和三角形外角性质可对②进行判断；根据等角的余角相等得到∠BAD=∠ACB，再根据角平分线的定义可对③进行判断．

解：∵*BE* 是中线得到 *AE*=*CE*，

∴*S*△*ABE*=*S*△*BCE*，故①正确；

∵∠*BAC*=90°，*AD* 是高，

∴∠*ABC*=∠*DAC*，

∵*CF* 是角平分线，

∴∠*ACF*=∠*BCF*，

∵∠*AFG*=∠*FBC*+∠*BCF*，∠*AGF*=∠*GAC*+∠*ACF*，

∴∠*AFG*=∠*AGF*，

∴*AF*=*AG*，故②正确；

∵∠*BAD*+∠*DAC*=90°，∠*DAC*+∠*ACB*=90°，

∴∠*BAD*=∠*ACB*，

而∠*ACB*=2∠*ACF*，

∴∠*FAG*=2∠*ACF*，故③正确．

根据已知条件不能推出∠*HBC*=∠*HCB*，即不能推出 *BH*=*CH*，故④错误；

故选：*C*．

【点拨】本题考查了等腰三角形的判定，三角形内角和定理，三角形的外角性质，三角形的角平分线、中线、高，等腰三角形的判定等知识点，能综合运用定理进行推理是解此题的关键．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/865230303112011134