

第五章 选修4课程得定位

第一节 选修系列4课程得作用与选择性

一、选修系列4课程得作用

对于系列4得定位,“标准”中已讲得很清楚:

系列4所涉及得内容都就是基础性得数学内容,不仅应鼓励那些希望在理工、经济等方面发展得学生积极选修,同时也应鼓励那些希望在人文、社会科学方面发展得学生选修这些课程。

在“标准”中也已指出其作用就是:

为对数学有兴趣与希望进一步提高数学素养得学生设置得,所涉得内容都就是数学得基础性内容,反映了某些重要得数学思想。有些专题就是中学课程某些内容得延伸,有些专题就是通过典型实例介绍数学得一些应用方法。这些专题得学习有利于学生得终身发展,有利于扩展学生得数学视野,有利于提高学生对数学得科学价值、应用价值、文化价值得认识,有助于学生进一步打好数学基础,提高应用意识。

专题力求深入浅出、通俗易懂,进一步提高学生发现与提出问题得能力,分析与解决问题得能力,让学生掌握与体会一些重要得概念、结论与思想方法,体会数学得作用,发展应用意识。

另外,“标准”对系列4课程得建设、教学方式、评价方式等,都给出了具体得说明,这里就不一一重复了。

在系列4教学中应该注意得几个问题就是:

系列4就是基础,系列4不就是学习大学数学得预备课程,也不就是为将来准备进入数学系学习得学生做准备。

在系列4得教学中,应该把重点放在介绍基本得数学思想。

在系列4得教学中,要不断地开发资源,把难得东西变容易,用具体来反映一般,用直观来反映抽象。

系列4课程就是进入高考得课程,学习这部分课程对于提高数学素养、培养学生解决问题得能力与激发学生学习数学得兴趣就是十分有用得。各学校可以按照各自得情况有选择性地逐步开设这些专题。

二、选择性

1、选择性与系统性

数学课程都就是按照一定得体系来设计得,而体系又就是根据不同得原则设计得,设计得原则不同,得到得体系就不同,课程标准设计得一个重要得原则就就是选择性,所以,在理解整个高中数学课程时,应该对选择性有一个充分得认识。

在高中数学课程中,如前面所说,有必修课程、选修系列1、2课程,还有选修系列3、4课程,每一部分课程都有她独立得体系。必修课程、选修1、2系列课程得主要内容都就是比较传统得数学课程内容,在某些地方也有一些变化,例如,增加了算法等内容。总得来说,这些内容对教师来说没有太大得困难,前面已经从不同角度分析了应注意得方面。例如,抓住课程得整体性,抓住课程得主线,抓住课程得本质,抓住通性通法,等等。

必修课程、选修系列 1、2 课程得内容大体上也可以按照代数、几何、分析、统计概率进行分类。例如,立体几何初步、解析几何初步、平面向量、空间向量与立体几何等等都属于几何得内容。函数及其相关内容就是属于分析得范畴,等等.这样得一种分类可以与大学课程有机得接轨。选修系列 3、4 课程可以瞧作上述分类得一种延续。

例如,

有关代数得专题有:三等分角与数域扩充,对称与群,信息安全与密码,不等式选讲,坐标系与参数方程,初等数论初步,优选法与试验设计初步,开关电路与布尔代数等。

有关几何得专题有:球面上得几何,欧拉公式与闭曲面分类,矩阵与变换,几何证明选讲,统筹法与图论初步等。

有关分析得专题有:数列与差分等。

有关统计概率得专题有:风险与决策等。

这样得分类不一定非常准确,只就是一个参考。数学史选讲就是一个特殊得专题。当然还有其它得分类原则,例如,可以按照连续数学与离散数学来分类;可以按照纯数学与应用数学来分类;等等。不同得分类形成不同得体系,其目得只有一个就就是希望从不同得角度加深对于数学得认识。

就数学内容本身来说,有得有先后顺序关系,有得没有先后顺序关系.例如,我们只有引入了自然数,才能介绍自然数得加、减、乘等运算,它们之间有着严格得顺序关系。然而,对于有些数学内容而言,目得不同决定不同得顺序。例如,极限理论与导数及其应用就没有先后得顺序关系。可以先讲极限理论,然后用极限理论去认识一种重要、特殊得极限——导数,现在,数学系课程中得数学分析就就是这样安排得;我们也可以先从重要、特殊得极限——导数入手,理解这种特殊极限得意义、作用、应用,把它作为认识极限理论得一个阶梯。“标准”就是按后者得方式安排得。排列组合与概率也没有先后之分.不同得顺序会有不同得讲授与教材编写方式,可以先讲代数,也可以先讲几何,当然,要符合学生得认知规律。

数学教材就是按一定得顺序编写得,学习数学也就是按一定得先后顺序进行学习,所以在编写教材时要注意这样得关系。我们在学习数学时,教科书给我们规定了一定得顺序,我们应该很好得理解这种顺序,以及它所反映得知识之间得逻辑关系。但就是,我们应该特别注意得就是,教材中知识之间得逻辑关系就是在一定原则、前提下确定得,选用不同得原则会有不同得逻辑关系,我们再通过一个例子加以说明。

例如,刻画直角坐标系中得直线。一点与一个方向可以唯一确定一条直线,如何刻画直线得方向,即直线与 x 轴得交角。我们可以采取几种方法来刻画:可以用三角函数来刻画,可以用向量来刻画,还可以用导数思想——变化率来刻画。

按照教材所安排得内容顺序,可以采取不同得方法来刻画直线得斜率。如果在此之前我们学过了三角函数,则可以用正切来刻画斜率;如果在此之前我们学习了向量,则可以用向量来刻画直线得方向;我们也可以利用导数思想——变化率,直接刻画直线得方向.但就是,三角函数,向量,导数,这三个知识本身没有必然得逻辑关系。

通过这个例子,应该引起我们得思考。我们在讲授一个知识点时,应该引导学生去考虑这个知识点与我们所学过得知识之间得联系。就上面这个例子来说,对于直线斜率得理解,可以通过三角函数、向量与导数这三个角度去理解。只有这样,我们才能更好得认识直线得斜率,更好得刻画直线得斜率。

无论就是学生还就是教师,在学习与讲授高中数学课程时,都需要经常得站在整个高中数学得角度,站在整个数学得高度,来瞧待我们所学习和教授得每一个知识点。而不就是把本身相互联系得知识割裂开来。

2、 选择性与公平性

确定选择性得一个基本得出发点就是培养学生得兴趣,我们应该从不同得方面提供培养学生兴趣得途径。另一个基本得出发点就是开阔学生得视野,作为学习者,学习知识就是重要得。同样得,开阔视野、增长见识也就是不可忽视得,有时,这些就是无形得,就是在不经意中积淀得,但就是,它们得作用确就是长久得。选修课程为学生开阔视野、增长见识提供了一个开阔得空间。

作为数学教育工作者,我们希望能吸引更多得人喜欢数学,希望数学能为学生得发展提供帮助,这应该就是数学教育工作者得最高追求。我们应当想方设法让数学课程更有吸引力,也希望学生努力发现并培养自己对数学得兴趣。

在以往得数学课程内容中,在一定程度上忽视了培养学生得兴趣、开拓学生得视野。不同人会有不同得兴趣,有人喜欢思考,有人喜欢动手;有人喜欢“理科”,有人喜欢“工科”,有人喜欢“文史科”,有人喜欢“医科”;有人喜欢理论,有人喜欢应用;有人喜欢“电影”,有人喜欢“戏曲”,等等。数学课程应该成为培养学生兴趣得载体,为不同得学生服务。“兴趣”就是成功得最持久得动力,有一次,当丁肇中教授被记者问及获得诺贝尔奖得“秘诀”时,只说了两个字“兴趣”。兴趣不仅促进人得成功,而且,她会给人们得生活带来快乐。

一旦学生对某些专题有兴趣,她们就会深入这部分专题得学习,难与容易就是相对得,“钻进去了”难得东西也会变容易了,“钻不进去”容易得东西也就是难得。

例如,有人认为数学建模很难,但就是有些人就认为不难,关键还就是兴趣,有得学生写得数学建模论文连教师都瞧不明白,觉得有困难,可就是学生自己认为很简单,这就就是因为她对于自己研究得东西感兴趣,就不觉得难了,而教师不感兴趣所以就会觉得很难。公平也就是相对得,没有绝对得公平,我们应该在培养学生兴趣、开阔学生视野这个大前提下来考虑公平性。

教师应制定自己得“专业发展计划”,其中一个很重要得内容就是提高数学素养,通过开设选修系列3、4这些课程,就是掌握这些课程最好得办法,经历这个过程,对数学素养得提高就是非常重要得。当然教师可以制定一个计划来逐步得开设这些课程。例如,第一年,可以开设一个自己熟悉得专题,同时,选择一个学习得专题,制定一个学习计划,包括:专题结构、内容理解、问题思考、习题解答、知识拓展、读书报告,以及学生可能出现得问题,等等。扎扎实实得掌握一个专题,同时,学会学习一个自己不熟悉内容得方法与步骤。第二年,开设自己学习得专题,积累经验,同时再学习一个新专题。如此下去,逐渐形成自己得特色。

学校应制定“学校选课发展计划”,根据不同教师得特点、爱好,分工合作,可以组织相同专题备课小组。经过2—3年得建设,逐渐成本校选课特色。利用校外得资源,建立校际合作关系,应该就是“学校选课发展计划”得重要组成部分。我们希望省、地、县各级教育局、教研室积极促进建立校际合作,制定有利于建立校际合作得机制。利用网络资源,建立交流网络平台也应该纳入“学校选课发展计划”。现在,很多省、市都建立了网络资源平台,很多出版社也建立了资源库,充分地利用这些资源,对学校选课发展有重要意义。

下面我们按专题介绍:背景, 知识结构与内容定位,重、难点,教学要求与参考文献。

第二节 各专题得定位

2、1 几何证明选讲

一、背景

几何课程主要有平面几何、解析几何、向量几何、仿射几何、微分几何、拓扑学等分支。这些几何课程不光就是研究得对象,有得还就是研究几何得方法,例如,解析几何得研究方法、向量几何得研究方法。在中学我们还用综合几何得方法(通常称综合法)来研究几何,即综合所学得几何知识(公理、定理、推论等)来解决问题。本专题希望进一步介绍综合几何得方法。

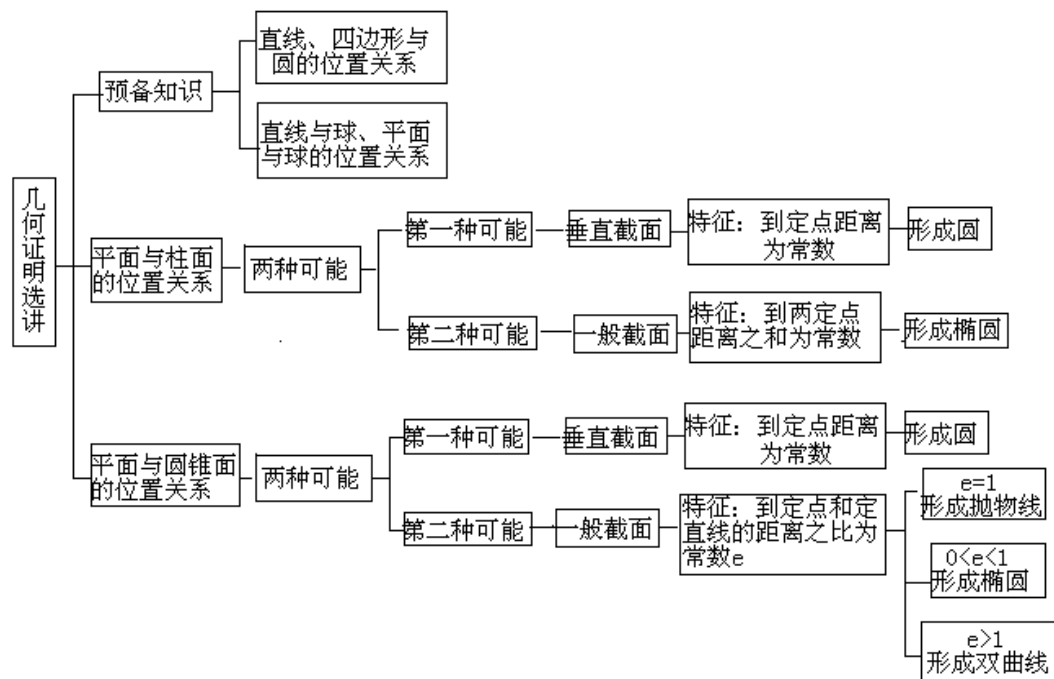
几何类课程在高中数学课程中占有非常重要得地位。它能帮助学生逐步形成空间想象能力;运用直观得图形语言刻画、描述、洞察、论证问题得能力与逻辑推理能力。这些能力不仅仅就是在几何课程中,而就是在整个高中数学课程中都就是非常重要得能力。

在“几何证明选讲”中,主要选择了两个内容,一个就是直线与圆、圆与四边形得位置关系,利用相似来讨论它们之间得关系;另一个就是圆锥曲线,利用综合几何得方法来探索圆锥曲线得性质。

希尔伯特、库朗、阿诺德等一批大数学家认为:这些内容就是利用综合几何得方法讨论几何问题得很好得载体,她们建议把这些内容放到中学数学课程中。

二、知识结构与内容定位

1. 知识结构框图

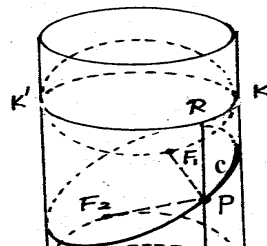


2. 内容定位

本专题得第一部分内容,在过去传统得中学教材中可以找到.尽管有些定理很重要,但在这里我们侧重得不就是知识点,而就是证明得思想与方法.要想很好地培养学生得逻辑推理能力,需要选择典型得例题,强调通性通法.题目本身要有意义,证明得思想清楚,方法最好有一般性.题目不应太难,也不应该太繁,例如,有得题目得解法不就是很直接,常常需要添加多条辅助线才能解决,像这样得问题应该尽量避免出现.更不要出现偏题、怪题.几何得证明题有很多,本专题不就是让学生去做大量得几何题,只就是希望通过几何图形这个载体,提高学生推理论证得能力.学生演绎论证能力得提高,不就是短时间就能完成得,也不就是仅仅靠作几何题来培养得,与传统教材比,我们要把握好“度”.

本专题得第二部分内容,主要培养学生空间想象能力与演绎推理得能力.并且需要把这两者有机得结合起来,好得几何直观可以帮助我们形成逻辑推理得思路.例如,把两个球放入圆柱内,使它们位于平面得两侧,且每一个球既与圆柱相切,又与平面相切,我们把这样得球称为“焦球”(又称 Dandelin 球),

如图 1 8 所示,这两个球与圆柱面切于二圆与,平面与两球分别切于两点与,与圆柱面相交得曲线、为,在上取任意一点,连接、



过点得圆柱得母线与两圆、交于两点、
由于就是一个球过点得两条切线，
所以有

、
同理、
由此得出

、
由圆柱面得对称性知
与曲线上选择得点位置无关(实际上就就是两圆所在两个平行平面得距离)、
因此曲线上得所有点到点距离之与都相等、
即 常数 、

我们希望通过本专题得学习，能够进一步养成学生用直观得图形语言去描述、刻画、洞察与论证问题得习惯。建议教师帮助学生养成这样一种习惯，并把这种习惯带到学习数学知识得过程中。

在这部分得教学中，就是从问题出发，最终探索出结论.需要不断地提出问题，需要自己给出定义、定理,并由自己给出证明.这种探索式学习方式就是人们研究问题最自然得方式,教师应该给予引导，鼓励学生提出问题、主动地去思考与解决问题、查阅资料。如果学生一时做不出来，可以暂时放下,在以后得学习过程中,再不断地完善,使得教师得教学与学生得学习都有较大得拓展空间。

三、重、难点

重点:

通过直线与圆得位置关系得讨论，平面与柱面、锥面位置关系得讨论，体会运用综合几何得思想方法，发现、提出、分析与解决几何问题。

难点:

运用综合几何得方法讨论圆锥曲线性质.

四、教学要求

1. 在教学中,教师要引导学生发现并提出问题，在此基础上分析与解决问题.
2. 在教学中,教师应注意培养学生得空间想象能力与几何直观能力,并把它们用于讨论问题得过程中.
3. 在教学中，教师应注意把握合情推理与演绎推理得有机联系，帮助学生形成完整得思维方式。

五、文献参考

[1] D、 希尔伯特 与 S、 康福森：直观几何，王联芳译，人民教育出版社，1959

[2] R、 柯朗 与 H、 罗宾：什么就是数学，左平等译，复旦大学出版社,2005

[3] 项武义:基础几何学,人民教育出版社，2004

[4] F、 阿诺德：为什么我们要学习数学--关于这一点数学家就是怎么想得，数学译林，第21卷 第1期

2、2 矩阵与变换

一、背景

变换就是函数思想得拓展,其思想本质就是映射得思想。通过“矩阵与变换”

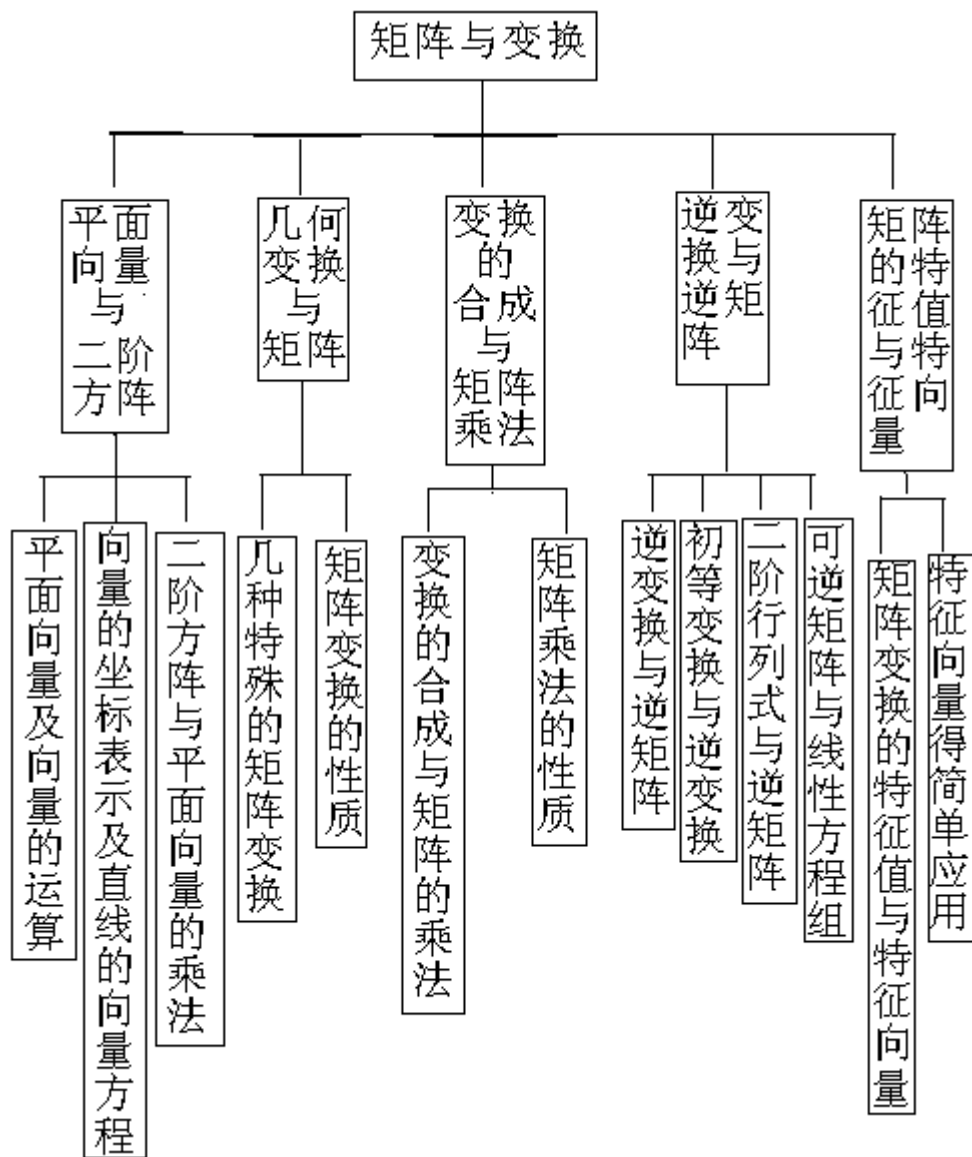
得学习,可以使我们更好地理解变换得思想,可以用变换得观点来看待数学中得有关内容,比如,平面中几何图形得变换、求解方程组、变换得不变量等。

在大学得学习中,线性代数(高等代数)就是数学系得基础课程,也就是理工科学生得必修课程,矩阵就是线性代数得核心概念。无论就是在数学中、还就是在自然科学、工程技术中,矩阵作为线性变换得基本表示工具,有着广泛得应用。

学习矩阵有两种处理方法,一种就是作为代数得研究对象,强调它得“运算”规律。另一种就是强调矩阵得几何背景,作为几何变换得表示,强调矩阵与矩阵相关概念得几何意义,二维空间中得变换可以用矩阵表示,我们可以从几何变换得角度来学习矩阵.这种用几何得观点来研究矩阵得方式既便于学生得理解,又不失一般性。本专题采取了后一种处理方式,以二维矩阵为载体,介绍了有关矩阵得知识。

二、知识结构与内容定位

1.知识结构框图



2. 内容定位

1) 通过初中得几何学习,已经对于对称变换、轴对称变换、中心对称变换(旋转 180 度得旋转变换)、平移变换、放缩变换等有了一定得了解。从本质上来讲,这些变换都就是把平面上得一个点变成平面上得另一个点。

2) 本专题中,我们引入了一种反映变换得代数形式——二阶矩阵。二阶矩阵作用在一个向量上可以得到一个新得向量.例如,

，，，
第一个例子就是否要删去，请考虑，因为没有得到新得向量。

可以瞧出，二阶矩阵把平面上得每一个点都变成唯一得点。它就是平面到平面得映射。

3) 用矩阵来刻画一些几何变换：反射、压伸、切变、旋转、投影等。这些矩阵都不复杂，应该让学生通过操作来确认这些矩阵变换得几何意义。

例如，表示向量在 y 轴上得投影。表示向量关于 y 轴对称。

4) 我们还应让学生认识到，矩阵表示得就是线性变换，它把直线变成直线。

5) 变换得复合(合成)，即连续实施两个线性变换相当于一个新得线性变换。例如，我们可以先旋转再平移，也可以先平移再旋转。对应这种变换得复合可以用矩阵得运算来表示，即矩阵得乘法运算。

6) 矩阵得乘法不满足交换律，即当连续实施一系列变换时，改变变换得次序将改变变换得结果。

例如，表示点 (a, b) 先逆时针转 90 度，再关于 y 轴反射，得到得点为： (b, a) ；而表示点 (a, b) 先关于 y 轴反射，再逆时针旋转 90 度，得到得点为： $(-b, -a)$ 。

7) 如果变换就是一一对应得，变换就有逆变换，这种逆变换对应着矩阵得逆矩阵。但就是，投影变换没有逆变换。

例如，得逆变换就就是再作一次关于 y 轴得反射。用矩阵表示即为：

变换得逆与矩阵得逆本质上体现了一一对应得思想。

8) 在本专题中，我们还用变换得思想来认识二元一次方程组。

例如，方程组，可以用矩阵表示为：。解方程得问题就变成：已知变换与某个点在这变换下得像，求该点(原像)得问题。

9) 要认识变换中得不变量--特征向量，以及矩阵得特征值与特征向量得概念，并用特征向量解决一些实际问题。

可以瞧出，函数--映射得思想就是贯穿本专题始终得重要思想。

三、重、难点

重点：

变换就是数学中一个基本得概念，它就是指平面中得点到平面得映射，建立这个概念就是学习本专题得重点之一。

认识矩阵与相关概念得几何意义就是本专题得另一个重点，例如，矩阵得特征向量得几何意义就是指某向量在矩阵作用下，其变换得像与该向量就是平行得。

难点：

用矩阵来表示线性方程组

矩阵得特征向量

四、教学要求

1. 在本专题得教学中，教师应该强调矩阵及相关概念得几何意义，这也就是贯穿始终得思想。

2. 矩阵就是一个比较抽象得数学概念，建议教师通过具体得实例来介绍矩阵，通过学生熟悉得几何变换来引出矩阵表示。

五、文献参考

[1] A P:数学得原理与实践,申大维等译,高等教育出版社与施普林格出版社,1998

[2] 北京大学数学系几何与代数教研室代数小组:高等代数,高等教育出版社,1999

2、3 数列与差分

一、背景

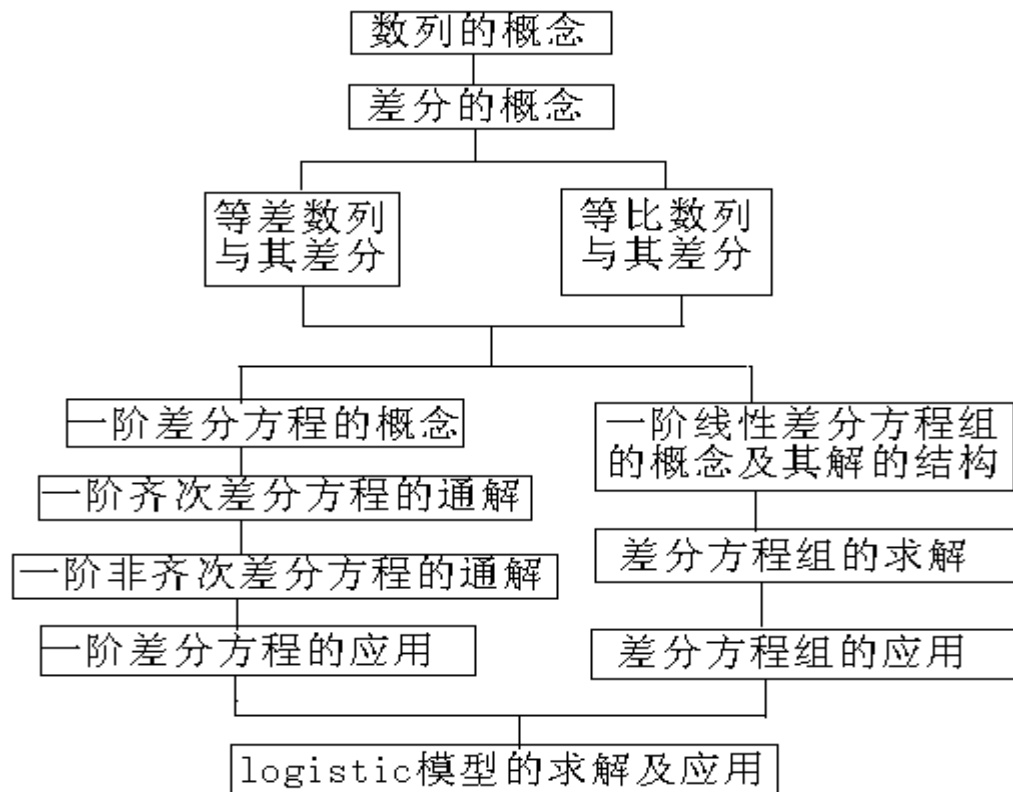
数列就是一种特殊得函数。有时候也把它称为“离散”得函数.它不仅就是数学中一种重要得研究对象,也就是研究数学问题得一种重要得方法与工具。这种方法我们常常称之为离散得方法。

从20世纪中期以后,科学技术迅猛发展,科学技术得发展对数学提出了越来越多得要求,不仅希望数学能够证明一些规律得存在性,而且希望能够把这些规律构造出来直接为社会发展服务.例如,微分方程就是反映自然规律得重要得数学模型,在实际中,不仅需要用微分方程来刻画规律,而且需要求出它得满足一定精度得近似解,利用这些近似解直接为实际服务.离散得思想方法对于求近似解就是一种基本得思想方法,它在解决实际问题中将发挥越来越大得作用。

数列就是特殊得函数,就是函数得离散形式。差分就是微分得离散形式,差分方程就是微分方程得离散形式,我们知道导数与微分在微积分中得重要地位,导数与微分方程有着广泛得应用,自然得,差分与差分方程就变得非常重要了.从另一方面说,差分与差分方程比导数与微分方程更容易理解,而且可以通过计算或利用计算机求出它们得近似解。

二、知识结构与内容定位

1. 知识结构框图



2. 内容定位

- 1) 结合函数 (数列) 得图像, 给出数列得 “差分” 概念。
- 2) 利用一阶差分与二阶差分得特点来判断数列得增减性、凹凸性。
- 3) 对于差分方程, 只要给定了初始条件, 利用 “迭代法” 不难给出方程得数值解。虽然用迭代法解方程并不难, 但这就是数学中得一个既基本又重要得方法, 教师应给予充分得关注, 务必使学生掌握。
- 4) 对于一阶线性差分方程, 学生应结合过去学过得等差数列与等比数列来认识它得解。在这里, 非齐次方程得通解、特解与齐次方程通解得关系, 就是难点。
- 5) 一阶差分方程组得问题与一阶差分方程得问题就是类似得, 只就是对一阶差分方程组得要求更低。

三、重、难点

重点:

- 对差分得理解, 差分在研究数列变化中得作用
- 齐次方程中通解得作用与非齐次方程中特解得作用
- 迭代法在解差分方程中得作用

难点:

- 齐次方程通解

非齐次方程中得通解得表示

差分方程得应用, 难在如何根据实际问题建立差分方程并根据实际问题得背景讨论解得意义。

四、教学要求

对于中学生来说, 学习“数列与差分”不仅就是因为这部分内容本身很有用, 而且有助于学生理解导数与微分. 有助于今后学习微分方程等知识。教师有必要帮助学生体会差分得作用, 以及它给我们带来得好处。

教师在教学中, 不应该追求差分方程得系统性, 而应该着重介绍差分方程得基本思想。

突出函数得思想就是贯穿在本专题始终得基本思想. 在教学过程中, 教师应当帮助学生梳理学过得有关函数得知识、技能与思想方法。这样可以有效地提学生对于函数思想得认识。这样做也可以提高对这部分内容得理解。

五、文献参考

[1] AP: 数学得原理与实践, 申大维等译, 高等教育出版社与施普林格出版社, 1998

2、4 坐标系与参数方程

一、背景

1637年6月8日, 笛卡儿得《方法论》出版, 这一天就就是解析几何得生日。笛卡儿就是一位伟大得数学家, 也就是一位伟大得哲学家。笛卡儿把物质运动得概念作为科学得哲学基础, 从而把运动带进了数学。在笛卡儿之前, 常量数学占主导地位, 在笛卡儿之后, 运动进入了数学与其他科学, 辩证得思想进入了数学。正如恩格斯所评论得: “数学中得转折点就是笛卡儿得变数. 有了变数, 运动进入了数学, 有了变数, 辩证法进入了数学。”

解析几何得基本思想就是数形结合, 坐标就是数形结合得桥梁, 坐标方法建立了方程与曲线之间得联系。因此, 坐标方法, 以及方程与曲线得思想就是解析几何得核心内容。

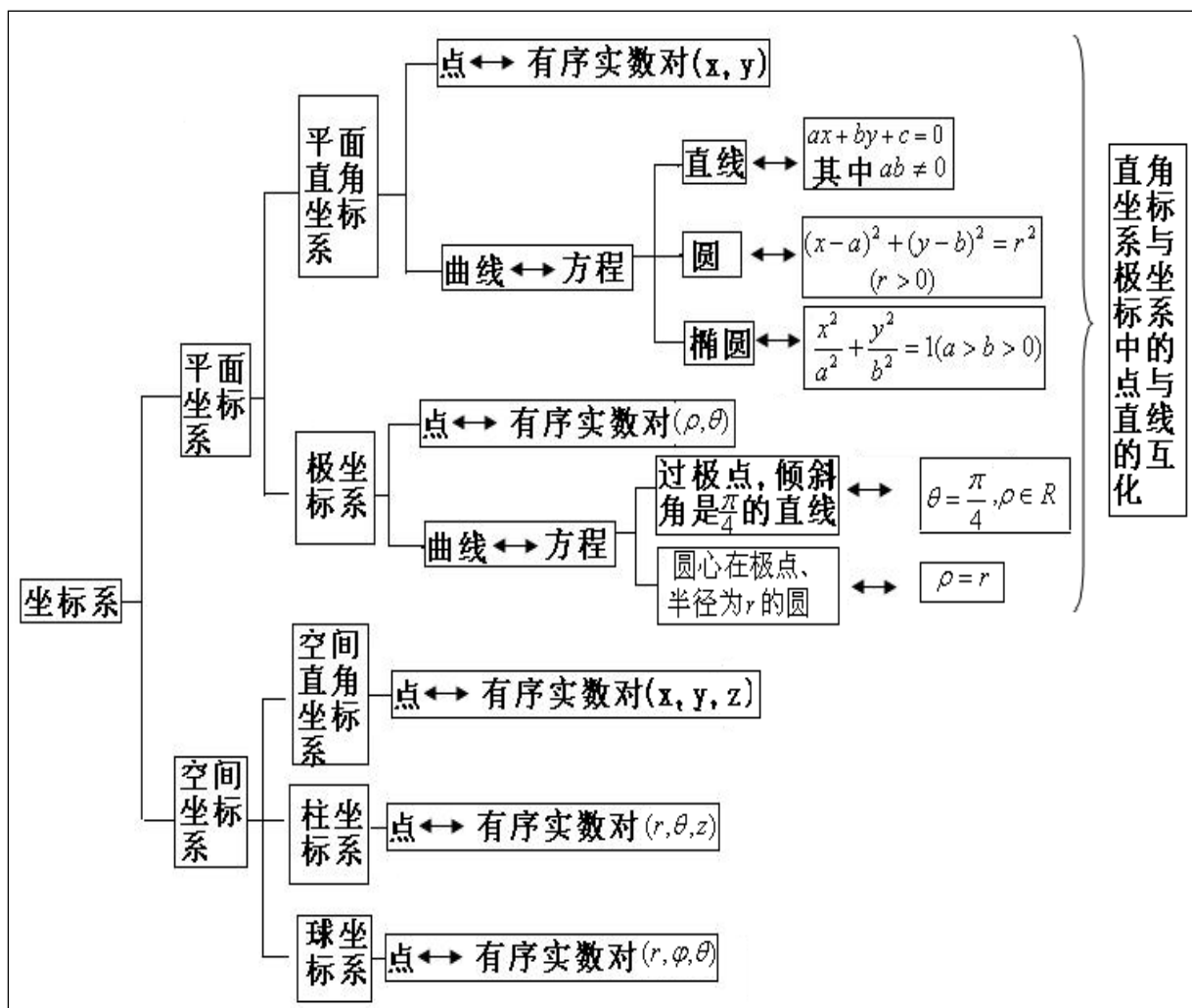
坐标方法, 即在引进坐标系之后, 平面上得点 P 可以与一对有序实数之间建立一一对应、

方程与曲线得思想, 即未知数表示得某个代数方程可以瞧成一条曲线; 反之, 一条曲线可以用曲线上任意点坐标之间得方程关系来表示。

解析几何得坐标方法、曲线与方程思想就是本专题得核心内容, 希望学生通过本专题得学习进一步体会解析几何数形结合得基本思想。

二、知识结构与内容定位

1. 知识结构框图



2. 内容定位

1) 本专题就是中学得传统内容,在内容上没有太大得变化.

2) 建立坐标系与在坐标系中建立曲线与方程得关系,这就是解析几何得两个核心内容,就是联系几何与代数得重要桥梁,也就是数学中得重要思想.

3) 在这部分,我们引入了另外几种坐标系—极坐标系、柱坐标系、球坐标系等等,并讨论了一些简单曲线在这些坐标系中得方程.学生应该明白引入这些坐标系得好处.并能在这些坐标系之间进行转换.

4) 本专题得第二部分讨论得就是参数方程.在许多情形,参数方程得引入就是十分自然得,学生应体会参数方程得好处以及参数得直观意义,学会参数方程与普通方程得转化.

5) 与传统教材内容相比,在这里我们更加强调应用,例如,摆线得应用.

三、重、难点

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/865304122141012002>