

专题训练：第12章 整式乘除与乘法公式

知识框架

基础知识点	整式乘法
	平方差公式
	完全平方公式
	公式的拓展
	整式除法
重难点题型	整式乘法基本运算
	平方差与完全平方公式的基本运用
	构造平方差公式及公式逆用
	完全平方公式的应用（含参问题）
	完全平方公式的应用（知二求二）
	完全平方公式应用 $\left(\left(x \pm \frac{1}{x} \right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} \pm 2 \right)$
	配方法的应用
	乘法公式的几何背景
	整式乘法的归纳猜想问题
	整式除法基本运算

重难点题型

题型1 整式乘法基本运算

解题技巧： $p(a+b+c) = pa+pb+pc$ ； $(a+b)(m+n) = am+an+bm+bn$.

1. (2020·四川彭州·期末) 计算 $2a^2b^3 \cdot (-3a)$ 的结果是 () .

- A. $-6a^3b^3$ B. $6a^2b^3$ C. $6a^3b^3$ D. $-6a^2b^3$

【答案】A

【分析】根据单项式乘以单项式法则求出即可.

【解析】解： $2a^2b^3 \cdot (-3a) = -6a^3b^3$ ，故选：A.

【点睛】本题考查了单项式乘以单项式法则，能熟记单项式乘以单项式法则的内容是解此题的关键.

2. (2020·树德中学都江堰外国语实验学校期中) 化简 $5a \cdot (2a^2 - ab)$ ，结果正确的是 ()

- A. $-10a^3 - 5ab$ B. $10a^3 - 5a^2b$ C. $-10a^2 + 5a^2b$ D. $-10a^3 + 5a^2b$

【答案】B

【分析】按照单项式乘以多项式的运算法则进行运算即可.

【解析】解： $5a \cdot (2a^2 - ab) = 10a^3 - 5a^2b$ ，故选：B.

【点睛】本题考查单项式乘多项式，单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

3. (2020·衡阳市逸夫中学月考) 先化简, 再求值: $(m-2n)(m^2+2mn+4n^2)$, 其中 $m=2, n=1$.

【答案】 m^3-8n^3 ; 0

【分析】首先利用多项式乘多项式的法则进行计算, 然后合并同类项, 即可把式子进行化简, 然后代入数值即可求解.

【解析】解: $(m-2n)(m^2+2mn+4n^2) = m^3+2m^2n+4mn^2-2m^2n-4mn^2-8n^3$
 $= m^3-8n^3$

当 $m=2, n=-1$ 时, 原式 $= 2^3-8 \times (-1)^3 = 0$.

【点睛】本题主要考查了整式的化简求值, 正确去括号, 合并同类项正确化简求值是关键.

4. (2020·浙江杭州市·七年级其他模拟) 方程 $x(2x-5)-2(x-1)(x+7)=0$ 的解为 $x=$ _____.

【答案】 $\frac{14}{17}$

【分析】将方程整理成一般式, 再进一步求解可得.

【详解】解: $x(2x-5)-2(x-1)(x+7)=0$, $2x^2-5x-2x^2-12x+14=0$, $-5x-12x+14=0$, $-17x+14=0$,

解得: $x=\frac{14}{17}$, 故答案为: $\frac{14}{17}$.

【点睛】本题考查了解一元二次方程的能力, 熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法: 直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法, 结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键.

5. (2020·苏州高新区实验初级中学七年级期中) 某同学在计算 $-3x^2$ 乘一个多项式时错误的计算成了加法, 得到的答案是 x^2-x+1 , 由此可以推断正确的计算结果是()

A. $4x^2-x+1$ B. x^2-x+1 C. $-12x^4+3x^3-3x^2$ D. 无法确定

【答案】 C

【分析】根据整式的减法法则求出多项式, 根据单项式与多项式相乘的运算法则计算, 得到答案.

【详解】解: $\because x^2-x+1-(-3x^2)=4x^2-x+1 \therefore (-3x^2) \bullet (4x^2-x+1)=-12x^4+3x^3-3x^2$ 故选: C

【点睛】本题考查的是单项式乘多项式、整式的加减混合运算, 单项式与多项式相乘的运算法则: 单项式与多项式相乘, 就是用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加.

6. (2020·江苏江阴·初一月考) ①先化简, 再求值: $(4x+3)(x-2) - 2(x-1)(2x-3)$, $x=-2$;

②若 $(x^2+px+q)(x^2-3x+2)$ 的结果中不含 x^3 和 x^2 项, 求 p 和 q 的值.

【答案】 ① $5x-12$, -22 ; ② $p=3$, $q=7$.

【分析】 ①先去括号再合并同类项, 将 $x=-2$ 代入化简后的结果计算;

②先按照多项式乘以多项式将括号打开, 再根据不含项的系数为 0 得到方程, 解方程即可得到答案.

【解析】 ① $(4x+3)(x-2) - 2(x-1)(2x-3)$, =

$$4x^2 - 8x + 3x - 6 - 2(2x^2 - 3x - 2x + 3),$$

$$= 4x^2 - 5x - 6 - 4x^2 + 10x - 6, = 5x - 12 \because x = -2, \therefore \text{原式} = -10 - 12 = -22;$$

$$\textcircled{2} (x^2+px+q)(x^2-3x+2), = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + px^3 - 3px^2 + 2px + qx^2 - 3qx + 2q,$$

$$= x^4 + (p-3)x^3 + (2-3p+q)x^2 + (2p-q)x + 2q,$$

$$\because \text{结果中不含 } x^3 \text{ 和 } x^2 \text{ 项}, \therefore p-3=0, 2-3p+q=0, \therefore p=3, \therefore q=7.$$

【点睛】 此题考查整式的混合运算, 整式的不含某项的化简求值, 将整式正确化简计算是解题的关键.

7. (2020·甘肃会宁·初一期中) 先化简, 再求值: 已知代数式 $(ax-3)(2x+4) - x^2 - b$ 化简后, 不含有 x^2 项和常数项. (1) 求 a 、 b 的值; (2) 求 $(b-a)(-a-b) + (-a-b)^2 - a(2a+b)$ 的值.

【答案】 (1) $a=\frac{1}{2}$; $b=-12$; (2) -6 .

【分析】 (1) 先算多项式乘多项式, 再合并同类项, 即可得出关于 a 、 b 的方程, 求出即可;

(2) 先化简原式, 然后将 a 与 b 的值代入求出即可.

【解析】 解: 原式 $= 2ax^2 + 4ax - 6x - 12 - x^2 - b = 2a - 1x^2 + (4a - 6)x + (-12 - b)$,

$\because$ 代数式 $(ax-3)(2x+4) - x^2 - b$ 化简后, 不含有 x^2 项和常数项.,

$$\therefore 2a-1=0, -12-b=0, \therefore a=\frac{1}{2}, b=-12;$$

$$(2) \text{ 解: } \because a=\frac{1}{2}, b=-12,$$

$$\therefore (b-a)(-a-b) + (-a-b)^2 - a(2a+b) = a^2 - b^2 + a^2 + 2ab + b^2 - 2a^2 - ab = ab = \frac{1}{2} \times (-12) = -6.$$

【点睛】 本题考查整式的混合运算和求值, 解题的关键是正确运用整式的运算法则进行化简.

8. (2020·上海市浦东新区进才实验中学·初一月考) (1) 已知: $a^2 + a - 1 = 0$, 则

$a^4 + 2a^3 + a^2 + 2000$ 的值是_____

(2) 如果记 $2^{16} = a$, 那么 $1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{15} =$ _____

(3) 若 $2^{2x+3} - 2^{2x+1} = 192$, 则 $x =$ _____

(4) 若 $(2x-1)^5 = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 则 $a_2 + a_4 =$ _____

【答案】 (1) 2001 (2) $a-1$ (3) $\frac{5}{2}$ (4) -120

【分析】 (1) 根据题意, 得到 $a^2 + a = 1$; 再将原式进行变形即可得出答案.

(2) 先设原式等于 m , 利用 $2m - m$ 求出原式的值, 最后将 a 代入即可.

(3) 根据幂的乘方运算公式对原式进行变形, 然后进而的出答案 (4) 采用赋值法进行计算.

【解析】 (1) 由题意得: $a^2 + a = 1$;

$$\begin{aligned}\therefore a^4 + 2a^3 + a^2 + 2000 &= a^4 + a^3 + a^3 + a^2 + 2000 = a^2(a^2 + a) + a^3 + a^2 + 2000 = \\ a^3 + a^2 + a^2 + 2000 &= a(a^2 + a) + a^2 + 2000 = 1 + 2000 = 2001\end{aligned}$$

(2) 设 $m = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{15}$, 则 $2m = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{16}$;

$$\therefore 2m - m = 2^{16} - 1, \text{ 即 } m = 2^{16} - 1 \quad \therefore \text{原式} = a - 1$$

(3) $2^{2x+3} - 2^{2x+1} = 2^{2x+1} \cdot 2^2 - 2^{2x+1} = 3 \cdot 2^{2x+1} = 192$

$$\therefore 2^{2x+1} = 64 \quad \therefore 2x+1=6 \quad \therefore x = \frac{5}{2}$$

(4) 当 $x=1$ 时, $1 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \dots\dots\dots \textcircled{1}$

当 $x=-1$ 时, $-3^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 \dots\dots\dots \textcircled{2}$

当 $x=0$ 时, $-1 = a_0 \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} = 2(a_0 + a_2 + a_4) = 1 - 3^5$

$$\text{即 } a_0 + a_2 + a_4 = \frac{1-3^5}{2} \quad \therefore a_2 + a_4 = \frac{1-3^5}{2} + 1 = -120$$

【点睛】 本题主要考查了代数式的变形求值, 掌握各类代数式求值的特点是解题关键.

9. (2021·太原市·山西实验中学八年级开学考试) 先化简, 再求值:

$(x+1)(x-1) + x(x-2) - (x-1)^2$, 其中 $x = -1$.

【答案】 $x^2 - 2$, -1 .

【分析】 先根据整式的各运算法则进行化简, 再代入计算即可.

【详解】 解: 原式 $= x^2 - 1 + x^2 - 2x - (x^2 - 2x + 1) = x^2 - 1 + x^2 - 2x - x^2 + 2x - 1 = x^2 - 2$,

当 $x = -1$ 时, 原式 $= (-1)^2 - 2 = -1$.

【点睛】本题考查了整式的混合运算-化简求值，熟练掌握各运算法则是解题的关键。

题型2 平方差与完全平方公式的基本运用

解题技巧 套用公式的前提是式子满足公式形式。当题目中的形式比较复杂，不能直接套用公式时，我们可以将式子拆分，或者部分套用公式，或者对式子进行一定的变形。

完全平方公式：用 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 。

平方差公式为： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ，常见变化如下：

位置变化： $(a+b)(-b+a) = a^2 - b^2$ ；符号变化： $(-a-b)(a-b) = -(a^2 - b^2)$

系数变化： $(3a+2b)(3a-2b) = (3a)^2 - (2b)^2$ 。

指数变化： $(a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = (a^3)^2 - (b^3)^2$ 。

项数变化： $(a+b-c)(a-b+c) = a^2 - (b-c)^2$ 。

连用变化： $(a+b)(a-b)(a^2 + b^2) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = a^4 - b^4$

1. (2020·山东初二期中) 下列计算中，正确的是 ()。

- A. $(x-2)(2+x) = x^2 - 2$ B. $(x+2)(3x-2) = 3x^2 - 4$
C. $(ab-c)(ab+c) = a^2b^2 - c^2$ D. $(-x-y)(x+y) = x^2 - y^2$

【答案】C

【分析】根据多项式的乘法，逐一计算每个选项，即可判断出答案。

【解析】解：A. $(x-2)(2+x) = (x-2)(x+2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$ ，所以 A 错误；

B. $(x+2)(3x-2) = 3x^2 + 6x - 2x - 4 = 3x^2 + 4x - 4$ ，所以 B 错误；

C. $(ab-c)(ab+c) = (ab)^2 - c^2 = a^2b^2 - c^2$ ，所以 C 正确；

D. $(-x-y)(x+y) = -(x+y)(x+y) = -(x^2 - 2xy + y^2) = -x^2 + 2xy - y^2$ ，所以 D 错误；故答案选 C。

【点睛】本题考查整式乘法，熟练掌握整式乘法的运算法则是本题解题关键；做题时先观察整式乘法是否满足乘法公式，如果满足乘法公式，则使用乘法公式代入即可，如果不满足乘法公式，则利用多项式乘多项式运算法则，注意不要漏项。

2. (2020·长春市第四十七中学月考) 下列多项式相乘时，可用平方差公式的是 ()。

- A. $(m-n)(-m+n)$ B. $(-m-n)(m+n)$ C. $(m+2n)(m-n)$
D. $(m-n)(-m-n)$

【答案】D

【分析】根据平方差公式的特征逐项排除即可。

【解析】解：A：两项都互为相反数，故不能用平方差公式计算；

B：两项都互为相反数，故不能用平方差公式计算；

C：有一项相同，另一项不互为相反数，故不能用平方差公式计算；

D：有一项相同，另一项互为相反数，故能用平方差公式计算。故答案为 D。

【点睛】本题考查了平方差公式，掌握平方差公式的特征：①两个两项式相乘；②有一项相同，另一项互为相反数是解答本题的关键。

3. (2020·浙江杭州市·七年级其他模拟) 下列各式中，不能用平方差公式计算的是 ()

A. $(-x-y)(x-y)$ B. $(-x+y)(-x-y)$ C. $(x+y)(-x+y)$ D. $(x-y)(-x+y)$

【答案】D

【分析】利用平方差公式和完全平方公式对各选项进行判断。

【详解】解：A、 $(-x-y)(x-y) = -(x+y)(x-y) = -(x^2-y^2) = -x^2+y^2$ ；

B、 $(-x+y)(-x-y) = (-x)^2-y^2=x^2-y^2$ ； C、 $(-x+y)(x+y) = -(x-y)(x+y) = -(x^2-y^2) = -x^2+y^2$ 。

D、 $(x-y)(-x+y) = -(x-y)(x-y) = -(x-y)^2 = -x^2+2xy-y^2$ 。故选：D。

【点睛】本题考查了平方差公式：两个数的和与这两个数的差相乘，等于这两个数的平方差 $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ 。也考查了完全平方公式。

4. (2020·长春市第四十七中学月考) $(-2a^2+3b^2)(\quad) = 4a^4-9b^4$ ，括号内应填 ()

A. $2a^2+3b^2$

B. $2a^2-3b^2$

C. $-2a^2-3b^2$

D. $-2a^2+3b^2$

【答案】C

【分析】根据平方差公式求解即可。

【解析】 $\because (-2a^2+3b^2)(-2a^2-3b^2) = 4a^4-9b^4$ ，故选 C。

【点睛】本题主要考查平方差公式，平方差公式的式子的特点：两个二项式相乘，并且这两个二项式中有一项完全相同，另一项互为相反数。相乘的结果是：右边是乘式中两项的平方差（相同项的平方减去相反项的平方）。

5. (2020·全国初二课时练习) 如果 $(x+a)^2 = x^2 - 10x + b$ ，那么 a 、 b 的值分别为 ()

A. 2；4

B. 5；-25

C. -2；25

D. -5；25

【答案】D

【分析】已知等式左边利用完全平方公式展开，再利用多项式相等的条件求出 a 与 b 的值即可。

【解析】已知等式整理得： $x^2+2ax+a^2=x^2-10x+b$ ，可得 $2a=-10$ ， $a^2=b$ ，解得： $a=-5$ ， $b=25$ ，故选 D.

【点睛】此题考查了完全平方公式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

6. (2020·浙江杭州市·七年级其他模拟) 设 $(2a+3b)^2 = (2a-3b)^2 + A$ ，则 $A =$ ()

A. $6ab$

B. $12ab$

C. $18b^2$

D. $24ab$

【答案】D

【分析】先得到 $A = (2a+3b)^2 - (2a-3b)^2$ ，再利用平方差公式计算.

【详解】解：由题意可得：

$$\begin{aligned} A &= (2a+3b)^2 - (2a-3b)^2 = [(2a+3b) + (2a-3b)][(2a+3b) - (2a-3b)] = 4a \cdot 6b \\ &= 24ab \quad \text{故选 D.} \end{aligned}$$

【点睛】本题考查了整式的混合运算，解题的关键是熟练运用平方差公式.

7. (2020·上海市静安区实验中学初一课时练习) $\underline{\hspace{2cm}} - 6ab + 9b^2 = [(\underline{\hspace{2cm}}) + 3b]^2$.

【答案】 a^2 $-a$

【分析】根据完全平方公式的特点即可求解.

【解析】 $\because a^2 - 6ab + 9b^2 = (-a)^2 + 2 \cdot (-a) \cdot 3b + (3b)^2 = [(-a) + 3b]^2$ ；故答案为： a^2 ； $-a$.

【点睛】此题主要考查完全平方公式，解题的关键是熟知公式的特点.

8. (2020·四川甘孜·初二期末) 已知 $x+y=2$ ，则 $\frac{1}{2}x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2 =$ _____.

【答案】2

【分析】利用完全平方公式化简，然后将 $x+y=2$ 代入计算即可得出结果.

【解析】解： $\frac{1}{2}x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2 = \frac{1}{2}(x^2 + 2xy + y^2) = \frac{1}{2}(x+y)^2$

当 $x+y=2$ 时，原式 $= \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$. 故答案为：2.

【点睛】本题主要考查了完全平方公式的应用和化简求值，能熟练运用完全平方公式是解题的关键.

题型3 构造平方差公式及公式逆用

1. (2020·湖南茶陵·初一期末) 已知实数 m ， n 满足 $\begin{cases} m-n=1 \\ m+n=3 \end{cases}$ ，则代数式 $m^2 - n^2$ 的值为

_____.

【答案】3.

【分析】先利用平方差公式因式分解，再将 $m+n$ 、 $m-n$ 的值代入、计算即可得出答案.

【解析】 $\because m-n=1$ ， $m+n=3$ ， $\therefore m^2-n^2=(m+n)(m-n)=3\times 1=3$.故答案为 3.

【点睛】本题考查平方差公式，解题关键是根据平方差公式解答.

2. (2020·绍兴市文澜中学期中) 若 $m^2-n^2=10$ ，且 $m-n=4$ ，则 $m+n=$ _____

【答案】2.5

【分析】根据平方差公式的逆运算即可求解.

【解析】 $\because m^2-n^2=10$ ， $m-n=4$ ， $\therefore m+n=(m^2-n^2)\div(m-n)=2.5$

【点睛】此题主要考查平方差公式，解题的关键是熟知平方差公式的逆用.

3. (2020·全国初一课时练习) 计算： $\frac{2019}{2019^2-2020\times 2018}=$ _____.

【答案】2019.

【分析】原式利用数的变形化为平方差公式

$2020\times 2018=(2019+1)(2019-1)=2019^2-1$ ，计算即可求出值.

【解析】解： $\because 2020\times 2018=(2019+1)(2019-1)=2019^2-1$

$\therefore \frac{2019}{2019^2-2020\times 2018}=\frac{2019}{2019^2-(2019^2-1)}=\frac{2019}{1}=2019$ 故答案是：2019.

【点睛】此题考查了用平方差公式进行简便计算，熟悉公式特点是解本题的关键.

4. (2020·揭西县第三华侨中学初一月考) 计算： $2002^2-2001\times 2003$ _____.

【答案】1

【解析】试题分析：根据平方差公式，直接可得 $2002^2-2001\times 2003=2002^2-(2002-1)\times(2002+1)=2002^2-(2002^2-1)=1$. 故答案为：1.

点睛：此题主要考查了平方差公式，解题关键是利用数字的关系可变化为平方差公式的形式，然后用公式直接计算即可. 此题直接计算运算量大，不好计算，用公式可简便计算.

5. (2020·福建省惠安科山中学月考) 若 $M=(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)+1$ ，则数 M 的末位数字是_____.

【答案】6

【分析】将原式转化成 $M=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)+1$ ，再结合平方差公式解题即可.

【解析】 $M=(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)+1$.

$$\begin{aligned}
 &= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)+1 \\
 &= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)+1 \\
 &= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)+1 = (2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)+1 \\
 &= (2^{16}-1)(2^{16}+1)+1 = (2^{32}-1)+1 = 2^{32} \text{ Q } 2^{32} \text{ 的个位数是 } 6
 \end{aligned}$$

$\therefore M = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)+1$ 的个位数是 6. 故答案为: 6.

【点睛】本题考查平方差公式、尾数特征等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键。

6. (2020·四川省营山中学校初一期中) $2 \times (3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)$ 的计算结果的个位数字是 ()

- A. 8 B. 6 C. 2 D. 0

【答案】D

【分析】先将 2 变形为 $(3-1)$ ，再根据平方差公式求出结果，根据规律得出答案即可。

【解析】解: $(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)\dots(3^{16}+1) = (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)\dots(3^{16}+1)$
 $= (3^4-1)(3^4+1)\dots(3^{16}+1) = 3^{32}-1$
 Q $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $3^6=729$, $3^7=2187$, $3^8=6561$,
 ...

$\therefore 3^n$ 的个位是以指数 1 到 4 为一个周期，幂的个位数字重复出现，

Q $32 \div 4 = 8$, 故 3^{32} 与 3^4 的个位数字相同即为 1, $\therefore 3^{32}-1$ 的个位数字为 0,

$\therefore 2 \times (3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)$ 的个位数字是 0. 故选: D.

【点睛】本题考查了平方差公式的应用，能根据规律得出答案是解此题的关键。

7. (2020·全国初一课时练习) 若

$A = -\frac{2}{3}(1+\frac{1}{3^1})(1+\frac{1}{3^2})(1+\frac{1}{3^4})(1+\frac{1}{3^8})(1+\frac{1}{3^{16}})(1+\frac{1}{3^{32}})(1+\frac{1}{3^{64}})\dots\dots(1+\frac{1}{3^{2^n}})+1$, 则 A 的值是

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{3^{2^{2^n}}}$ D. $\frac{1}{3^{2^{n+1}}}$

【答案】D

【分析】把 $\frac{2}{3}$ 变成 $1-\frac{1}{3}$ 然后利用平方差公式计算即可

【解析】 $A = -(1-\frac{1}{3^1})(1+\frac{1}{3^1})(1+\frac{1}{3^2})(1+\frac{1}{3^4})(1+\frac{1}{3^8})(1+\frac{1}{3^{16}})(1+\frac{1}{3^{32}})(1+\frac{1}{3^{64}})\dots\dots$

$$(1 + \frac{1}{3^{2^n}}) + 1$$

$$A = -(1 - \frac{1}{3^2})(1 + \frac{1}{3^2})(1 + \frac{1}{3^4})(1 + \frac{1}{3^8})(1 + \frac{1}{3^{16}})(1 + \frac{1}{3^{32}})(1 + \frac{1}{3^{64}}) \cdots (1 + \frac{1}{3^{2^n}}) + 1$$

$$A = -(1 - \frac{1}{3^2})(1 + \frac{1}{3^2})(1 + \frac{1}{3^4})(1 + \frac{1}{3^8})(1 + \frac{1}{3^{16}})(1 + \frac{1}{3^{32}})(1 + \frac{1}{3^{64}}) \cdots (1 + \frac{1}{3^{2^n}}) + 1$$

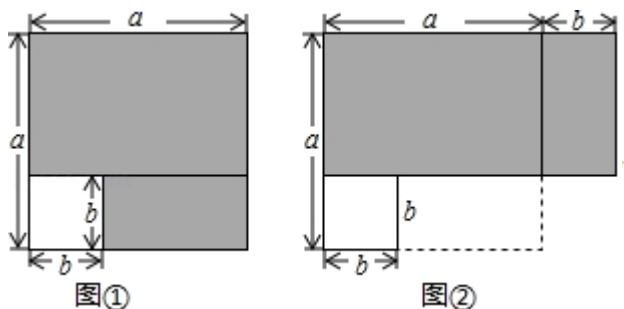
$$A = -(1 - \frac{1}{3^{2^n}})(1 + \frac{1}{3^{2^n}}) + 1 \quad A = -(1 - \frac{1}{3^{2^{n+1}}}) + 1 \quad A = -1 + \frac{1}{3^{2^{n+1}}} + 1 \quad A = \frac{1}{3^{2^{n+1}}} \quad \text{故选 D}$$

【点睛】能够灵活运用平方差公式解题是本题关键。

8. (2020·石家庄外国语学校教育集团初一期中) (探究) 如图①, 从边长为 a 的大正方形中剪掉一个边长为 b 的小正方形, 将阴影部分沿虚线剪开, 拼成图②的长方形。

(1) 请你分别表示出这两个图形中阴影部分的面积: 图①_____图②_____;

(2) 比较两图的阴影部分面积, 可以得到乘法公式: _____(用字母 a 、 b 表示);



(应用) 请应用这个公式完成下列各题:

①已知 $2m - n = 3$, $2m + n = 4$, 则 $4m^2 - n^2$ 的值为_____;

②计算: $(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$.

(拓展) 计算 $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \cdots (2^{32} + 1)$ 的结果为_____.

【答案】探究: (1) $a^2 - b^2$, $(a + b)(a - b)$; (2) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$; 应用: ①12;

② $x^4 - 81$; 拓展: $2^{64} - 1$.

【分析】探究: (1) 图①阴影部分的面积等于两个正方形的面积差, 图②阴影部分的面积等于一个大长方形的面积; (2) 根据图①与图②的面积相等即可得;

应用: ①根据上述得到的乘法公式 (平方差公式) 即可得; ②利用两次平方差公式即可得;

拓展: 将原式改写成 $(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \cdots (2^{32} + 1)$, 再多次利用平方差公式即可得.

【解析】探究: (1) 图①阴影部分的面积为两个正方形的面积差, 即 $a^2 - b^2$,

图②的阴影部分为长为 $(a + b)$, 宽为 $(a - b)$ 的矩形, 则其面积为 $(a + b)(a - b)$,

故答案为: $a^2 - b^2$, $(a+b)(a-b)$;

(2) 由图①与图②的面积相等可得到乘法公式: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$;

故答案为: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$;

应用: ① $4m^2 - n^2 = (2m-n)(2m+n) = 3 \times 4 = 12$, 故答案为: 12;

② 原式 $= (x^2 - 9)(x^2 + 9) = (x^2)^2 - 9^2 = x^4 - 81$;

拓展: 原式 $= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)$,
 $= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)$, $= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)$,
 $= (2^8-1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)$, $= (2^{32}-1)(2^{32}+1) = 2^{64} - 1$.

【点睛】本题考查了平方差公式与几何图形、以及应用, 熟练掌握平方差公式是解题关键.

题型 4 完全平方式的应用 (含参问题)

解题技巧: 完全平方式的定义: 对于一个具有若干个简单变元的整式 A , 如果存在另一个实系数整式 B , 使 $A=B^2$, 则称 A 是完全平方式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$. 注意: (1) 对于 $a^2 = x(x \neq 0)$, a 有正负两种结果. (2) 区分缺首尾项和缺中间项.

1. (2021·嵊州市初级中学七年级期中) 如果 $9x^2 - kx + 25$ 是一个完全平方式, 那么 k 的值是 ().

A. ± 15 B. 15 C. ± 30 D. 3

【答案】C

【分析】由题意可知首末两项是 $3x$ 和 5 的平方, 那么中间项为加上或减去 $3x$ 和 5 的乘积的 2 倍即可求解.

【详解】解: $\because 9x^2 - kx + 25$ 是一个完全平方式, $\therefore -kx = (\pm 2) \times 3x \times 5$, 则 $k = \pm 30$. 故选: C.

【点睛】本题主要考查完全平方公式, 熟练掌握并根据两平方项确定出这两个数, 再根据乘积二倍项求解.

2. (2021·重庆一中八年级开学考试) 若多项式 $x^2 + kx + 25$ 是完全平方式, 则 $k = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 ± 10

【分析】根据题意直接利用完全平方公式的结构特征判断即可得到 k 的值.

【详解】解: $\because x^2 + kx + 25 = x^2 \pm 10x + 5^2 = (x \pm 5)^2$, $\therefore k = \pm 10$. 故答案为: ± 10 .

【点睛】本题考查完全平方式, 熟练掌握完全平方式的特征是解题的关键, 形如 $a^2 \pm 2ab + b^2$ 这样的式子是完全平方式.

3. (2021·四川省成都市七中育才学校) 若 $x^2 + 8x + m$ 是完全平方式则 m 的值为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】16

【分析】先根据完全平方公式的乘积二倍项，再根据两平方项确定出这两个数即可确定 m 的值。

【详解】解：∵ $x^2 + 8x + m$ 是完全平方，∴ $m = 16$ ，故答案为：16。

【点睛】本题考查了完全平方公式，能熟记完全平方公式的特点是解此题的关键，注意：完全平方公式有两个： $a^2 - 2ab + b^2$ 和 $a^2 + 2ab + b^2$ 。

4. (2020·浙江瑞安·初一期中) 已知 $2^n + 2^{18} + 1$ 是一个有理数的平方，则 n 不能为 ()

- A. -20 B. 10 C. 34 D. 36

【答案】D

【分析】分多项式的三项分别是乘积二倍项时，利用完全平方公式分别求出 n 的值，然后选择答案即可。

【解析】 2^n 是乘积二倍项时， $2^n + 2^{18} + 1 = 2^{18} + 2 \cdot 2^9 + 1 = (2^9 + 1)^2$ ，此时 $n = 9 + 1 = 10$ ，

2^{18} 是乘积二倍项时， $2^n + 2^{18} + 1 = 2^n + 2 \cdot 2^{17} + 1 = (2^{17} + 1)^2$ ，此时 $n = 2 \times 17 = 34$ ，

1 是乘积二倍项时， $2^n + 2^{18} + 1 = (2^9)^2 + 2 \cdot 2^9 \cdot 2^{-10} + (2^{-10})^2 = (2^9 + 2^{-10})^2$ ，此时 $n = -20$ ，

综上所述， n 可以取到的数是 10、34、-20，不能取到的数是 36。故选：D。

【点睛】本题考查了完全平方公式，难点在于要分情况讨论，熟记完全平方公式结构是解题的关键。

5. (2020·山东威海·初二期中) 将多项式 $x^2 + 4$ 加上一个整式，使它成为完全平方，则下列不满足条件的整式是 ()

- A. -4 B. $\pm 4x$ C. $\frac{1}{16}x^4$ D. $\frac{1}{16}x^2$

【答案】D

【分析】分 x^2 是平方项与乘积二倍项，以及单项式的平方三种情况，根据完全平方公式讨论求解。

【解析】解：①当 x^2 是平方项时， $4 \pm 4x + x^2 = (2 \pm x)^2$ ，则可添加的项是 $4x$ 或 $-4x$ ；

②当 x^2 是乘积二倍项时， $4 + x^2 + \frac{1}{16}x^4 = (2 + \frac{1}{4}x^2)^2$ ，则可添加的项是 $\frac{1}{16}x^4$ ；

③若为单项式，则可加上 -4。故选：D。

【点睛】本题考查了完全平方公式，比较复杂，需要我们全面考虑问题，首先考虑三个项分别充当中间项的情况，就有三种情况，还有就是第四种情况加上一个数，得到一个单独的单项式，也是可以成为一个完全平方，这种情况比较容易忽略，要注意。

6. (2020·浙江桐乡·初二月考) 若代数式 $x^2 + ax + 64$ 是一个完全平方，则 a 的值是 ()

- A. -16 B. 16 C. 8 D. ± 16

【答案】D

【解析】试题分析：根据完全平方式的意义，首平方，尾平方，中间加减积的2倍，可知 $a=\pm 2\times 8=16$ 。

故选：D。

点睛：此题主要考查了完全平方式的意义，解题关键是明确公式的特点，即：完全平方式分两种，一种是完全平方和公式，就是两个整式的和括号外的平方。另一种是完全平方差公式，就是两个整式的差括号外的平方。算时有一个口诀“首末两项算平方，首末项乘积的2倍中间放，符号随中央。”

7. (2020·长春市第五十二中学月考) 若 $x^2+2(m-5)x+16$ 是完全平方式，则 m 的值是 ()

A. 5 B. 9 C. 9或1 D. 5或1

【答案】C。

【分析】有完全平方式的特征，列式进行计算，即可得到答案。

【解析】解：∵ $x^2+2(m-5)x+16$ 是完全平方式，∴ $2(m-5)=\pm 2\times 1\times 4$ ，∴

$$2m-10=\pm 8,$$

解得： $m=9$ 或 $m=1$ ；故选：C。

【点睛】本题考查了完全平方式的应用，解题的关键是掌握完全平方式的特征进行解题。

题型5 完全平方式的应用（知二求二）。

解题技巧：用 $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ 可推导除一些变式。

$$\textcircled{1} a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(a-b)^2+2ab=\frac{1}{2}[(a+b)^2+(a-b)^2].$$

$$\textcircled{2} 2ab=(a+b)^2-(a^2+b^2)=(a^2+b^2)-(a-b)^2=\frac{1}{2}[(a+b)^2-(a-b)^2].$$

注：变式无需记忆。在完全平方公式中，主要有 $(a+b)^2$ 、 $(a-b)^2$ 、 a^2+b^2 、 ab 等模块，都可以通过 $(a+b)^2$ 与 $(a-b)^2$ 相结合推导出来。

1. (2020·全国初二课时练习) 若 $(a+3b)^2=11$ ， $a-3b=4$ ，则 ab 的值是 ()

A. $-\frac{9}{4}$ B. $\frac{7}{12}$ C. $-\frac{5}{12}$ D. $\frac{9}{4}$

【答案】C。

【分析】根据题意，利用完全平方公式把 $(a+3b)^2$ 展开，再把 $(a-3b)^2$ 展开，然后两式相减，就可以得到 ab 的值。

【解析】∵ $a-3b=4$ ，∴ $(a-3b)^2=4^2$ ，即 $a^2-6ab+9b^2=16$ 。

又 $Q(a+3b)^2 = a^2 + 6ab + 9b^2 = 11$, $\therefore 12ab = 11 - 16 = -5$, $\therefore ab = -\frac{5}{12}$. 故选 C.

【点睛】本题考查了完全平方公式，解题的关键在于对完全平方公式的熟练运用.

2. (2020·重庆南开中学期末) 若 $x+y=4$, $xy=1$, 则 $x^2+y^2-2=$ _____.

【答案】12

【分析】用完全平方公式进行恒等变形，求出 x^2+y^2 的值再代入求解即可.

【解析】解：由完全平方公式： $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ ，代入数据：得到：

$$4^2 = x^2 + y^2 + 2 \times 1,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 14, \therefore x^2 + y^2 - 2 = 12, \text{ 故答案为: } 12.$$

【点睛】本题考查了完全平方公式及其恒等变形，熟练掌握完全平方公式是解决本题的关键.

3. (2020·山东历下·初一期中) 已知 $(x-2019)^2 + (x-2021)^2 = 30$, 则 $(x-2020)^2 =$ _____.

【答案】14

【分析】设 $x-2020=a$, 则 $x-2019=a+1$, $x-2021=a-1$, 于是原式可变形为关于 a^2 的等式，求出 a^2 即为所求的式子的值.

【解析】解：设 $x-2020=a$, 则 $x-2019=a+1$, $x-2021=a-1$,

因为 $(x-2019)^2 + (x-2021)^2 = 30$, 所以 $(a+1)^2 + (a-1)^2 = 30$,

整理，得： $2a^2 + 2 = 30$, 所以 $a^2 = 14$, 即 $(x-2020)^2 = 14$. 故答案为：14.

【点睛】本题考查了整式乘法的完全平方公式及其变形，设 $x-2020=a$ 、灵活利用整体代入的数学思想是解题的关键.

4. (2020·湖北宜城·初二期末) 若 $(x+y)^2 = 19$, $(x-y)^2 = 5$, 则 $x^2+y^2=$ _____.

【答案】12

【分析】根据完全平方公式的两个关系式间的关键解答即可.

【解析】 $\because (x+y)^2 = 19$, $(x-y)^2 = 5$, $\therefore (x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$,

$$\therefore 19 = 5 + 4xy, \therefore xy = \frac{7}{2}, \therefore x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 5 + 2 \times \frac{7}{2} = 12, \text{ 故答案为: } 12.$$

【点睛】此题考查完全平方公式，熟记公式并掌握两个公式的等量关系是解题的关键.

5. (2020·湖南邵阳·期末) 已知 $(x-y)^2 = 25$, $xy = 14$, 则 x^2+y^2 的值为_____.

【答案】53

【分析】根据题意直接利用完全平方公式将原式变形，进而计算即可得出答案。

【解析】解：∵ $(x-y)^2=25$ ，∴ $x^2-2xy+y^2=25$ ，∵ $xy=14$ ，∴ $x^2+y^2=25+2xy=25+28=53$ 。故答案为：53。

【点睛】本题主要考查完全平方公式，熟练掌握并正确记忆完全平方公式是解题的关键。

6. (2020·江苏省邗江实验学校期中) 若 x, y 满足 $x^2+y^2=8$ ， $xy=2$ ，求下列各式的值。

(1) $(x+y)^2$ ；(2) x^4+y^4 ；(3) $x-y$ 。

【答案】(1) 12；(2) 56；(3) ± 2 。

【分析】(1) 先根据完全平方公式进行变形，再代入求出即可；

(2) 先根据完全平方公式进行变形，再代入求出即可；

(3) 先求出 $(x-y)^2$ 的值，再根据完全平方公式求出即可。

【解析】解：(1) ∵ $x^2+y^2=8$ ， $xy=2$ ，

∴ $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=8+2\times 2=12$ ；

(2) ∵ $x^2+y^2=8$ ， $xy=2$ ，∴ $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=8^2-2\times 2^2=64-8=56$ ；

(3) ∵ $x^2+y^2=8$ ， $xy=2$ ，∴ $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy=8-2\times 2=4$ ，∴ $x-y=\pm 2$ 。

【点睛】本题考查完全平方公式，灵活运用完全平方公式进行变形是解题的关键。

7. (2020·隆昌市知行中学月考) 求值。

若 $a+b=-1$ ， $ab=-12$ ，求① a^2+b^2 ，② $a-b$ 的值。

【答案】① 25，② ± 7 。

【分析】①将 $a+b=-1$ 两边平方，利用完全平方公式展开，把 ab 的值代入即可求出 a^2+b^2 的值；

②计算 $(a-b)^2$ ，利用完全平方公式展开，把 a^2+b^2 与 ab 的值代入计算，开方即可求出值。

【解析】①将 $a+b=-1$ 两边平方得： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=1$ ，

把 $ab=-12$ 代入得： $a^2-24+b^2=1$ ，即 $a^2+b^2=25$ ；

②∵ $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=25-2\times(-12)=49$ ，则 $a-b=\pm 7$ 。

【点睛】本题考查了完全平方公式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键。

8. (2020·射阳县第二初级中学初一期中) 若 $a-b=8$ ， $ab=-9$ ，则 $a^2+b^2=$

_____。

【答案】 46。

【分析】根据完全平方公式： $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$ 可求得结果。

【解析】 $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=64-18=46$ 故答案为： 46。

【点睛】本题考查了完全平方公式的应用，在完全平方公式中，我们要注意有 3 个模块 $(a\pm b)^2$ 、

ab 、 a^2+b^2 ，已知其中的任意 2 个模块，通过公式变形，都可求得第三个模块。

题型 6 完全平方公式应用 $\left(x \pm \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} \pm 2$ 。

1. (2020·全国初二课时练习) 若 $x - \frac{1}{x} = 3$ ，则 $\frac{x^2}{x^4+1} =$ ()

- A. 11 B. 7 C. $\frac{1}{11}$ D. $\frac{1}{7}$

【答案】C

【分析】先由 $x - \frac{1}{x} = 3$ 两边同时平方变形为 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$ ，进而变形为 $\frac{x^4+1}{x^2} = 11$ ，从而得解。

【解析】解：∵ $x - \frac{1}{x} = 3$ ，∴ $x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$ ，

∴ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$ ，∴ $\frac{x^4+1}{x^2} = 11$ ，∴ $\frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{11}$ ，故选：C。

【点睛】此题要运用完全平方公式进行变形.根据 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ 把原式变为

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$ ，再通分，最后再取倒数.易错点是忘记加上两数积的 2 倍。

2. (2020·四川锦江·初二学业考试) 已知 $x + \frac{1}{x} = 7$ ，则 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ _____。

【答案】47

【分析】直接利用完全平方公式计算得出答案。

【解析】∵ $x + \frac{1}{x} = 7$ ，∴ $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 49$ ，即 $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 49$ ，

则 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 47$ ，故答案为：47。

【点睛】此题主要考查了分式的化简求值以及完全平方公式，正确运用公式是解题关键。

3. (2020·长春市第四十七中学月考) 回答下列问题：

(1) 填空 $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \underline{\hspace{1cm}} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \underline{\hspace{1cm}}$ 。(2) 若 $a + \frac{1}{a} = 5$ ，求 $a^2 + \frac{1}{a^2}$

的值。

【答案】(1) 2, 2; (2) 23

【分析】(1) 利用完全平方公式变形即可得到结果；

(2) 原式利用完全平方公式化简，将已知等式代入计算即可求出值；

【解析】解：（1） $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$. 故答案为：2；2；

（2） $\because a + \frac{1}{a} = 5 \therefore$ 原式 $= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$.

【点睛】本题考查完全平方公式，解题关键在于熟练掌握完全平方公式.

4. （2021·江门市第二中学初二月考）若 $\frac{x^2+x+1}{x} = 4$ ，则 $x^2 + \frac{1}{x^2} + 1 =$

_____.

【答案】8

【分析】先把 $\frac{x^2+x+1}{x} = 4$ 可化为 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，再将 $x^2 + \frac{1}{x^2} + 1$ 化为 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 1$ ，然后代入即可解答。

【解析】解： $\because \frac{x^2+x+1}{x} = 4$ 可化为 $x + \frac{1}{x} = 3$ ， $x^2 + \frac{1}{x^2} + 1$ 化为 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 1$

$\therefore$ 原式 $= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 1 = 3^2 - 1 = 8$.

【点睛】本题考查了代数式求值，解题关键在于对等式的变形和完全平方公式的灵活运用。

5. （2020·四川南充·一模）若 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$ ，则 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ 的值为（ ）

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【答案】B

【分析】先由 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$ 计算出 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ ，再由 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ ，按完全平方公式展开，代入数值即可。

【解析】解：由 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9, \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$,

则 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 7 - 2 = 5$. 故选：B.

【点睛】本题考查完全平方公式，解题关键是熟记公式的几个变形公式.

6. （2020·上海市久隆模范中学初一期中）已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$ ，求 $x^4 + \frac{1}{x^4} =$

_____。

【答案】47.

【分析】根据已知等式两边同时除以 x ，得到 $x + \frac{1}{x}$ 的值，然后利用完全平方公式求出

$x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值，最后再利用完全平方公式求 $x^4 + \frac{1}{x^4}$ 的值即可.

【解析】 $\because x^2 - 3x + 1 = 0$ ， $x \neq 0$ ， $\therefore$ 两边同时除以 x 得： $x - 3 + \frac{1}{x} = 0$ ，即 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，

$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9$ ，即 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ ， $\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 49$ ， $\therefore$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$.

【点睛】本题考查已知式子的值求代数式的值，熟练应用等式的基本性质及完全平方公式是解题的关键.

7. (2020·四川省金堂县隆盛镇初级中学初一月考) 已知 $a^2 - a + 1 = 2$ ，那么 $a^2 + a^{-2}$ 的值是_____.

【答案】3.

【分析】把 $a^2 - a + 1 = 2$ 化为 $a - \frac{1}{a} = 1$ ，再由 $a^2 + a^{-2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$ 即可求解.

【解析】 $\because a^2 - a + 1 = 2$ ， $\therefore a^2 - 1 = a$ ， $\therefore a - \frac{1}{a} = 1$ ，

$\therefore a^2 + a^{-2} = a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = 1 + 2 = 3$ 故答案为：3.

【点睛】本题考查了完全平方公式的变形应用，根据题目的特点，正确利用完全平方公式的变形是解决问题的关键.

8. (2020·四川雁江·初二期末) 已知 $x + \frac{1}{x} = 2$ ，求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ， $x^4 + \frac{1}{x^4}$ 的值.

【答案】2，2.

【分析】将已知的等式左右两边分别平方，再展开求得.

【解析】解： $\because x + \frac{1}{x} = 2$ ， $\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 2^2$ ， $\therefore x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 4$ ，

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ ， $\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 2^2$ ， $\therefore x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 4$ ， $\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 2$.

【点睛】本题考查了完全平方公式，关键是把所求代数式整理为与所给等式相关的形式或与得到结果相关的形式.

9. (2020·重庆北碚·初三其他) 已知 $x - \frac{1}{x} = 1$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 等于 ()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

【答案】A

【分析】把已知条件两边平方，然后利用完全平方公式展开整理即可得解.

【解析】 $\because x - \frac{1}{x} = 1, \therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1$, 即 $x^2 - 2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 1, \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$. 故选 A.

【点睛】本题考查了完全平方公式，解题的关键在于乘积二倍项不含字母.

题型 7 配方法的应用

解题技巧 运用 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$. 一个式子求解多个未知数，考虑平方的非负性，初中阶段目前所学具有非负性的有 $|a|, b^{2n}$ (n 为正整数).

1. (2020·广西兴业·月考) 代数式 $x^2 - 4x + 3$ 的最小值为 ().

- A. -1 B. 0 C. 3 D. 5

【答案】A

【分析】利用配方法对代数式做适当变形，通过计算即可得到答案.

【解析】代数式 $x^2 - 4x + 3 = x^2 - 4x + 4 - 1 = (x - 2)^2 - 1$.

$\because (x - 2)^2 \geq 0, \therefore (x - 2)^2 - 1 \geq -1$ 即代数式 $x^2 - 4x + 3 \geq -1$ 故选: A.

【点睛】本题考查了完全平方公式和不等式的知识，解题的关键是熟练掌握完全平方公式和不等式的性质，从而完成求解.

2. (2020·江苏宝应·初一期中) 已知 $a = \frac{1}{2019} + 2018$, $b = \frac{1}{2019} + 2019$,

$c = \frac{1}{2019} + 2020$, 则代数式 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$ 的值为_____.

【答案】3

【分析】把已知的式子化成 $\frac{1}{2}[(a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2]$ 的形式，然后代入求解.

【解析】解: $\because a = \frac{1}{2019} + 2018, b = \frac{1}{2019} + 2019, c = \frac{1}{2019} + 2020$,

$\therefore a - b = -1, a - c = -2, b - c = -1$,

则原式 $= \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc)$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/865324141234012043>