



26.1 反比例函数



题型 梳理

按住 **ctrl** 并单击，可访问相关题型链接

【题型 1】反比例函数的概念	4
【题型 2】用待定系数法求反比例函数的解析式	7
【题型 3】反比例函数的图象的对称性	10
【题型 4】反比例函数的图象的性质	13
【题型 5】反比例函数中比例系数 k 的几何意义	16
【题型 6】反比例函数与一次函数的图象在同一坐标系中表示	19
【题型 7】反比例函数与一次函数综合	24

新知 梳理

1. 反比例函数

(1) 概念：一般地，形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的函数，叫做反比例函数。其中 x 是自变量， y 是函数。自变量 x 的取值范围是不等于 0 的一切实数。

(2) 三种表示形式

① $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$).

② $xy = k$ (k 为常数, $k \neq 0$).

③ $y = kx^{-1}$ (k 为常数, $k \neq 0$).

(2) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中的 x, y 成反比例, 无论变量 x, y 怎样变化, k 的值始终等于 x 与 y 的乘积, 因此人们习惯上称 k 为比例系数, 若 $k=0$, 则 $y=0$ 恒成立, 为一常数函数, 失去了反比例函数的意义.

2. 用待定系数法求反比例函数的解析式

(1) 设——根据题意, 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$;

(2) 代——把它的一对对应值 (x, y) 代入 $y = \frac{k}{x}$ 中, 得到关于 k 的方程;

(3) 解——解方程, 求出常数 k ;

(4) 写——把 k 的值代入反比例函数的解析式中即可写出解析式.

3. 反比例函数的图象和性质

(1) 反比例函数图象的画法

①列表: 自变量的取值以原点 O 为中心, 一般地, 在点 O 的两边分别取三列表对或三对以上互为相反数的数, 并计算相应的 y 值, 以表格的形式表示出来;

②描点: 以表格中各对对应值为点的坐标, 描出各点;

③连线: 按照从左到右的顺序用平滑的连线曲线顺次连接各点并向两端延伸.

(2) 反比例函数图象的特点

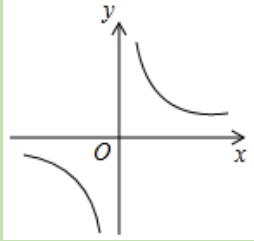
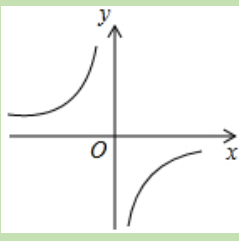
①反比例函数的图象是双曲线, 它的两个分支分别位于第一、第三象限或第二、第四象限;

②双曲线有两个分支, 延伸部分无限接近坐标轴, 但永远不与坐标轴相交;

③双曲线既是中心对称图形 (对称中心是原点), 又是轴对称图形 (对称轴是直线 $y=x$ 或直线 $y=-x$).

- (3) ①自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ 的一切实数；
 ②必须用平滑的曲线连接各点，而不能用折线；
 ③因为 $x \neq 0$, $y \neq 0$, 所以图象不可能经过原点，且与 x 轴、 y 轴都没有交点；
 ④为了更好地反映图象的全貌，要尽可能多地取一些数值，多描一些点.

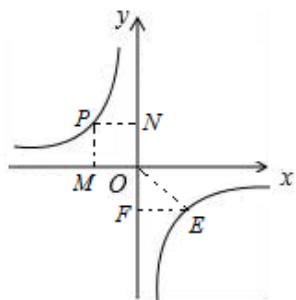
(4) 反比例函数的性质：

反比例函数	$y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$	
k 的符号	$k > 0$	$k < 0$
图象		
性质	<p>(1) 自变量 x 的取值范围为 $x \neq 0$；</p> <p>(2) 图象的两个分支分别位于第一、第三象限，在每一个象限内，y 随 x 的增大而减小</p>	<p>(1) 自变量 x 的取值范围为 $x \neq 0$；</p> <p>(2) 图象的两个分支分别位于第二、第四象限，在每一个象限内，y 随 x 的增大而增大</p>

4. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中比例系数 k 的几何意义

如图，过双曲线上任意一点 $P(x, y)$ 分别作 x 轴、 y 轴的垂线 PM , PN , 所得长方形 $PMON$ 的面积 $S = PM \cdot PN$

$= |y| \cdot |x| = |xy|$. 因为 $y = \frac{k}{x}$, 所以 $xy = k$, 所以 $S = |k|$, 即过双曲线上任意一点作 x 轴、 y 轴的垂线, 所得长方形的面积为 $|k|$.



思维进阶

1. 识别一个函数是不是反比例函数，可对照反比例函数的基本形式 $y = \frac{k}{x}$ 或变形形式 $xy = k$ (k 是常数, $k \neq 0$), $y = kx^{-1}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 进行筛选.
2. 因为 $y = -\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中 k 有正、负之分，所以在利用函数解析式求矩形、三角形面积时，都加上绝对值符号.

【题型 1】反比例函数的概念

庖丁解例



例 1

(2024 秋·沅陵县校级月考) 下列等式中, y 是 x 的反比例函数的是()

A. $y = \frac{x}{2}$

B. $\frac{y}{x} = -3$

C. $y = 5x - 1$

D. $xy = \frac{1}{2}$

【答案】 D

【分析】根据反比例函数的定义：形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的函数称为反比例函数，分别判断即可.

【解答】解： $y = \frac{x}{2}$ 是正比例函数，不是反比例函数，

故 A 不符合题意；

$\frac{y}{x} = -3$ 不是反比例函数，

故 B 不符合题意；

$y = 5x - 1$ 是一次函数，不是正比例函数，

故 C 不符合题意；

$xy = \frac{1}{2}$ ，是反比例函数，

故 D 符合题意，

故选： D .

◀ 点拨 ▶

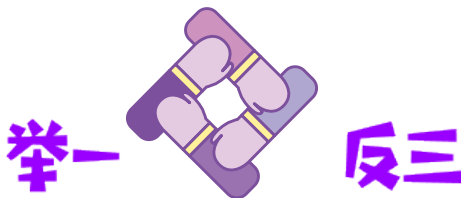
判断一个函数是不是反比例函数，先看它是否能写成反比例函数的三种解析式形式，再看 k 是否为不等于 0 的常数.

反比例函数的三种表示形式：

① $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) .

② $xy = k$ (k 为常数， $k \neq 0$) .

③ $y = kx^{-1}$ (k 为常数， $k \neq 0$) .



【变式 1】 (2023 秋·古冶区期末) 下列函数中， y 是 x 的反比例函数的是 ()

A. $y = \frac{3}{x}$ B. $y = \frac{1}{2}x^2$ C. $y = \frac{1}{3}x$ D. $y = \frac{1}{3}x+1$

【变式 2】 (2023 秋·斗门区期末) 在下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是()

A. $y = 2x$ B. $y = \frac{x}{2}$ C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = \frac{2}{x-1}$

【变式 3】 (2023 秋·怀化期末) 下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是()

A. $y = 2x-1$ B. $y = \frac{1}{x}$ C. $y = \frac{1}{x^2}$ D. $y = -x^2 + 2x$



1. **【答案】** A

【分析】 根据反比例函数的定义解答即可.

【解答】 解: $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = \frac{1}{3}x$, $y = \frac{1}{3}x+1$ 不是反比例函数, 不符合题意;

$y = \frac{3}{x}$ 是反比例函数, 符合题意.

故选: A.

2. **【答案】** C

【分析】 根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 转化为 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$) 的形式, 可得答案.

【解答】 解: A、 $y = 2x$ 不是反比例函数, 故不符合题意;

B、 $y = \frac{x}{2}$ 不是反比例函数, 故不符合题意;

C、 $y = \frac{2}{x}$ 是反比例函数, 故符合题意;

D、 $y = \frac{2}{x+2}$ 不是反比例函数, 故不符合题意.

故选: C.

3. **【答案】** B

【分析】 根据形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的函数称为反比例函数, 即可判断.

【解答】解：A、 $y=2x-1$ 是一次函数，不是反比例函数，

故A选项不符合题意；

B、 $y=\frac{1}{x}$ 是反比例函数， $k=1$ ，

故B选项符合题意；

C、 $y=\frac{1}{x^2}$ 不是反比例函数，

故C选项不符合题意；

D、 $y=-x^2+2x$ 的次数是2次的，不是反比例函数，

故D选项不符合题意，

故选：B.

【题型2】用待定系数法求反比例函数的解析式



(2024·双柏县三模) 已知反比例函数的图象经过点(1,-3)，那么该反比例函数的表达式为()

A. $y=-\frac{3}{x}$

B. $y=\frac{3}{x}$

C. $y=3x$

D. $y=-3x$

【答案】 A

【分析】 根据待定系数法求反比例函数解析式解答即可.

【解答】 解：设反比例函数解析式为 $y=\frac{k}{x}$ ，

∵反比例函数的图象经过点(1,-3)，

∴ $k=-3$ ，

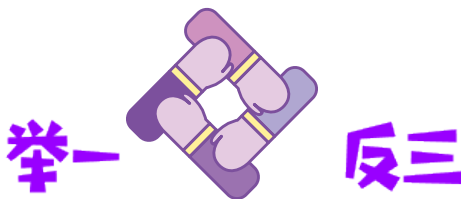
∴ 反比例函数解析式为 $y = -\frac{3}{x}$.

故选：A.

◀ 点拨 ▶

用待定系数法求反比例函数解析式的一般步骤：

- ① 设出含有待定系数的函数解析式；
- ② 把已知条件（自变量与函数的对应值）代入解析式，得到关于待定系数的方程（组）；
- ③ 解方程（组），求出待定系数；④ 将求得的待定系数的值代回所设的解析式.



【变式 4】 （2024•罗平县模拟）若反比例函数的图象经过点 $(-3, 5)$ ，则该反比例函数的解析式为()

- A. $y = -\frac{15}{x}$ B. $y = \frac{15}{x}$ C. $y = -15x$ D. $y = 15x$

【变式 5】 （2024•渭城区二模）在平面直角坐标系中，已知点 $A(1, m)$ ， $B(4, m-3)$ 在同一个反比例函数的图象上，则这个反比例函数的表达式是 _____.

【变式 6】 （2024•昭阳区一模）若点 $P(-3, 2)$ 关于原点的对称点在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，则该反比例函数的解析式为 _____.



4. 【答案】 A

【分析】把 $(-3,5)$ 代入函数 $y=\frac{k}{x}$ 中求出 k 的值即可求出函数解析式.

【解答】解: 设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$,

把 $(-3,5)$ 代入函数 $y=\frac{k}{x}$, 得, $k=-3\times 5=-15$.

所以, 反比例函数的解析式为: $y=-\frac{15}{x}$.

故选: A.

5. 【答案】 $y=\frac{4}{x}$.

【分析】设这个反比例函数的表达式是 $y=\frac{k}{x}$, 根据题意列方程 $1\times m=4\times(m-3)=k$,

求得 $m=4$, 于是得到结论.

【解答】解: 设这个反比例函数的表达式是 $y=\frac{k}{x}$,

Q 点 $A(1,m)$, $B(4,m-3)$ 在同一个反比例函数的图象上,

$$\therefore 1\times m=4\times(m-3)=k,$$

$$\therefore m=4,$$

$$\therefore k=4,$$

\therefore 这个反比例函数的表达式是 $y=\frac{4}{x}$,

故答案为: $y=\frac{4}{x}$.

6. 【答案】 $y=-\frac{6}{x}$.

【分析】先求出点 $P(-3,2)$ 关于原点的对称点, 再代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 即可求解.

【解答】解: 点 $P(-3,2)$ 关于原点的对称点是 $(3,-2)$,

把 $(3,-2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得: $k=-6$,

∴ 该反比例函数的解析式为 $y = -\frac{6}{x}$,

故答案为: $y = -\frac{6}{x}$.

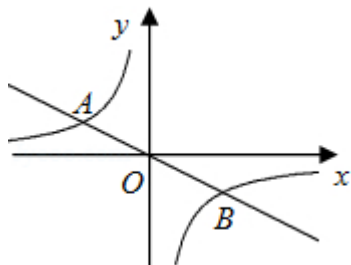
【题型3】反比例函数的图象的对称性



例3

(2023·海口二模) 如图, 直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于 $A(-2, 1)$ 、 B 两点,

则点 B 坐标为()



A. $(2, -1)$

B. $(1, -2)$

C. $(1, -\frac{1}{2})$

D. $(\frac{1}{2}, -1)$

【分析】 反比例函数的图象是中心对称图形, 则经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称.

【解答】 解: 点 A 与 B 关于原点对称,

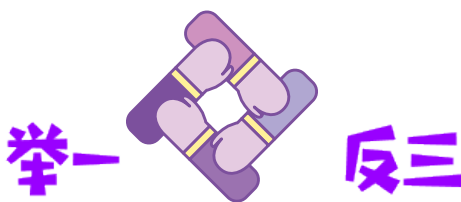
∴ B 点的坐标为 $(2, -1)$.

故选: A .

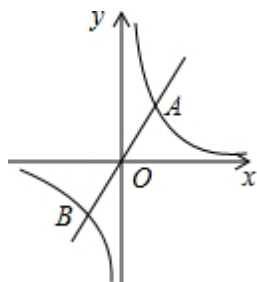
◀ 点拨 ▶

反比例函数图象的对称性:

反比例函数图象既是轴对称图形又是中心对称图形, 对称轴分别是: ①二、四象限的角平分线 $y = -x$; ②一、三象限的角平分线 $y = x$; 对称中心是: 坐标原点.



【变式 7】 (2024·汝南县一模) 如图, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 与直线 $y = mx$ 相交于 A 、 B 两点, B 点坐标为 $(-2, -3)$, 则 A 点坐标为()



- A. $(-2, -3)$ B. $(2, 3)$ C. $(-2, 3)$ D. $(2, -3)$

【变式 8】 (2023 秋·宣汉县期末) 正比例函数 $y = \frac{2}{3}x$ 与反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象相交于 A 、 B 两点, 其中点 A 的坐标为 $(3, 2)$, 那么点 B 的坐标为()

- A. $(-3, -2)$ B. $(-3, 2)$ C. $(-2, -3)$ D. $(2, 3)$

【变式 9】 (2023 秋·竞秀区期末) 如图, 点 $P(-2a, a)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与 $\odot O$ 的一个交点, 图中阴影部分的面积为 10π , 则该反比例函数的表达式为()

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/865343134201012012>