

2022-2023 学年深圳中学高考数学试题终极押题卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，则其渐近线方程为

- A. $y = \pm\sqrt{2}x$ B. $y = \pm\sqrt{3}x$ C. $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$ D. $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

2. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \leq 0, \\ x+y \leq 2, \\ x+1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = \frac{x+3}{y+2}$ 的取值范围为 ()

- A. $[\frac{2}{5}, \frac{4}{3}]$ B. $[\frac{2}{5}, 3]$ C. $[\frac{4}{3}, 2]$ D. $[\frac{2}{5}, 2]$

3. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 内有一条以点 $P(1, \frac{1}{3})$ 为中点的弦 AB ，则直线 AB 的方程为 ()

- A. $3x - 3y - 2 = 0$ B. $3x - 3y + 2 = 0$
C. $3x + 3y - 4 = 0$ D. $3x + 3y + 4 = 0$

4. “完全数”是一些特殊的自然数，它所有的真因子（即除了自身以外的约数）的和恰好等于它本身。古希腊数学家毕达哥拉斯公元前六世纪发现了第一、二个“完全数”6 和 28，进一步研究发现后续三个“完全数”分别为 496, 8128, 33550336，现将这五个“完全数”随机分为两组，一组 2 个，另一组 3 个，则 6 和 28 不在同一组的概率为 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

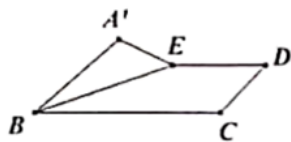
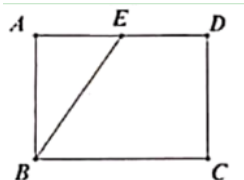
5. 观察下列各式： $x \otimes y = 2$ ， $x^2 \otimes y^2 = 4$ ， $x^3 \otimes y^3 = 9$ ， $x^4 \otimes y^4 = 17$ ， $x^5 \otimes y^5 = 31$ ， $x^6 \otimes y^6 = 54$ ，

$x^7 \otimes y^7 = 92$ ， $\dots$ ，根据以上规律，则 $x^{10} \otimes y^{10} =$ ()

- A. 255 B. 419 C. 414 D. 253

6. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 1$ ， $BC = \sqrt{2}$ ， E 是 AD 的中点，将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起至 $\triangle A'BE$ ，记二面角 $A' - BE - D$

的平面角为 α ，直线 $A'E$ 与平面 $BCDE$ 所成的角为 β ， $A'E$ 与 BC 所成的角为 γ ，有如下两个命题：①对满足题意的任意的 A' 的位置， $\alpha + \beta \leq \pi$ ；②对满足题意的任意的 A' 的位置， $\alpha + \gamma \leq \pi$ ，则 ()



- A. 命题①和命题②都成立
B. 命题①和命题②都不成立
C. 命题①成立，命题②不成立
D. 命题①不成立，命题②成立

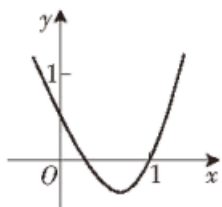
7. 已知复数 z 满足 $z \cdot (1+2i) = 5$ (i 为虚数单位)，则在复平面内复数 z 对应的点位于()

- A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限

8. 已知函数 $f(x) = ax + 1 + |2x^2 + ax - 1|$ ($a \in R$) 的最小值为 0，则 $a =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$
B. -1
C. ± 1
D. $\pm \frac{1}{2}$

9. 如图是二次函数 $f(x) = x^2 - bx + a$ 的部分图象，则函数 $g(x) = a \ln x + f'(x)$ 的零点所在的区间是 ()



- A. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$
B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$
C. $(1, 2)$
D. $(2, 3)$

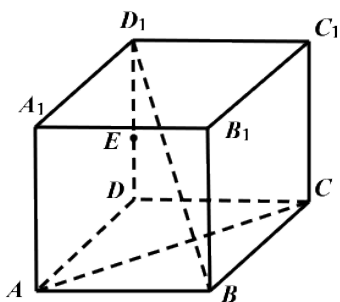
10. 设 $m = \ln 2$, $n = \lg 2$, 则 ()

- A. $m - n > mn > m + n$
B. $m - n > m + n > mn$
C. $m + n > mn > m - n$
D. $m + n > m - n > mn$

11. 设平面 α 与平面 β 相交于直线 m , 直线 a 在平面 α 内, 直线 b 在平面 β 内, 且 $b \perp m$ 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 即不充分不必要条件

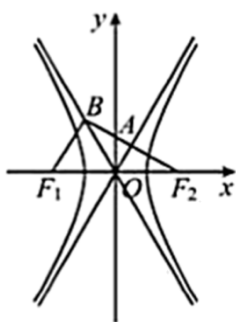
12. 如图, 点 E 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 DD_1 的中点, 点 F, M 分别在线段 AC, BD_1 (不包含端点) 上运动, 则 ()



- A. 在点 F 的运动过程中, 存在 $EF \parallel BC_1$
- B. 在点 M 的运动过程中, 不存在 $B_1M \perp AE$
- C. 四面体 $EMAC$ 的体积为定值
- D. 四面体 FA_1C_1B 的体积不为定值

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 如图, F_1 、 F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点, 过 F_2 的直线与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 A 、 B 两点, 若 $\overrightarrow{F_2A} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{F_1B} \cdot \overrightarrow{F_2B} = 0$, 则双曲线 C 的离心率是_____.



14. 已知单位向量 a, b 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$, 则 $|a - 2b| =$ _____.
15. 若 $(\frac{5}{x} - 3\sqrt{x})^n$ 的展开式中各项系数之和为 32, 则展开式中 x 的系数为_____.
16. 已知实数 x, y 满足 $(2x - y)^2 + 4y^2 = 1$, 则 $2x + y$ 的最大值为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

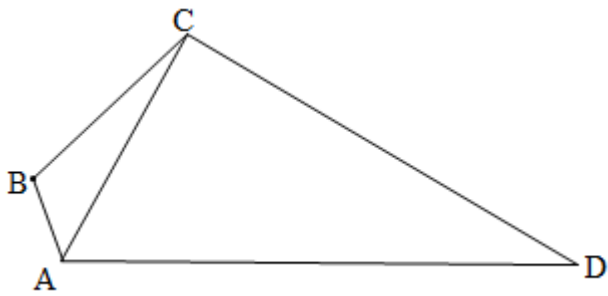
17. (12 分) 已知函数 $f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$, $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$, 且 $x_1 < x_2 < x_3$.

(1) 当 $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的减区间;

(2) 求证: 方程 $f'(x) = 0$ 有两个不相等的实数根;

(3) 若方程 $f'(x) = 0$ 的两个实数根是 α, β ($\alpha < \beta$), 试比较 $\frac{x_1 + x_2}{2}$, $\frac{x_2 + x_3}{2}$ 与 α, β 的大小, 并说明理由.

18. (12 分) 在平面四边形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle ABC = \frac{3\pi}{4}$, $AB \perp AD$, $AB = 1$.



(1) 若 $AC=5$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积；

(2) 若 $\sin \angle CAD = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $AD=4$, 求 CD 的长.

19. (12 分) 已知 O 为坐标原点, 点 $F_1(-\sqrt{2}, 0)$, $F_2(\sqrt{2}, 0)$, $S(3\sqrt{2}, 0)$, 动点 N 满足 $|NF_1| + |NS| = 4\sqrt{3}$, 点 P 为线段 NF_1 的中点, 抛物线 $C: x^2 = 2my (m > 0)$ 上点 A 的纵坐标为 $\sqrt{6}$, $\vec{OA} \cdot \vec{OS} = 6\sqrt{6}$.

(1) 求动点 P 的轨迹曲线 W 的标准方程及抛物线 C 的标准方程;

(2) 若抛物线 C 的准线上一点 Q 满足 $OP \perp OQ$, 试判断 $\frac{1}{|OP|^2} + \frac{1}{|OQ|^2}$ 是否为定值, 若是, 求这个定值; 若不是, 请说明理由.

20. (12 分) [选修 4-4: 极坐标与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} + \sqrt{2} \cos \alpha \\ y = \sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$ (α 是参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴

为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4 \sin \theta$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若射线 $\theta = \beta \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2} \right)$ 与曲线 C_1 交于 O , A 两点, 与曲线 C_2 交于 O , B 两点, 求 $|OA| + |OB|$ 取最大值时 $\tan \beta$ 的值

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - ax + 1 - a (a \in \mathbb{R})$.

(1) 若 $f(x) \leq 0$ 对任意 $x > -1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(2) 求证: $-\ln(x+1) + xe^{x-1} - x + 1 \geq 0$

22. (10 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且过点 $A(0, 1)$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 点 P 是椭圆上异于短轴端点 A, B 的任意一点, 过点 P 作 $PQ \perp y$ 轴于 Q , 线段 PQ 的中点为 M . 直线 AM 与直线 $y = -1$ 交于点 N , D 为线段 BN 的中点, 设 O 为坐标原点, 试判断以 OD 为直径的圆与点 M 的位置关系.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. A

【解析】

分析: 根据离心率得 a, c 关系, 进而得 a, b 关系, 再根据双曲线方程求渐近线方程, 得结果.

详解:

$$\because \frac{c}{a} = \sqrt{3}, \therefore \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2 - b^2}{b^2} = \frac{c^2}{b^2} - 1 = 3 - 1 = 2, \therefore \frac{c}{b} = \sqrt{2}.$$

因为渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$, 所以渐近线方程为 $y = \pm \sqrt{2}x$, 选 A.

点睛: 已知双曲线方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 求渐近线方程: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0 \Rightarrow y = \pm \frac{b}{a}x$.

2. D

【解析】

由题意作出可行域, 转化目标函数 $z = \frac{x+3}{y+2}$ 为连接点 $D(-3, -2)$ 和可行域内的点 (x, y) 的直线斜率的倒数, 数形结合即可得解.

【详解】

由题意作出可行域, 如图,

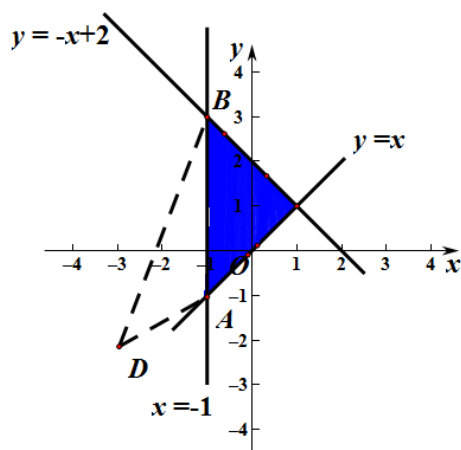
目标函数 $z = \frac{x+3}{y+2}$ 可表示连接点 $D(-3, -2)$ 和可行域内的点 (x, y) 的直线斜率的倒数,

由图可知, 直线 DA 的斜率最小, 直线 DB 的斜率最大,

由 $\begin{cases} x-y=0 \\ x+1=0 \end{cases}$ 可得 $A(-1, -1)$, 由 $\begin{cases} x+y=2 \\ x+1=0 \end{cases}$ 可得 $B(-1, 3)$,

所以 $k_{DA} = \frac{-1+2}{-1+3} = \frac{1}{2}$, $k_{DB} = \frac{3+2}{-1+3} = \frac{5}{2}$, 所以 $\frac{2}{5} \leq z \leq 2$.

故选: D.



【点睛】

本题考查了非线性规划的应用, 属于基础题.

3. C

【解析】

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $\frac{x_1^2}{3} + y_1^2 = 1$, $\frac{x_2^2}{3} + y_2^2 = 1$, 相减得到 $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}k = 0$, 解得答案.

【详解】

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 设直线斜率为 k , 则 $\frac{x_1^2}{3} + y_1^2 = 1$, $\frac{x_2^2}{3} + y_2^2 = 1$,

相减得到: $\frac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{3} + (y_1 + y_2)(y_1 - y_2) = 0$, AB 的中点为 $P\left(1, \frac{1}{3}\right)$,

即 $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}k = 0$, 故 $k = -1$, 直线 AB 的方程为: $y = -x + \frac{4}{3}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查了椭圆内点差法求直线方程, 意在考查学生的计算能力和应用能力.

4. C

【解析】

先求出五个“完全数”随机分为两组, 一组 2 个, 另一组 3 个的基本事件总数为 $C_5^2 = 10$, 再求出 6 和 28 恰好在同一组包含的基本事件个数, 根据即可求出 6 和 28 不在同一组的概率.

【详解】

解: 根据题意, 将五个“完全数”随机分为两组, 一组 2 个, 另一组 3 个,

则基本事件总数为 $C_5^2 = 10$,

则 6 和 28 恰好在同一组包含的基本事件个数 $C_2^2 + C_3^1 = 4$,

∴ 6 和 28 不在同一组的概率 $P = \frac{10-4}{10} = \frac{3}{5}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查古典概型的概率的求法, 涉及实际问题中组合数的应用.

5. B

【解析】

每个式子的值依次构成一个数列 $\{a_n\}$, 然后归纳出数列的递推关系 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + n$ 后再计算.

【详解】

以及数列的应用根据题设条件, 设数字 2, 4, 9, 17, 31, 54, 92, $\dots$ 构成一个数列 $\{a_n\}$, 可得数列 $\{a_n\}$ 满足

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + n \quad (n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*),$$

$$\text{则 } a_8 = a_7 + a_6 + 8 = 54 + 92 + 8 = 154,$$

$$a_9 = a_8 + a_7 + 9 = 154 + 92 + 9 = 255, \quad a_{10} = a_9 + a_8 + 10 = 255 + 154 + 10 = 419.$$

故选: B.

【点睛】

本题主要考查归纳推理, 解题关键是通过数列的项归纳出递推关系, 从而可确定数列的一些项.

6. A

【解析】

作出二面角 α 的补角、线面角 β 、线线角 γ 的补角, 由此判断出两个命题的正确性.

【详解】

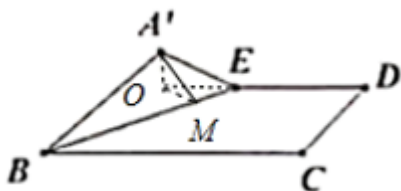
①如图所示, 过 A' 作 $A'O \perp$ 平面 $BCDE$, 垂足为 O , 连接 OE , 作 $OM \perp BE$, 连接 $A'M$.

由图可知 $\angle A'MO = \pi - \alpha$, $\angle A'EO = \beta \leq \angle A'MO = \pi - \alpha$, 所以 $\alpha + \beta \leq \pi$, 所以①正确.

②由于 $BC \parallel DE$, 所以 $A'E$ 与 BC 所成角 $\gamma = \pi - \angle A'ED \leq \angle A'MO = \pi - \alpha$, 所以 $\alpha + \gamma \leq \pi$, 所以②正确.

综上所述, ①②都正确.

故选: A



【点睛】

本题考查了折叠问题、空间角、数形结合方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

7. D

【解析】

根据复数运算，求得 z ，再求其对应点即可判断.

【详解】

$$\text{由 } z = \frac{5}{1+2i} = 1-2i, \text{ 故其对应点的坐标为 } (1, -2).$$

其位于第四象限.

故选：D.

【点睛】

本题考查复数的运算，以及复数对应点的坐标，属综合基础题.

8. C

【解析】

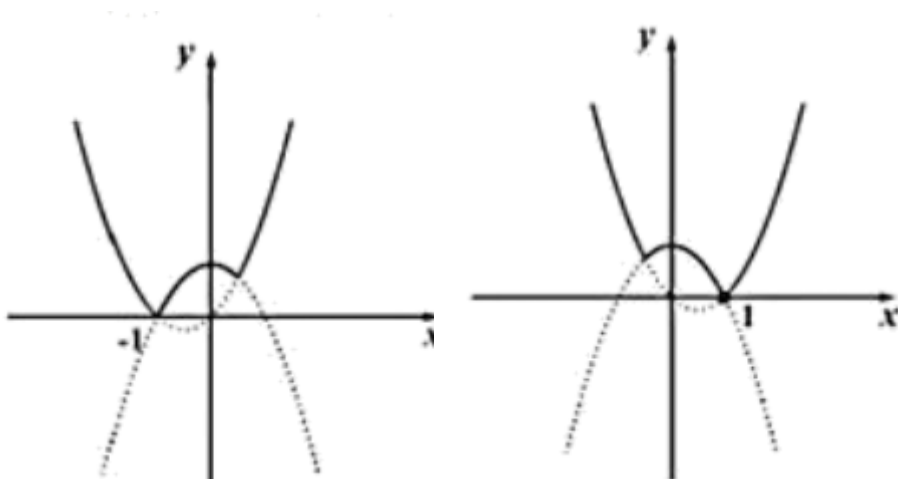
$$\text{设 } \begin{cases} g(x)+h(x)=ax+1 \\ g(x)-h(x)=2x^2+ax-1 \end{cases}, \text{ 计算可得 } f(x)=\begin{cases} 2g(x), g(x)\geq h(x) \\ 2h(x), g(x)<h(x) \end{cases}, \text{ 再结合图像即可求出答案.}$$

【详解】

$$\text{设 } \begin{cases} g(x)+h(x)=ax+1 \\ g(x)-h(x)=2x^2+ax-1 \end{cases}, \text{ 则 } \begin{cases} g(x)=x^2+ax \\ h(x)=1-x^2 \end{cases},$$

$$\text{则 } f(x)=g(x)+h(x)+|g(x)-h(x)|=\begin{cases} 2g(x), g(x)\geq h(x) \\ 2h(x), g(x)<h(x) \end{cases},$$

由于函数 $f(x)$ 的最小值为 0，作出函数 $g(x), h(x)$ 的大致图像，



结合图像， $1 - x^2 = 0$ ，得 $x = \pm 1$ ，

所以 $a = \pm 1$ 。

故选：C

【点睛】

本题主要考查了分段函数的图像与性质，考查转化思想，考查数形结合思想，属于中档题。

9. B

【解析】

根据二次函数图象的对称轴得出 b 范围， y 轴截距，求出 a 的范围，判断 $g(x)$ 在区间端点函数值正负，即可求出结论。

【详解】

$\because f(x) = x^2 - bx + a$ ，结合函数的图象可知，

二次函数的对称轴为 $x = \frac{b}{2}$ ， $0 < f(0) = a < 1$ ，

$\frac{1}{2} < x = \frac{b}{2} < 1$ ， $\because f'(x) = 2x - b$ ，

所以 $g(x) = a \ln x + f'(x) = a \ln x + 2x - b$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增。

又因为 $g\left(\frac{1}{2}\right) = a \ln \frac{1}{2} + 1 - b < 0$ ， $g(1) = a \ln 1 + 2 - b > 0$ ，

所以函数 $g(x)$ 的零点所在的区间是 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 。

故选：B.

【点睛】

本题考查二次函数的图象及函数的零点，属于基础题。

10. D

【解析】

由不等式的性质及换底公式即可得解.

【详解】

解：因为 $m = \ln 2$ ， $n = \lg 2$ ，则 $m > n$ ，且 $m, n \in (0, 1)$ ，

所以 $m + n > mn$ ， $m + n > m - n$ ，

$$\text{又 } \frac{1}{n} - \frac{1}{m} = \frac{1}{\lg 2} - \frac{1}{\ln 2} = \log_2 10 - \log_2 e = \log_2 \frac{10}{e} > \log_2 2 = 1,$$

$$\text{即 } \frac{m-n}{mn} > 1, \text{ 则 } m-n > mn,$$

$$\text{即 } m+n > m-n > mn,$$

故选：D.

【点睛】

本题考查了不等式的性质及换底公式，属基础题.

11. A

【解析】

试题分析： $\alpha \perp \beta$ ， $b \perp m \Rightarrow b \perp \alpha$ ，又直线 a 在平面 α 内，所以 $a \perp b$ ，但直线 a, m 不一定相交，所以“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的充分不必要条件，故选 A.

考点：充分条件、必要条件.

12. C

【解析】

采用逐一验证法，根据线线、线面之间的关系以及四面体的体积公式，可得结果.

【详解】

A 错误

由 $EF \subset \text{平面 } AEC$ ， $BC_1 \parallel AD_1$

而 AD_1 与平面 AEC 相交，

故可知 BC_1 与平面 AEC 相交，所以不存在 $EF \parallel BC_1$

B 错误，如图，作 $B_1M \perp BD_1$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/866152231034010231>