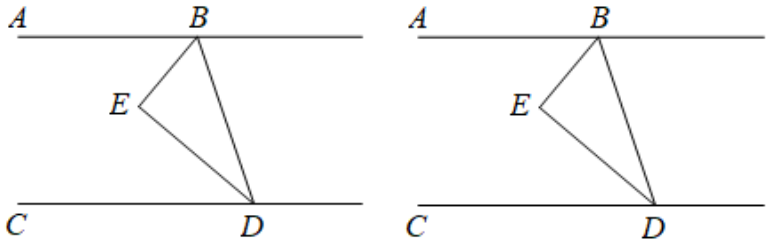
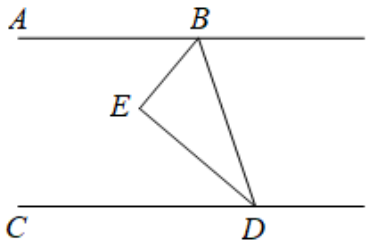
难点特训（一）和平行线有关的压轴大题

1．如图，已知，BE 平分$\angle ABD$，DE 平分$\angle BDC$，且$\angle EBD+\angle EDB=90°$．





(1)求证：$AB \parallel CD$；

(2)射线 BF、DF 分别在$\angle ABE$、$\angle CDE$ 内部，且$\angle BFD=30°$．当$\angle ABE=3\angle ABF$，试探究 $\frac{\angle CDF}{\angle CDE}$ 的值；画出图形，并说明理由．

(3)H 是直线 CD 上一动点（不与点 D 重合），BI 平分$\angle HBD$，试探究$\angle EBI$ 与$\angle BHD$ 的数量关系，画出图形，并说明理由．

【答案】(1)见解析

(2)$\frac{1}{3}$

(3)$\angle BHD=2\angle EBI$ 或$\angle BHD=180°-2\angle EBI$

【分析】（1）根据角平分线的定义可得$\angle ABD=2\angle EBD$，$\angle BDC=2\angle BDE$，然后求出$\angle ABD+\angle BDC=180°$，再根据同旁内角互补，两直线平行证明；

（2）作 $EP \parallel AB$，$FQ \parallel AB$，根据平行线的判定和性质解答即可；

（3）根据角平分线的定义可得$\angle ABD=2\angle EBD$，$\angle HBD=2\angle IBD$，然后分点 H 在点 D 的左边和右边两种情况，表示出$\angle ABH$ 和$\angle EBI$，从而得解．

【详解】（1）证明：∵BE 平分$\angle ABD$，DE 平分$\angle BDC$，

∴$\angle ABD=2\angle EBD$，$\angle CDB=2\angle EDB$，

又∵$\angle EBD+\angle EDB=90°$，

∴∠ABD+∠CBD=2×90°=180°，

∴AB // CD；

（2）作 EP // AB，FQ // AB，如图，

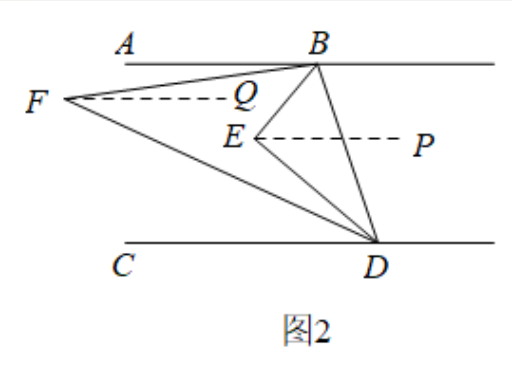


图2

又∵AB // CD，

∴AB // CD // EP，AB // CD // FQ，

∴∠BED=∠ABE+∠CDE=90°，

∴∠BFD=∠ABF+∠CDF

∴$\angle BFD=\frac{1}{3}\angle ABE+\angle CDF=30°=\frac{1}{3}\angle BED$，

∴$\frac{\angle CDF}{\angle CDE}=\frac{1}{3}$

（3）∵BE 平分∠ABD，

∴∠ABD=2∠EBD，

∵BI 平分∠HBD，

∴∠HBD=2∠IBD，

如图 1，点 H 在点 D 的左边时，∠ABH=∠ABD-∠HBD，

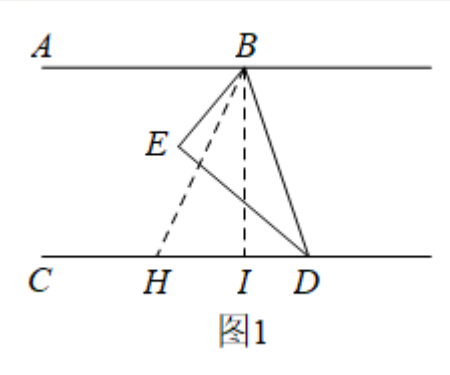


图1

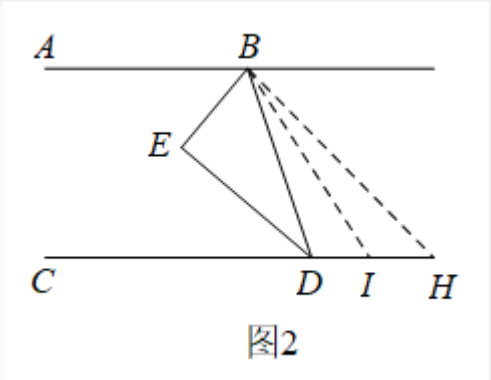


图2

∠EBI=∠EBD-∠IBD，

∴∠ABH=2∠EBI，

∵AB // CD，

∴∠*BHD*＝∠*ABH*，

∴∠*BHD*＝2∠*EBI*，

如图 2，点 *H* 在点 *D* 的右边时，∠*ABH*＝∠*ABD*＋∠*HBD*，

∠*EBI*＝∠*EBD*＋∠*IBD*，

∴∠*ABH*＝2∠*EBI*，

∵*AB* // *CD*，

∴∠*BHD*＝180°−∠*ABH*，

∴∠*BHD*＝180°−2∠*EBI*，

综上所述，∠*BHD*＝2∠*EBI* 或∠*BHD*＝180°−2∠*EBI*.

【点睛】本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，熟记性质是解题的关键，难点在于（3）分情况讨论并理清图中各角度之间的关系.

2．在平面直角坐标系中，*D*（0，﹣3），*M*（4，﹣3），直角三角形 *ABC* 的边与 *x* 轴分别相交于 *O*、*G* 两点，与直线 *DM* 分别交于 *E*、*F* 点，∠*ACB*＝90°.

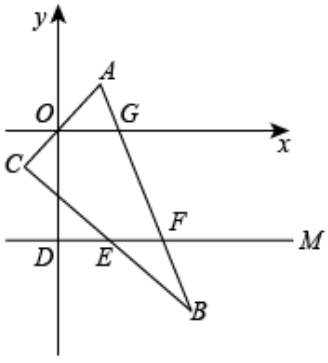


图1

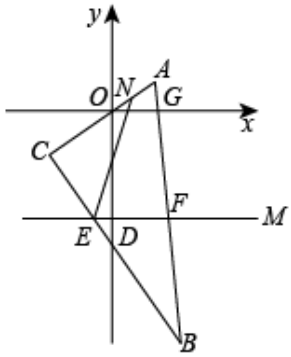


图2

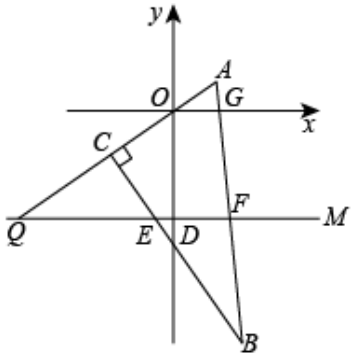


图3

(1)将直角三角形如图 1 位置摆放，如果∠*AOG*＝46°，则∠*CEF*＝____；

(2)将直角三角形 *ABC* 如图 2 位置摆放，*N* 为 *AC* 上一点，

①若∠*NEC*+∠*CEF*＝180°，请直接写出∠*NEF* 与∠*AOG* 之间的等量关系：____；

②若∠*NED*+∠*CEF*＝180°，请判断∠*NEF* 与∠*AOG* 之间的等量关系，并说明理由.

(3)将直角三角形 *ABC* 如图 3 位置摆放，若∠*GOC*＝140°，延长 *AC* 交 *DM* 于点 *Q*，点 *P* 是射线 *GF* 上一动点，探究∠*POQ*，∠*OPQ* 与∠*PQF* 的数量关系，请直接写出结论（题中的所有角都大于 0°小于 180°）：____.

【答案】(1)136°

(2)①∠*NEF*＝2∠*AOG*；②∠*AOG*＋∠*NEF*＝90°；理由见解析

(3)∠*OPQ*＝140°﹣∠*POQ*+∠*PQF* 或 140°﹣∠*POQ*＝∠*OPQ*+∠*PQF*

【分析】（1）作 *CP* // *x* 轴，可得 *CP* // *DM* // *x* 轴，由平行线性质可得∠*AOG*＝∠1，∠2+∠*CEF*＝180°，进而可求∠*CEF* 的大小；

（2）①过点 *C* 作 *CQ*// *x* 轴，可得 *CQ* // *EM* // *x* 轴，则∠*AOG*＝∠*ACQ*，∠*ECQ*＝∠*CEK*，结合已知条件与邻补角的定义可得∠*NEC*＝∠*CEK*，根据∠*ACQ*＋∠*ECQ*＝90°，可得∠*ECQ*＝∠*CEK*＝∠*NEC*＝90°−∠*AOG*，结合∠*CEK*＋∠*NEC*＋∠*NEF*＝180°，可得出答案；

②由 *CQ* // *EM* // *x* 轴，可得∠*AOG*＝∠*ACQ*，∠*ECQ*＝∠*CEK*，结合已知条件与邻补角的定义可得∠*NED*＝∠*CEK*，最后由∠*ACQ*＋∠*ECQ*＝90°，可得出答案；

（3）分两种情况讨论：当点 *P* 在 *GF* 上时，过点 *P* 作 *PN* // *OG*，可得 *NP* // *OG* // *DM*，由平行线性质可得∠*GOP*＝∠*OPN*，∠*PQF*＝∠*NPQ*，可得∠*OPQ*＝∠*GOP*+∠*PQF*，进而可得∠*OPQ*＝140°﹣∠*POQ*+∠*PQF*；当点 *P* 在线段 *GF* 的延长线上时，过点 *P* 作 *PN* // *OG*，可得 *NP* // *OG* // *DM*，由平行线性质可得∠*GOP*＝∠*OPN*，∠*PQF*＝∠*NPQ*，又∠*OPN*＝∠*OPQ*+∠*QPN*，可得∠*GOP*＝∠*OPQ*+∠*PQF*，进而可得 140°﹣∠*POQ*＝∠*OPQ*+∠*PQF*.

【详解】（1）解：如图 1，作 *CP* // *x* 轴，

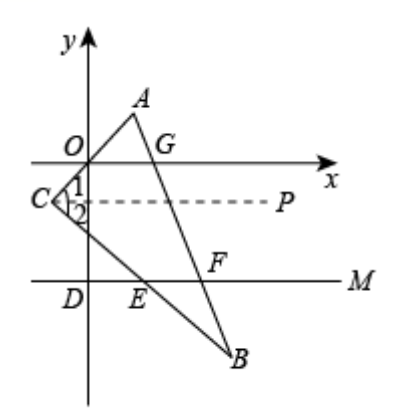


图1

∵*D*（0，﹣3），*M*（4，﹣3），

∴ *DM* // *x* 轴，

∴ *CP* // *DM* // *x* 轴，

∴∠*AOG*＝∠1，∠2+∠*CEF*＝180°，

∴∠2＝180°﹣∠*CEF*，

∵∠1+∠2＝90°，

∴∠*AOG*+180°﹣∠*CEF*＝90°，

∵∠*AOG*＝46°，

∴∠CEF=136°.

故答案为 136°.

（2）解：①过点 C 作 CQ∥x 轴，如图 2 所示：

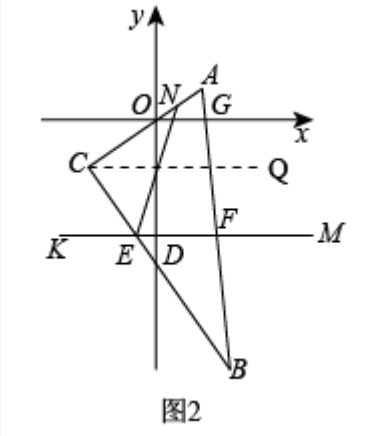


图2

∴CQ ∥ EM ∥ x 轴，

∴∠AOG=∠ACQ，∠ECQ=∠CEK，

∵∠NEC+∠CEF=180°，∠CEK+∠CEF=180°，

∴∠NEC=∠CEK，

∵∠ACQ+∠ECQ=90°，

∴∠ECQ=∠CEK=∠NEC=90°−∠ACQ=90°−∠AOG，

∵∠CEK+∠NEC+∠NEF=180°，

∴2（90°−∠AOG）+∠NEF=180°，

整理得∠NEF=2∠AOG.

故答案为：∠NEF=2∠AOG.

②∠NEF+∠AOG=90°.

理由如下：

∵CQ ∥ EM ∥ x 轴，

∴∠AOG=∠ACQ，∠ECQ=∠CEK，

∵∠NED+∠CEF=180°，∠CEK+∠CEF=180°，

∴∠NED=∠CEK，

∵∠ACQ+∠ECQ=90°，

∴∠AOG+∠NEF=90°.

（3）解：如图 3，当点 P 在 GF 上时，过点 P 作 PN // OG，

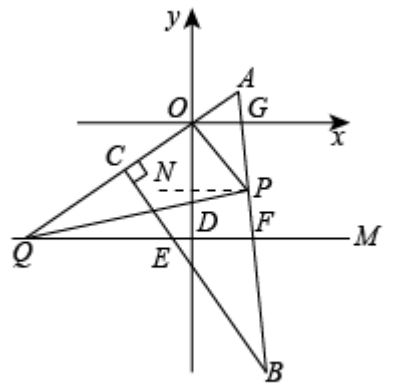


图3

∴NP // OG // DM，

∴∠GOP=∠OPN，∠PQF=∠NPQ，

∴∠OPQ=∠GOP+∠PQF，

∴∠OPQ=140°﹣∠POQ+∠PQF；

如图 4，当点 P 在线段 GF 的延长线上时，过点 P 作 PN // OG，

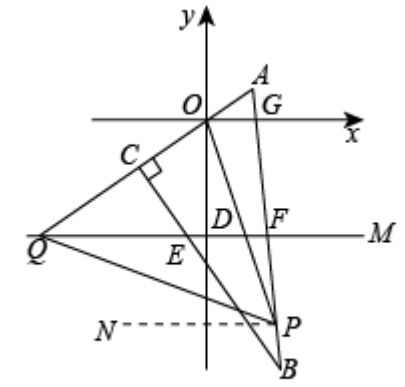


图4

∴NP // OG // DM，

∴∠GOP=∠OPN，∠PQF=∠NPQ，

∵∠OPN=∠OPQ+∠QPN，

∴∠GOP=∠OPQ+∠PQF，

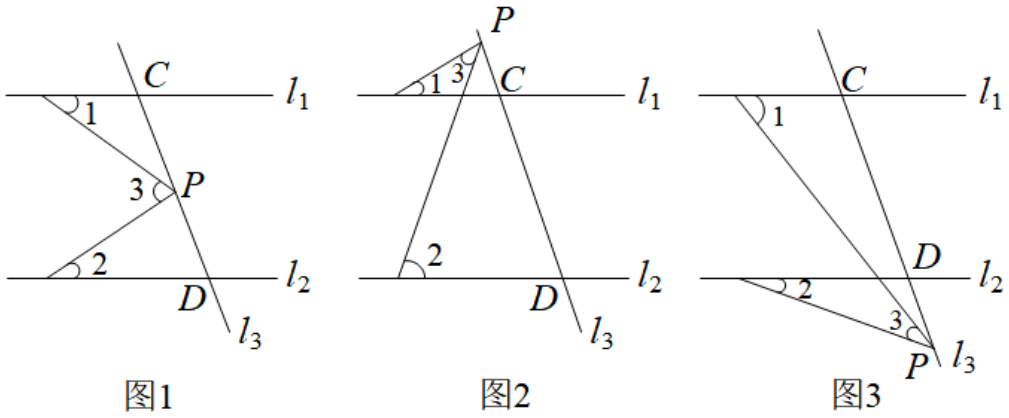
∴140°﹣∠POQ=∠OPQ+∠PQF；

综上分析可知，∠OPQ=140°﹣∠POQ+∠PQF 或 140°﹣∠POQ=∠OPQ+∠PQF.

故答案为：∠OPQ=140°﹣∠POQ+∠PQF 或 140°﹣∠POQ=∠OPQ+∠PQF.

【点睛】本题主要考查了平行线的性质和判定，互余和互补，熟练掌握平行线的性质、余角和补角的等量代换，是解题的关键.

3．已知直线 l_1 // l_2，直线 l_3 交 l_1 于点 C，交 l_2 于点 D，P 是直线 CD 上一点.



(1)如图 1，当点 P 在线段 CD 上时，请你探究∠1，∠2，∠3 之间的关系，并说明理由；

(2)如图 2，当点 P 在线段 DC 的延长线上时，∠1，∠2，∠3 之间的关系是否仍然成立？若成立，请证明；若不成立，请找出它们之间的关系，并说明理由；

(3)如图 3，当点 P 在线段 CD 的延长线上时，请直接写出结论.

【答案】(1)∠3=∠1+∠2，理由见解析

(2)∠2=∠1+∠3，理由见解析

(3)∠1=∠2+∠3，理由见解析

【分析】（1）过点 P 作 $PE\parallel l1$，根据平行线的性质得出∠1=∠APE，∠2=∠BPE，结合图形求解即可；

（2）过点 P 作 $PE\parallel l_1$，根据平行线的性质得出∠1=∠APE，∠2=∠BPE，结合图形求解即可；

（3）方法同（1）（2）类似，进行求解即可

【详解】（1）解：如图所示，过点 P 作 $PE\parallel l_1$

$\because l_1\parallel l_2$

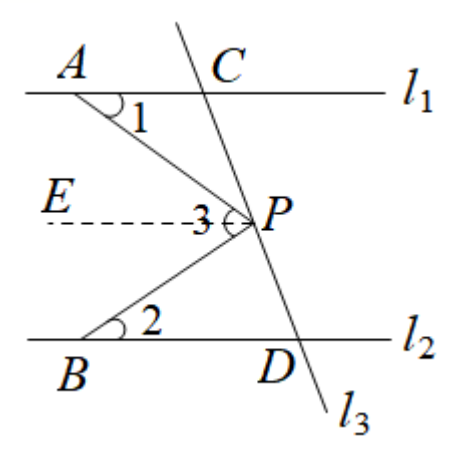
$\therefore PE\parallel l_1\parallel l_2$

∴∠1=∠APE，∠2=∠BPE，

$\because$∠APB=∠APE+∠BPE，

∴∠APB=∠1+∠2，

即∠3=∠1+∠2，



（2）如图所示，过点 P 作 $PE \parallel l_1$

$\because l_1 \parallel l_2$

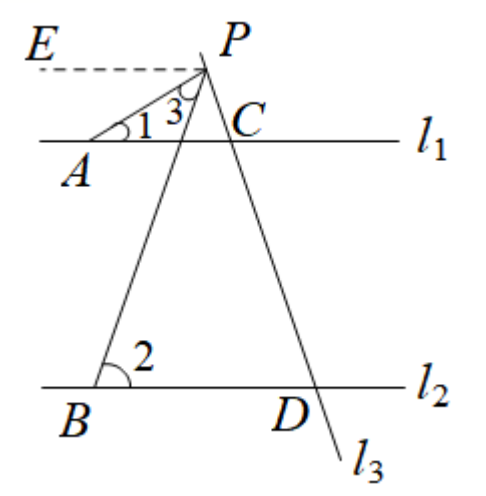
$\therefore PE \parallel l_1 \parallel l_2$

$\therefore \angle 1=\angle APE$，$\angle 2=\angle BPE$，

$\because \angle APB+\angle APE=\angle BPE$，

$\therefore \angle BPE=\angle 1+\angle 3$，

即 $\angle 2=\angle 1+\angle 3$，



（3）过点 P 作 $PE \parallel l_1$

$\because l_1 \parallel l_2$

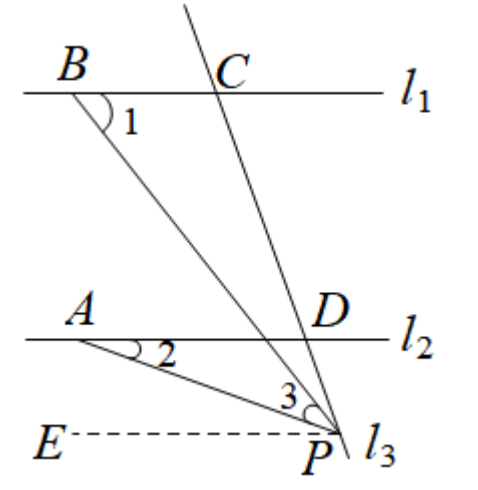
$\therefore PE \parallel l_1 \parallel l_2$

$\therefore \angle 1=\angle BPE$，$\angle 2=\angle APE$，

$\because \angle EPB=\angle APE+\angle BPA$，

$\therefore \angle BPE=\angle 2+\angle 3$，

即 $\angle 1=\angle 2+\angle 3$.



【点睛】题目主要考查平行线的判定和性质，理解题意，作出辅助线，熟练掌握运用平行线的性质是解题关键.

4．如图 1，已知 a∥b，点 A、B 在直线 a 上，点 C、D 在直线 b 上，且 AD⊥BC 于 E.

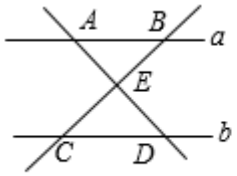


图1

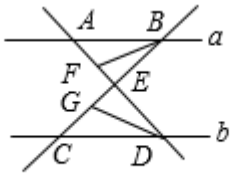


图2

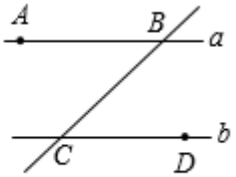


图3

（1）求证：∠ABC+∠ADC=90°；

（2）如图 2，BF 平分∠ABC 交 AD 于点 F，DG 平分∠ADC 交 BC 于点 G，求∠AFB+∠CGD 的度数；

（3）如图 3，P 为线段 AB 上一点，I 为线段 BC 上一点，连接 PI，N 为∠IPB 的角平分线上一点，且∠NCD=$\frac{1}{2}$∠BCN，则∠CIP、∠IPN、∠CNP 之间的数量关系是_____.

【答案】（1）见解析；（2）225°；（3）3∠CNP=∠CIP+∠IPN 或 3∠IPN=∠CIP+∠CNP.

【分析】(1)如图 1 中，过 E 作 EF∥a，利用平行线的性质即可解决问题；

(2)如图 2 中，作 FM∥a，GN∥b，设∠ABF=∠EBF=x，∠ADG=∠CDG=y，可得 x+y=45°，证明∠AFB=180°-（2y+x），∠CGD=180°-（2x+y），推出∠AFB+∠CGD=360°-（3x+3y）即可解决问题；

(3)分两种情形：①当点 N 在∠DCB 内部时，②当点 N′在直线 CD 的下方时，分别画出图形求解即可.

【详解】(1)证明：如图 1 中，过 E 作 EF∥a.

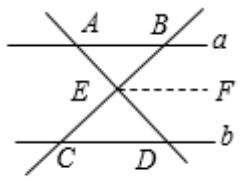


图1

∵a∥b，

∴a∥b∥EF，

∵AD⊥BC，

∴∠BED=90°，

∵EF∥a，

∴∠ABE=∠BEF，

∵EF∥b，

∴∠ADC=∠DEF，

∴∠ABC+∠ADC=∠BED=90°.

(2)解：如图 2 中，作 FM∥a，GN∥b，

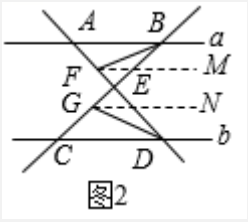


图2

设∠ABF=∠EBF=x，∠ADG=∠CDG=y，

由（1）知：2x+2y=90°，x+y=45°，

∵FM∥a∥b，

∴∠BFD=2y+x，

∴∠AFB=180°-（2y+x），

同理：∠CGD=180°-（2x+y），

∴∠AFB+∠CGD=360°-（3x+3y），

=360°-3×45°=225°.

(3)解：如图，设 PN 交 CD 于 E.

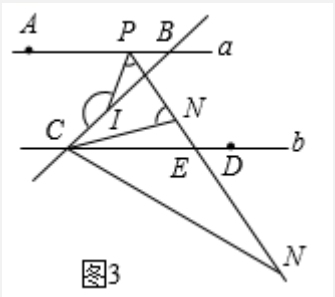


图3

当点 N 在∠DCB 内部时，∵∠CIP=∠PBC+∠IPB，

∴∠CIP+∠IPN=∠PBC+∠BPN+2∠IPE，

∵PN 平分∠EPB，

∴∠EPB=∠EPI，

∵AB∥CD，

∴∠NPE=∠CEN，∠ABC=∠BCE，

∵∠NCE=$\frac{1}{2}$∠BCN，

∴∠CIP+∠IPN=3∠PEC+3∠NCE=3（∠NCE+∠NEC）=3∠CNP.

当点 N′在直线 CD 的下方时，同理可知：∠CIP+∠CNP=3∠IPN，

综上所述：3∠CNP=∠CIP+∠IPN 或 3∠IPN=∠CIP+∠CNP.

【点睛】本题考查平行线的性质，对顶角相等等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

5．如图，点 E、F、分别在直线 AB，CD 上，P 为 AB，CD 之间一点，连接 PE，过点 P 作 $PG//EF$，交 CD 于点 G，$\angle CGP=\angle BEF$.

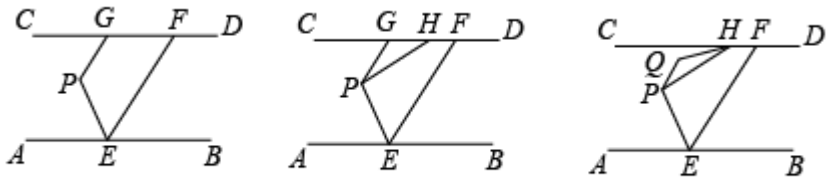


图1　　图2　　图3

(1)如图 1，求证：$AB//CD$；

(2)如图 2，EF 平分$\angle PEB$，H 为线段 GF 上一点，连接 PH.

①若$\angle FHP+\angle PEF=200°$，求$\angle HPG$ 的度数：

②如图 3，HQ 平分$\angle CHP$，交 PG 于点 Q．若$\angle HPE=\alpha$，直接写出$\angle HQP$ 的度数为（结果用含 α 的式子表示）.

【答案】(1)见解析；

(2)①$\angle HPG=20°$；②$\angle HQP=\frac{\alpha}{2}+90°$

【分析】（1）证明$\angle CFE=\angle BEF$，根据平行线的判定可得结论；

（2）①设$\angle PEF=x$，可得$\angle CGP=\angle CFE=x$，然后根据平行线的性质、三角形外角性质、角平分线的定义求出$\angle FHP+\angle PEF=180°-x+\angle HPG+x=180°+\angle HPG$，即可得出答案；

②延长 PQ 交 CD 于点 G，则$\angle GFE=\angle BEF=\angle PEF$，根据平行线的性质可得$\angle EPQ+\angle PEF=180°$，$\angle PGF+\angle GFE=180°$，然后根据三角形外角的性质、角平分线的定义得到$\angle HQP=\angle EPQ+\angle PHQ=\angle HPE+\angle HPQ+\angle PHQ$，等量代换求出 $2\angle HQP=\angle HPE+180°$即可解决问题.

（1）

证明：∵PG // EF，

∴∠CGP＝∠CFE，

∵∠CGP＝∠BEF，

∴∠CFE＝∠BEF，

∴AB // CD；

（2）

解：①∵EF 平分∠PEB，

∴∠PEF＝∠BEF，

设∠PEF＝x，则∠BEF＝x，

由（1）知∠CGP＝∠CFE＝∠BEF，

∴∠CGP＝∠CFE＝x，

∴∠HGP＝180°−∠CGP＝180°−x，

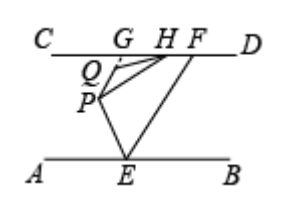
∵∠FHP＝∠HGP＋∠HPG＝180°−x＋∠HPG，

∴∠FHP＋∠PEF＝180°−x＋∠HPG＋x＝180°＋∠HPG，

∵∠FHP＋∠PEF＝200°，

∴∠HPG＝200°−180°＝20°；

②依题意，延长 PQ 交 CD 于点 G，如图所示，则∠GFE＝∠BEF＝∠PEF，



∵PG // EF，

∴∠EPQ＋∠PEF＝180°，∠PGF＋∠GFE＝180°，

由（2）知∠GFE＝∠PEF，

∴∠PGF＝∠EPQ，

∵∠HQP＝∠PGF＋∠CHQ，

∴∠HQP＝∠EPQ＋∠CHQ，

∵HQ 平分∠CHP，

∴∠CHQ＝∠PHQ，

∴∠HQP＝∠EPQ＋∠PHQ＝∠HPE＋∠HPQ＋∠PHQ，

∵∠HPQ＋∠PHQ＝180°−∠HQP，

∴∠HQP＝∠HPE＋180°−∠HQP，

∴2∠HQP＝∠HPE＋180°，

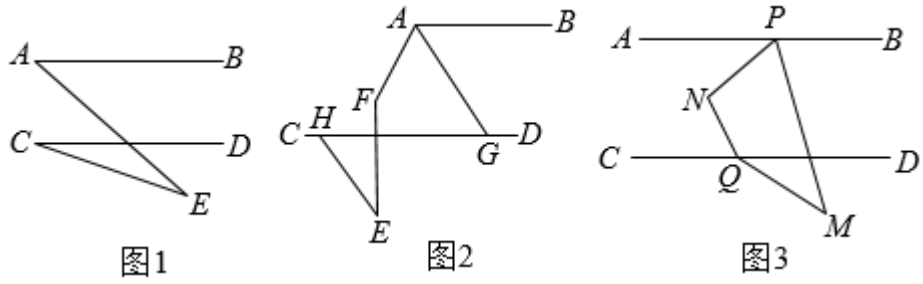
∵∠HPE＝α，

∴2∠HQP＝α＋180°，

∴$\angle HQP=\frac{\alpha}{2}+90°$.

【点睛】此题考查了平行线的判定与性质，三角形外角的性质，角平分线定义等知识，灵活运用平行线的判定定理与性质定理是解题的关键.

6．已知：$AB \parallel CD$.



(1)如图 1，求证：$\angle A=\angle E+\angle C$；

(2)如图 2，点 F 在 AB 、 CD 之间，$\angle EFA=5\angle E, AG$ 平分 $\angle BAF$ 交 CD 于点 G，若 $EH \parallel AG, \angle E=30°$，求 $\angle EHG$ 的大小；

(3)如图 3，点 P、Q 分别在 AB 、 CD 上，点 M 在 CD 下方，点 N 在两平行线之间．$\angle APM=3\angle APN, \angle NQD=3\angle MQD$，请探究 $\angle M$、$\angle N$、$\angle MPN$ 之间的关系．

【答案】(1)证明见解析；

(2)60°；

(3)5∠MPN+3∠M-∠N=360°；

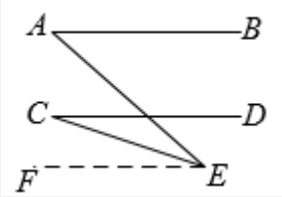
【分析】（1）过点 E 作 $EF \parallel AB$，由 $AB \parallel CD$ 可得 $EF \parallel CD$，根据两直线平行内错角相等，再计算角的和即可证明；

（2）过点 F 作 $FM \parallel AG$，由 $EH \parallel AG$ 可得 $EH \parallel FM$，根据平行线的性质和角平分线的定义由∠E 依次求得∠EFM，∠MFA，∠FAG，∠BAG，∠AGC 即可解答；

（3）过点 N 作 $NE \parallel AB$，过点 M 作 $MF \parallel AB$，由 $AB \parallel CD$ 可得 $NE \parallel CD$，$MF \parallel CD$，由∠APM=3∠APN 可得∠MPN=2∠APN，根据平行线的性质依次求得∠PNE，∠QNE，∠NQD，∠FMQ，再由∠APM+∠PMF=180°化简求值即可；

（1）

证明：如图，过点 E 作 $EF\parallel AB$，



$\because AB\parallel EF$，

$\therefore \angle A=\angle AEF$，

$\because EF\parallel AB$，$AB\parallel CD$，

$\therefore EF\parallel CD$，

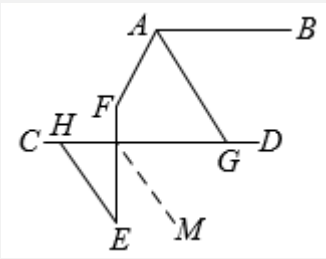
$\therefore \angle CEF=\angle C$，

$\therefore \angle AEF=\angle CEF+\angle AEC=\angle C+\angle AEC$，

$\therefore \angle A=\angle C+\angle AEC$；

（2）

解：如图，过点 F 作 $FM\parallel AG$，



$\because EH\parallel AG$，$FM\parallel AG$，

$\therefore EH\parallel FM$，

$\therefore \angle EFM=\angle E=30°$，

$\because \angle EFA=5\angle E=150°$，

$\therefore \angle MFA=\angle EFA-\angle EFM=120°$，

$\because AG\parallel FM$，

$\therefore \angle FAG=180°-\angle MFA=60°$，

$\because AG$ 平分 $\angle BAF$，

$\therefore \angle BAG=\angle FAG=60°$，

$\because AB\parallel CD$，

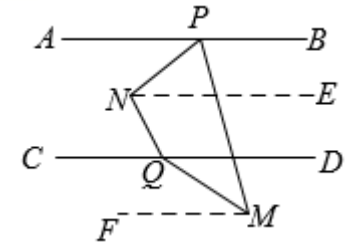
$\therefore \angle AGC=\angle BAG=60°$，

∵$AG∥EH$，

∴$∠EHG=∠AGC=60°$；

（3）

解：如图，过点 N 作 $NE∥AB$，过点 M 作 $MF∥AB$，



$∠APM=3∠APN$，则$∠MPN=2∠APN$，

$AB∥NE$，则$∠PNE=∠APN=\frac{1}{2}∠MPN$，

∴$∠QNE=∠PNQ-∠PNE=∠PNQ-\frac{1}{2}∠MPN$，

$NE∥AB$，$AB∥CD$，则 $NE∥CD$，

∴$∠NQD=180°-∠QNE=180°-∠PNQ+\frac{1}{2}∠MPN$，

$∠NQD=3∠MQD$，则$∠MQD=\frac{1}{3}$（$180°-∠PNQ+\frac{1}{2}∠MPN$）$=60°-\frac{1}{3}∠PNQ+\frac{1}{6}∠MPN$，

$MF∥AB$，$AB∥CD$，则 $MF∥CD$，

∴$∠FMQ=∠MQD=60°-\frac{1}{3}∠PNQ+\frac{1}{6}∠MPN$，

∴$∠PMF=∠FMQ+∠PMQ=60°-\frac{1}{3}∠PNQ+\frac{1}{6}∠MPN+∠PMQ$，

∵$AB∥MF$，

∴$∠APM+∠PMF=180°$，

∴$∠APN+∠MPN+∠PMF=180°$，

∴$\frac{1}{2}∠MPN+∠MPN+60°-\frac{1}{3}∠PNQ+\frac{1}{6}∠MPN+∠PMQ=180°$，

∴$\frac{5}{3}∠MPN+∠PMQ-\frac{1}{3}∠PNQ=120°$，

∴$5∠MPN+3∠PMQ-∠PNQ=360°$；

【点睛】本题考查了平行线的判定和性质，角平分线的定义，角的和差计算等知识；正确作出辅助线是解题关键.

7．如图 1，直线 GH 分别交直线 AB 、CD 于点 E、F（点 F 在点 E 左侧），动点 M、N 不在 AB ，CD ， GH 上．若 $∠1=∠2, EM$ 平分 $∠AEF, ∠HFN=2∠DFN$ ，连 MN .

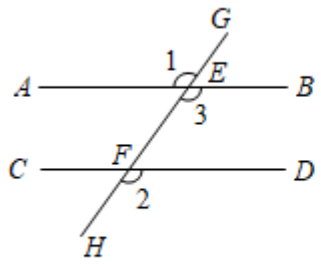


图1

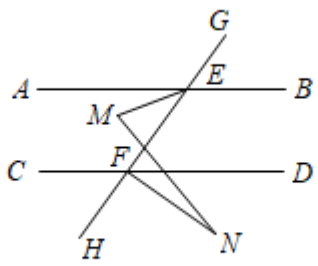


图2

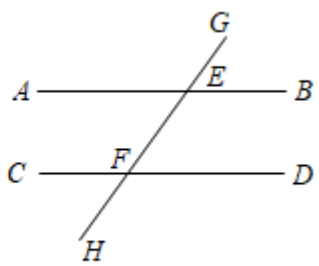


图3

(1)求证：$AB \parallel CD$；

(2)如图 2 所示，点 M、N 停在图 2 位置，且 $\angle M = \angle N + 70°$，求 $\angle AEM$ 度数；

(3)如图 3，点 M 在 GH 左侧，点 N 在 CD 下方运动，请直接写出 $\angle M$ 、 $\angle N$ 、 $\angle AEF$ 三个角之间存在的数量关系_____.（M、F、N 三点不共线）

【答案】(1)见解析

(2) $\angle AEM = 30°$

(3) $\angle M - \angle N = \frac{1}{6}\angle AEF + 60°$ 或 $\angle M + \angle N = \frac{1}{6}\angle AEF + 60°$

【分析】（1）只需要证明 $\angle 2 = \angle 3$，即可证明 $AB \parallel CD$；

（2）如图所示，过点 M 作 $MG \parallel CD$，过点 N 作 $NT \parallel CD$，设 $\angle AEM = a$，则 $\angle AEF = 2a$，$\angle BEF = 180° - 2a$，依据平行线的性质进行证明求解即可；

（3）分点 M 在 CD 上方和点 M 在 CD 下方两种情况求解即可.

(1)

证明：$\because AB$ 与 GH 相交，

$\therefore \angle 1 = \angle 3$，

又 $\because \angle 1 = \angle 2$，

$\therefore \angle 2 = \angle 3$，

$\therefore AB \parallel CD$；

(2)

解：如图所示，过点 M 作 $MG \parallel CD$，过点 N 作 $NT \parallel CD$，设 $\angle AEM = a$，则 $\angle AEF = 2a$，$\angle BEF = 180° - 2a$，

$\because AB \parallel CD$，$MG \parallel CD$，$NT \parallel CD$，

$\therefore AB \parallel MG \parallel CD \parallel NT$，

$\therefore \angle DFH = \angle BEF = 180° - 2a$，$\angle EMG = \angle AEM = a$，$\angle MNT = \angle NMG$，$\angle FNT = \angle DFN$，

$\because \angle HFN=2\angle DFN$，

$\therefore \angle FNT=\angle DFN=\frac{1}{3}\angle DFH=60°-\frac{2}{3}a$，

$\therefore \angle NMG=\angle FNT+\angle FNM$，

$\therefore \angle EMN=\angle EMG+\angle NMG=\angle AEM+\angle FNT+\angle FNM=60°+\frac{1}{3}a+\angle FNM$，

又$\because \angle EMN=\angle FNM+70°$，

$\therefore 60°+\frac{1}{3}a=70°$，

$\therefore a=30°$，

$\therefore \angle AEM=30°$；

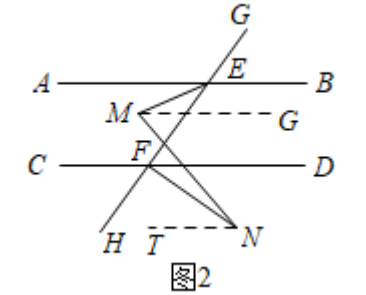


图2

(3)

解：如图 2 所示， 由（1）可知$\angle EMN=\frac{1}{3}\angle AEM+60°+\angle FNM$，$\angle AEF=2\angle AEM$，

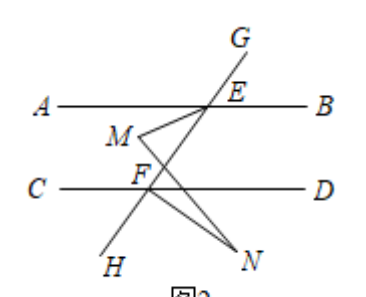


图2

$\therefore \angle M-\angle N=\frac{1}{6}\angle AEF+60°$；

如图 3 所示，过点 M 作 $MG\parallel CD$，过点 N 作 $NT\parallel CD$，

同理可证$\angle EMG=\angle AEM$，$\angle NMG=\angle MNT$，$\angle FNT=\angle DFN=60°-\frac{2}{3}\angle AEM$，$\angle AEF=2\angle AEM$

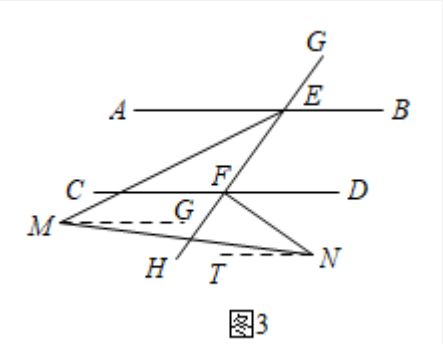


图3

$\therefore \angle MNT=\angle FNT-\angle MNF=60°-\frac{1}{3}\angle AEF-\angle MNF$，

$\therefore \angle EMN=\angle EMG+\angle NMG=\frac{1}{2}\angle AEF+60°-\frac{1}{3}\angle AEF-\angle MNF$

$\therefore \angle EMN+\angle MNF=\frac{1}{6}\angle AEF+60°$，

$\therefore \angle M+\angle N=\frac{1}{6}\angle AEF+60°$；

综上所述，$\angle M-\angle N=\frac{1}{6}\angle AEF+60°$或$\angle M+\angle N=\frac{1}{6}\angle AEF+60°$.

【点睛】本题主要考查了平行线的性质与判定，角平分线的定义，正确作出辅助线，利用分类讨论的思想求解是解题的关键.

8．已知：$AB\parallel CD$.

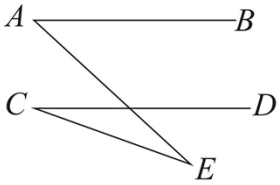


图1

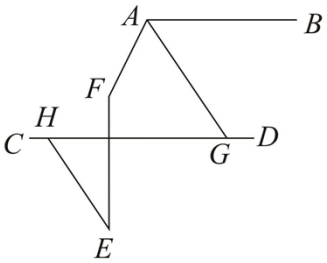


图2

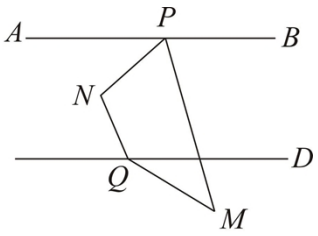


图3

(1)如图 1，求证：$\angle A=\angle E+\angle C$；

(2)如图 2，点 F 在 AB、CD 之间，$\angle BAF=5\angle E$，AG 平分$\angle BAF$ 交 CD 于点 G，若 $EH\parallel AG$，$\angle E=30°$，求$\angle EHG$ 的大小；

(3)如图 3，点 P、Q 分别在 AB、CD 上，点 M 在 CD 下方，点 N 在两平行线之间．$\angle APM=3\angle APN$，$\angle NQD=3\angle MQD$，请探究$\angle M$、$\angle N$、$\angle MPN$ 之间的关系．

【答案】(1)见解析

(2)75°

(3)$3\angle QMP-\angle PNQ+5\angle MPN=360°$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/866153205200010202