

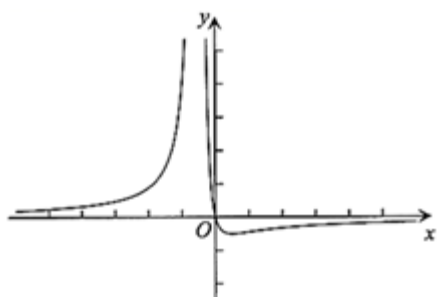
备考 2024 年中考数学探究性训练专题 14 反比例函数

一、选择题

1. 探究函数 $y = \frac{1}{x-2} + 3$ 的图像发现，可以由 $y = \frac{1}{x}$ 的图像先向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位得到．根据以上信息判断，下列直线中与函数 $y = \frac{1}{x-1} - 3$ 的图像没有公共点的是（ ）

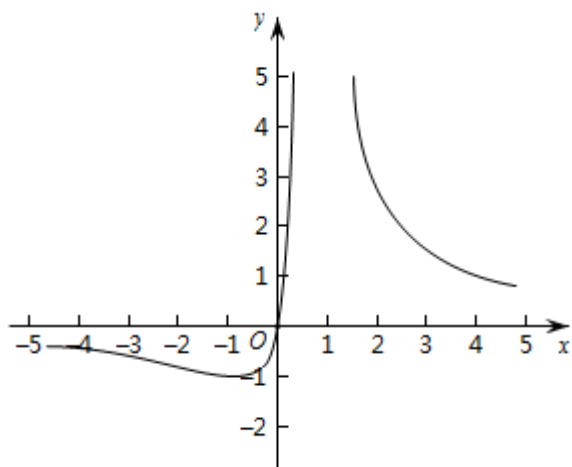
- A. 经过点(0, 3)且平行于 x 轴的直线
- B. 经过点(0, -3)且平行于 x 轴的直线
- C. 经过点(-1, 0)且平行于 y 轴的直线
- D. 经过点(3, 0)且平行于 y 轴的直线

2. 小明使用电脑软件探究函数 $y = \frac{ax}{(x-b)^2}$ 的图象，他输入了一组 a, b 的值，得到了下面的函数图象，由学习函数的经验，可以推断出小明输入的 a, b 的值满足（ ）



- A. $a > 0$, $b > 0$
- B. $a > 0$, $b < 0$
- C. $a < 0$, $b > 0$
- D. $a < 0$, $b < 0$

3. 小明使用图形计算器探究函数 $y = \frac{ax}{(x-b)^2}$ 的图象，他输入了一组 a, b 的值，得到了下面的函数图象，由学习函数的经验，可以推断出小明输入的 a, b 的值满足（ ）



- A. $a > 0$, $b > 0$
- B. $a > 0$, $b < 0$
- C. $a < 0$, $b > 0$
- D. $a < 0$, $b < 0$

4. 在平面直角坐标系中，分别过点 A (m, 0), B (m+2, 0) 作 x 轴的垂线 l_1 和 l_2 ，探究直线 l_1 ，直线 l_2 与双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 的关系，下列结论错误的是 ()

- A. 两直线中总有一条与双曲线相交
- B. 当 $m=1$ 时，两直线与双曲线的交点到原点的距离相等
- C. 当 $-2 < m < 0$ 时，两直线与双曲线的交点在 y 轴两侧
- D. 当两直线与双曲线都有交点时，这两交点的最短距离是 2

5. 某学习小组，在探究 $1 + \frac{2}{x}$ 的性质时，得到了如下数据：

x	1	10	100	1000	10000	...
$1 + \frac{2}{x}$	3	1.2	1.02	1.002	1.0002	...

根据表格中的数据，做出了四个推测：

- ① $1 + \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的值随着 x 的增大而减小；
- ② $1 + \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的值有可能等于 1；
- ③ $1 + \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的值随着 x 的增大越来越接近于 1；
- ④ $1 + \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的值最大值是 3. 则推测正确的有 ()

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

二、填空题

6. 如图 1，点 A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上一点，连接 OA ，过点 A 作 $AA_1 \parallel y$ 轴交 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 A_1 ，连接 OA_1 并延长交 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象于点 B，过点 B 作 $BB_1 \parallel y$ 轴交 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 B_1 ，已知点 A 的横坐标为 1， $S_{\triangle AOA_1} = 2S_{\triangle BA_1B_1}$ ，连接 OB_1 ，小明通过对 $\triangle AOA_1$ 和 $\triangle BOB_1$ 的面积与 k 的关系展开探究，发现 k 的值为_____；如图 2，延长 OB_1 交 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象于点 C，过点 C 作 $CC_1 \parallel y$ 轴交 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 C_1 ，依此进行下去. 记 $S_{\triangle BA_1B_1} = S_1$ ， $S_{\triangle CB_1C_1} = S_2$ ，.....，则 $S_{2023} =$ _____.

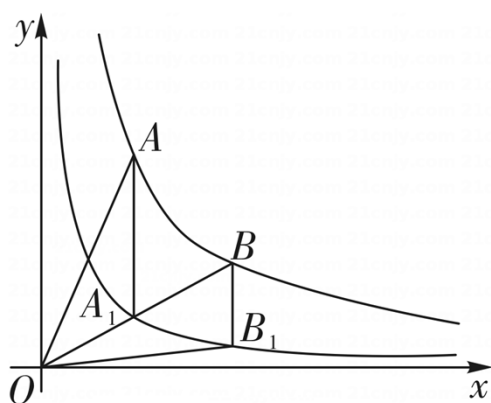


图 1

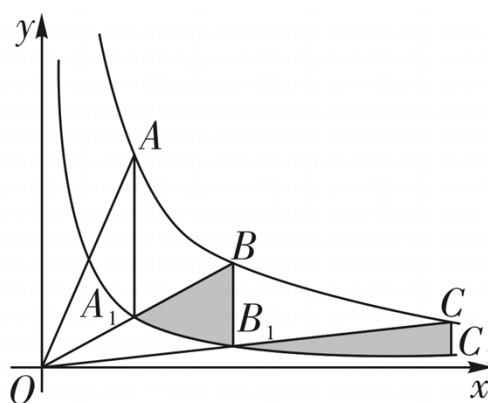
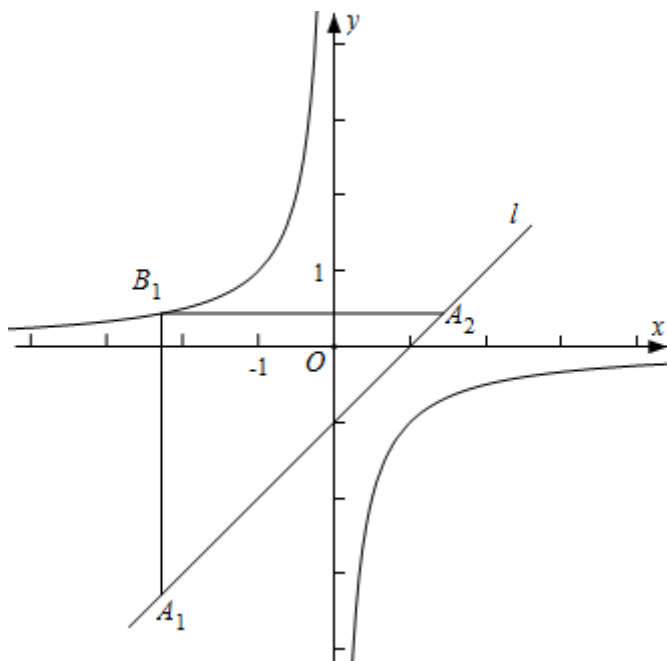


图 2

7. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $l: y = x - 1$ ，双曲线 $y = -\frac{1}{x}$ ，在 l 上取一点 A_1 ，过 A_1 作 x 轴的垂线交双曲线于点 B_1 ，过 B_1 作 y 轴的垂线交 l 于点 A_2 ，请继续操作并探究：过 A_2 作 x 轴的垂线交双曲线于点 B_2 ，过 B_2 作 y 轴的垂线交 l 于点 A_3 ，...，这样依次得到 l 上的点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ ，记点 A_n 的横坐标为 a_n ，若 $a_1 = -2$ ，则 $a_{2021} =$ _____；若要将上述操作无限次地进行下去，则 a_1 不能取的值是 _____.



三、理论探究题

8. 对于某些函数，由自变量的大小关系确定函数值的大小关系，不仅可以利用函数的图象判断，也可以用代数方法判断，这是“数形结合”思想的典型应用.

(1) 已知一次函数 $y = -2x + 1$ 的图象上的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ， $x_1 < x_2$ ，如何用代数的方法判断 y_1, y_2 的大小关系呢？由点 A, B 都在函数图象上，得 $y_1 = -2x_1 + 1$ ， $y_2 = -2x_2 + 1$ ，再将 y_1, y_2 作差，按照该思路写出判断过程：

(2) 已知反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ， $x_1 < x_2 < 0$

，仿照（1）中的思路写出 y_1 、 y_2 的大小关系的判断过程.

四、数形结合探究题

9. 某数学学习小组在研究函数 $y = \frac{2}{x-2} + 1$ 时，对函数的图象和性质进行了探究.

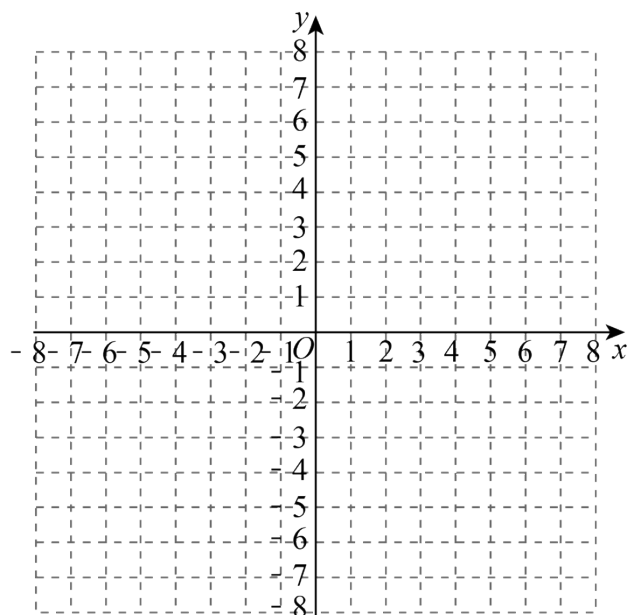
探究过程如下：

（1） x 与 y 的几组对应值如表：

x	...	- 2	- 1	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	3	4	5	6	...
y	...	$\frac{1}{2}$	m	0	- 1	n	5	3	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{2}$	...

其中 $m =$ _____， $n =$ _____；

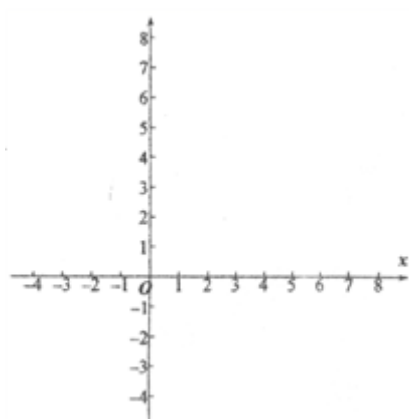
（2）在平面直角坐标系 xOy 中，描出上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点画出该函数的图象；



（3）观察图像，我们可以认为函数 $y = \frac{2}{x-2} + 1$ 的图像可由函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图像向右平移_____个单位，再向上平移_____个单位得到；

（4）根据函数图象，当 $y \geq 0$ 时，自变量 x 的取值范围为_____.

10. 有这样一个问题：探究函数 $y = \frac{2x-6}{x-2}$ 的图象与性质．小慧根据学习函数的经验，对函数 $y = \frac{2x-6}{x-2}$ 的图象与性质进行了探究．下面是小慧的探究过程，请补充完成：



(1) 函数 $y = \frac{2x-6}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是_____；

(2) 列出 y 与 x 的几组对应值. 请直接写出 m 的值, $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

x	...	-3	-2	0	1	1.5	2.5	m	4	6	7	...
y	...	2.4	2.5	3	4	6	-2	0	1	1.5	1.6	...

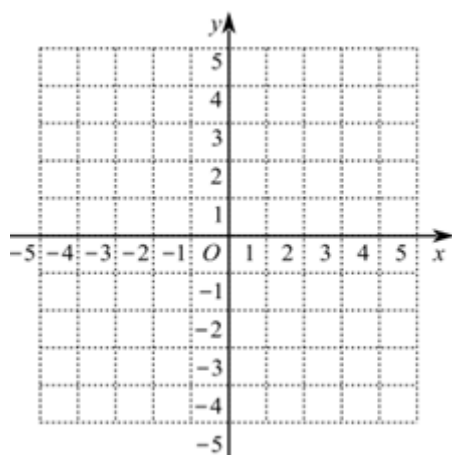
(3) 请在平面直角坐标系 xOy 中, 描出以上表中各对对应值为坐标的点, 并画出该函数的图象；

(4) 结合函数的图象, 写出该函数的两条性质：

①_____；

②_____.

11. 启航同学根据学习函数的经验, 对函数 $y = \frac{1}{|-x+1|}$ 的图象与性质进行了探究. 下面是他的探究过程, 请补充完成：



(1) 函数 $y = \frac{1}{|-x+1|}$ 的自变量 x 的取值范围是_____；

(2) 列表, 找出 y 与 x 的几组对应值, 列表如下：

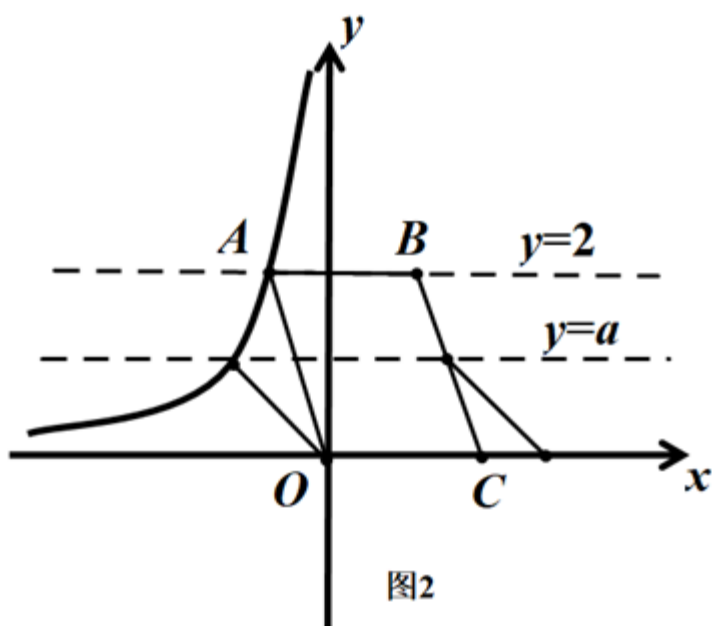
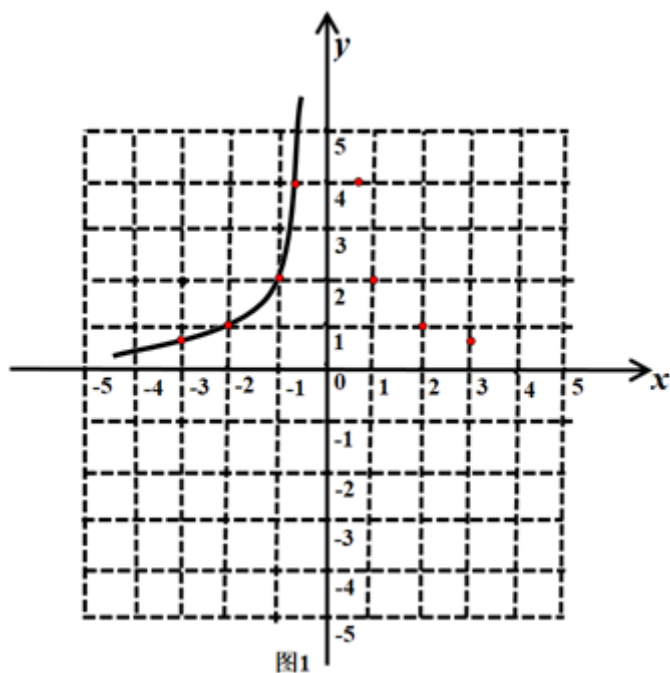
x	...	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2	3	..
---	-----	----	----	---	---------------	---------------	---	---	----

y	...	a	$\frac{1}{2}$	1	2	2	1	$\frac{1}{2}$	...
---	-----	---	---------------	---	---	---	---	---------------	-----

其中， $a=$ _____；

(3) 在平面直角坐标系 xOy 中，描出以上表中各对对应值为坐标的点，并画出该函数的图象并写出该函数的一条性质：

12. 九年级某数学兴趣小组在学习了反比例函数的图象和性质后，进一步研究了函数 $y = \frac{2}{|x|}$ 的图象与性质，其探究过程如下：



(1) 绘制函数图象，如图 1

①列表：下表是 x 与 y 的几组对应值，其中 $m=$ _____；

x	...	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
y	...	$\frac{2}{3}$	1	2	4	4	2	m	$\frac{2}{3}$	...

②描点：根据表中各组对应值(x , y)在平面直角坐标系中描出了各点；

③连线：用平滑的曲线顺次连接各点，画出了部分图像，请你把图像补充完整；

(2) 通过观察图 1，写出该函数的两条性质：①_____；

②_____；

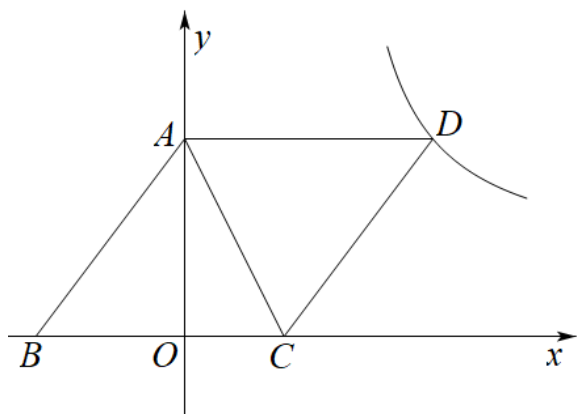
(3) ①观察发现：如图 2，若直线 $y=2$ 交函数 $y=\frac{2}{|x|}$ 的图像于 A, B 两点，连接 OA，过点 B 作 $BC\parallel OA$ 交 x 轴于点 C，则 $S_{OABC}=$ _____；

②探究思考：将①的直线 $y=2$ 改为直线 $y=a(a>0)$ ，其他条件不变，则 $S_{OABC}=$ _____；

③类比猜想：若直线 $y=a(a>0)$ 交函数 $y=\frac{k}{|x|}(k>0)$ 的图像于 A, B 两点，连接 OA，过点 B 作 $BC\parallel OA$ 交 x 轴于 C，则 $S_{OABC}=$ _____；

13. 综合与探究

如图，已知， $A(0, 4)$ ， $B(-3, 0)$ ， $C(2, 0)$ ，D 为 B 点关于 AC 的对称点，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像经过 D 点.



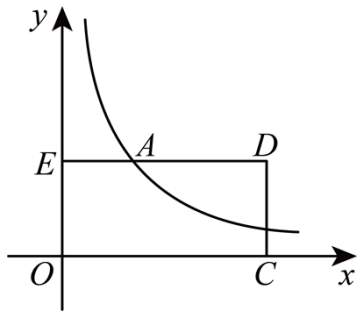
(1) 证明四边形 $ABCD$ 为菱形；

(2) 求此反比例函数的解析式；

(3) 已知在 $y=\frac{k}{x}$ 的图像 ($x>0$) 上有一点 N， y 轴正半轴上有一点 M，且四边形 $ABMN$ 是平行四边形，求 M 点的坐标.

14. 在平面直角坐标系中，对于不在坐标轴上的任意点 $A(x, y)$ ，我们把点 $B(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$ 称为点 A

的“倒数点”.



(1) 写出平面直角坐标系中第三象限内“倒数点”是本身的点的坐标
标_____

;

(2) 点 P 是反比例函数 $y = \frac{\sqrt{2}}{x} (x > 0)$ 图象上的一点, 求出点 P 的“倒数点” Q 满足的函数表达式;

(3) 如图, 矩形 $OCDE$ 的顶点 $C(3, 0)$, 顶点 E 在 y 轴上, 函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 的图象与 DE 交于点 A . 若点 B 点 A 的“倒数点”, 且点 B 在矩形 $OCDE$ 的一边上, 求 $\triangle OBC$ 的面积.

15. 背景: 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, $AB \perp x$ 轴于点 B , $AC \perp y$ 轴于点 C , 分别在射线 AC , BO 上取点 D , E , 使得四边形 $ABED$ 为正方形. 如图 1, 点 A 在第一象限内, 当 $AC=4$ 时, 小李测得 $CD=3$.

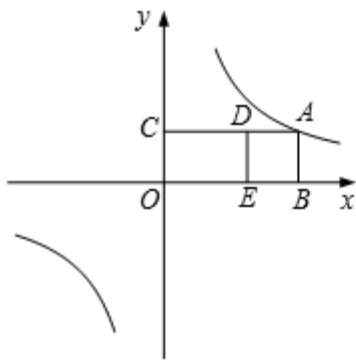


图1

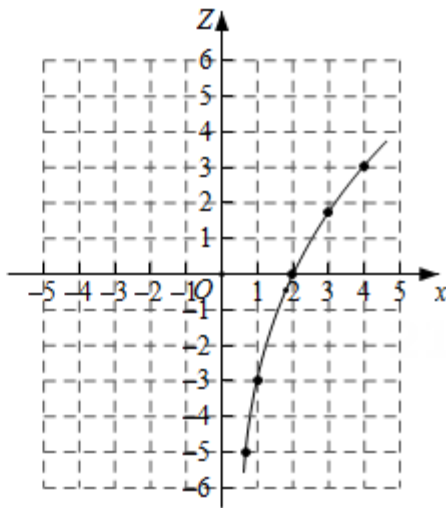


图2

探究: 通过改变点 A 的位置, 小李发现点 D , A 的横坐标之间存在函数关系. 请帮助小李解决下列问题.

(1) 求 k 的值.

(2) 设点 A , D 的横坐标分别为 x , z , 将 z 关于 x 的函数称为“ Z 函数”. 如图 2, 小李画出了 $x > 0$ 时“ Z 函数”的图象.

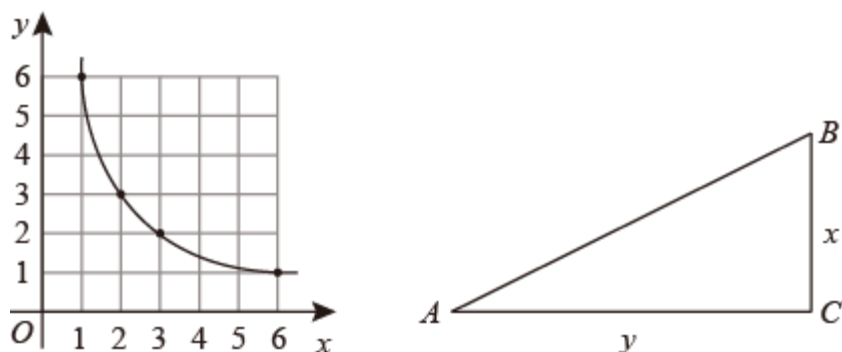
①求这个“Z 函数”的表达式.

②补画 $x < 0$ 时“Z 函数”的图象, 并写出这个函数的性质 (两条即可).

③过点 $(3, 2)$ 作一直线, 与这个“Z 函数”图象仅有一个交点, 求该交点的横坐标.

16. 阅读材料:

已知: 一次函数 $y = -x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$), 当两个函数的图象有交点时, 求 b 的取值范围.



(1) 方方给出了下列解答:

$$-x + b = \frac{4}{x}$$

$$x^2 - bx + 4 = 0$$

$\because$ 两个函数有交点

$$\therefore \Delta = b^2 - 16 \geq 0$$

但是方方遇到了困难: 利用已学的知识无法解 $b^2 - 16 \geq 0$ 这个不等式;

此时, 圆圆提供了另一种解题思路:

第 1 步: 先求出两个函数图象只有一个交点时, $b = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$;

第 2 步: 画出只有一个交点时两函数的图象 (请帮圆圆在直角坐标系中画出图象);

第 3 步: 通过平移 $y = -x + b$ 的图象, 观察得出两个函数的图象有交点时 b 的取值范围是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

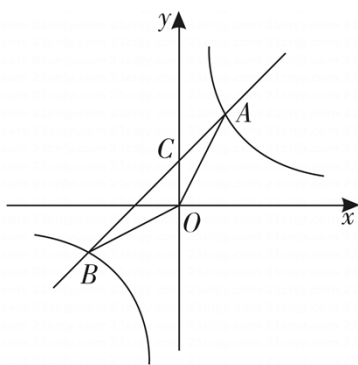
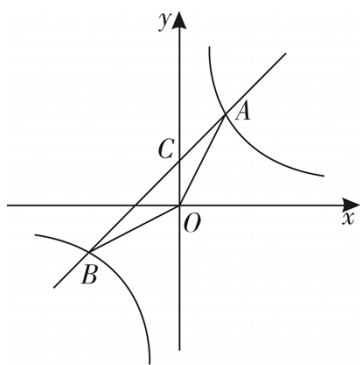
应用:

如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, BC 的长为 x , AC 的长为 y , 且 $S_{\triangle ABC} = 12$.

(2) 求 y 关于 x 的函数表达式;

(3) 设 $x + y = m$, 求 m 的取值范围.

17. 综合与探究: 如图, 一次函数 $y = x + 1$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(m, 2)$, B 两点, 分别连接 OA , OB .



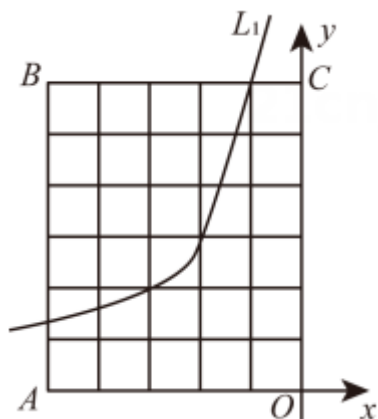
备用图

(1) 求这个反比例函数的表达式;

(2) 已知点B的横坐标为-2, 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 在平面内是否存在一点P, 使以点O, B, A, P为顶点的四边形为平行四边形? 若存在, 请直接写出点P的坐标; 若不存在, 请说明理由.

18. 如图, 矩形ABCO在平面直角坐标系中, 点A(-5, 0), C(0, 6), 反比例函数图象 L_1 对应的函数表达式为 $y = -\frac{6}{x} (x < 0)$, 反比例函数图象 L_2 对应的函数表达式为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x < 0)$. 把矩形ABCO内部(不含边界)横、纵坐标均为整数的点称为“整点”.

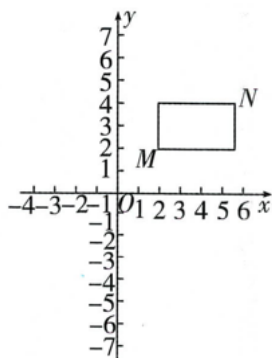


(1) 若 $k = -12$, 则 L_2 和 L_1 之间(不含边界)有_____个“整点”.

(2) 若 L_2 和 L_1 之间(不含边界)有4个“整点”, 求k的取值范围.

19. 阅读理解:

在平面直角坐标系中, 点M的坐标为 (x_1, y_1) , 点N的坐标为 (x_2, y_2) , 且 $x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$, 若M, N为某矩形的两个顶点, 且该矩形的边均与某条坐标轴垂直, 则称该矩形为M, N的“相关矩形”. 如图中的矩形为点M, N的“相关矩形”.



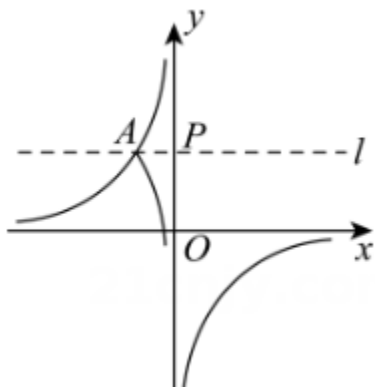
(1) 已知点 A 的坐标为(2, 0).

①若点 B 的坐标为(4, 4), 则点 A, B 的“相关矩形”的周长为_____;

②若点 C 在直线 $x=4$ 上, 且点 A, C 的“相关矩形”为正方形, 求直线 AC 的表达式.

(2) 已知点 P 的坐标为(3, -4), 点 Q 的坐标为(6, -2), 若使函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与点 P, Q 的“相关矩形”有两个公共点, 直接写出 k 的取值范围.

20. 如图, 点 P 是 y 轴正半轴上的一个动点, 过点 P 作 y 轴的垂线, 与反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象交于点 A. 把直线 l 上方的反比例函数图象沿着直线 l 翻折, 其它部分保持不变, 所形成的新图象称为“ $y = -\frac{4}{x}$ 的 l 镜像”.



(1) 当 $OP = 3$ 时;

①点 $M(-\frac{1}{2}, -2)$ _____ “ $y = -\frac{4}{x}$ 的 l 镜像”; (填“在”或“不在”)

②“ $y = -\frac{4}{x}$ 的 l 镜像”与 x 轴交点坐标是_____;

(2) 过 y 轴上的点 $Q(0, -1)$ 作 y 轴垂线, 与“ $y = -\frac{4}{x}$ 的 l 镜像”交于点 B、C, 若 $BQ = 2CQ$, 求 OP 的长.

21. 阅读材料, 用配方法求最值.

已知 a, b 为非负实数, $\because a + b - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$,

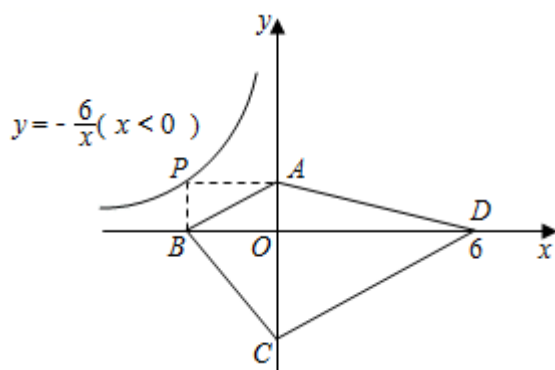
$\therefore a + b \geq 2\sqrt{ab}$ ，当且仅当“ $a=b$ ”时，等号成立.示例：当 $x > 0$ 时，求 $y = x + \frac{4}{x} + 1$ 的最小值；

解： $y = (x + \frac{4}{x}) + 1 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} + 1 = 5$ ，当 $x = \frac{4}{x}$ ，即 $x=2$ 时， y 的最小值为 5.

(1) 若 $m > 0$ ， $m + \frac{3}{m}$ 的最小值为 _____；

(2) 探究：当 $x > 0$ 时，求 $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x}$ 的最小值；

(3) 如图，已知 P 为双曲线 $y = \frac{6}{x}$ ($x < 0$) 上任意一点，过点 P 作 $PB \perp x$ 轴， $PA \perp y$ 轴且 C ($0, -4$)， D ($6, 0$)，求四边形 $ABCD$ 的面积的最小值，并求此时 A, B 的坐标.

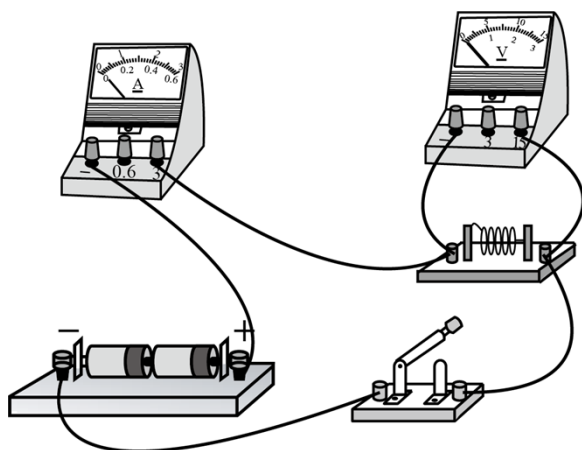


五、实践探究题

22. 阅读与思考

下面是小宇同学的一篇日记，请仔细阅读并完成相应的任务.

在物理活动课上，我们“博学”小组的同学，参加了一次“探究电功率 P 与电阻 R 之间的函数关系”的活动.



第一步，实验测量. 根据物理知识，改变电阻 R 的大小，通过测量电路中的电流，计算电功率 P .

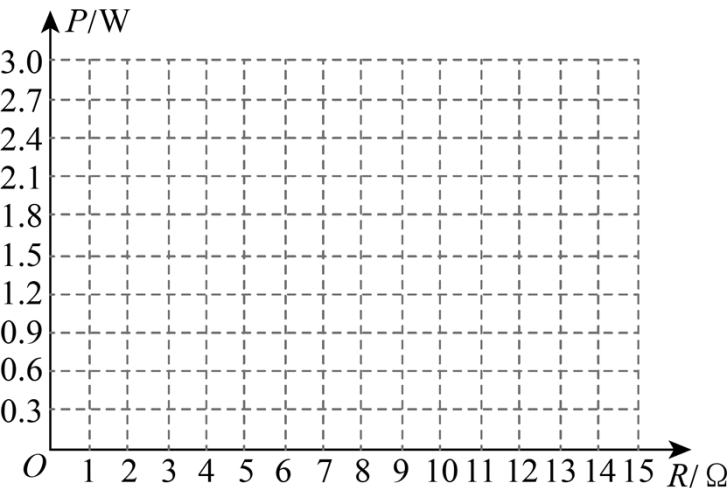
第二步，整理数据.

R/Ω	...	3	6	9	12	15	...
P/W	...	3	1.5	1	0.75	0.7	...

第三步，描点连线．以 R 的数值为横坐标，对应 P 的数值为纵坐标在平面直角坐标系中描出以表中数值为坐标的各点，并用光滑的曲线顺次连接这些点．

在数据分析时，我发现一个数据有错误，重新测量计算后，证明了我的猜想正确，并修改了表中这个数据．实验结束后，大家都有很多收获，每人都撰写了日记．

任务：



- (1) 表格中错误的的数据是_____， P 与 R 的函数表达式为_____；
- (2) 在平面直角坐标系中，画出 P 与 R 的函数图象；
- (3) 结合图象，直接写出 P 大于 $6W$ 时 R 的取值范围．

23. 在探究欧姆定律时，小明发现小灯泡电路上的电压保持不变，通过小灯泡的电流越大，灯就越亮．设选用小灯泡的电阻为 $R(\Omega)$ ，通过的电流强度为 $I(A)$ (欧姆定律公式： $I = \frac{U}{R}$.)

- (1) 若电阻为 40Ω ，通过的电流强度为 $0.30A$ ，求 I 关于 R 的函数表达式．
- (2) 如果电阻小于 40Ω ，那么与(1)中相比，小灯泡的亮度将发生怎样的变化?请说明理由．

24. 如图 1，李老师设计了一个探究杠杆平衡条件的实验：在一个自制类似天平的仪器的左边固定托盘 A 中放置一个重物，在右边活动托盘 B （可左右移动）中放置一定质量的砝码，使得仪器左右平衡．改变活动托盘 B 与点 O 的距离 $x(cm)$ ，观察活动托盘 B 中砝码的质量 $y(g)$ 的变化情况．实验数据记录如表

$x(cm)$	10	15	20	25	30
$y(g)$	30	20	15	12	10

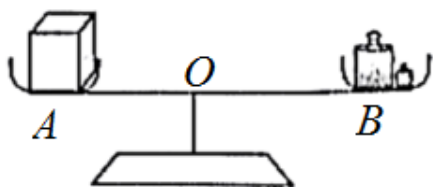


图1

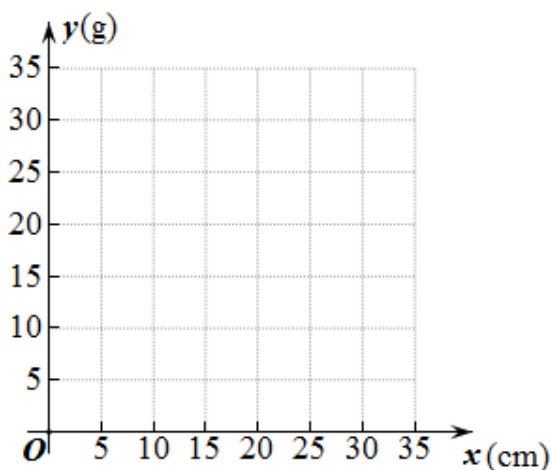
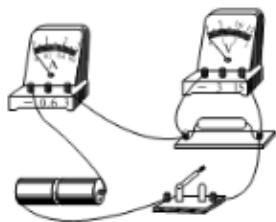


图2

- (1) 把表中 (x, y) 的各组对应值作为点的坐标，在图2的坐标系中描出相应的点，用平滑曲线连接这些点；
- (2) 观察所画的图象，猜测 y 与 x 之间的函数关系，求出函数关系式；
- (3) 当砝码的质量为 $24g$ 时，活动托盘 B 与点 O 的距离是多少？

25. 阅读与思考

下面是小宇同学的一篇日记，请仔细阅读并完成相应的任务．



在物理活动课上，我们“博学”小组的同学，参加了一次“探究电功率 P

与电阻 R 之间的函数关系”的活动．

第一步，实验测量．根据物理知识，改变电阻 R 的大小，通过测量电路中的电流，计算电功率 P ．

第二部，整理数据．

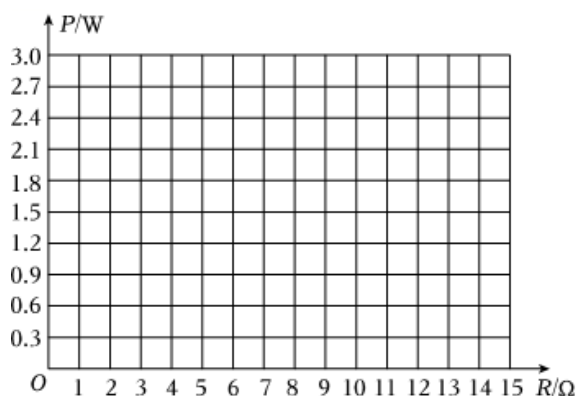
R/Ω	...	3	6	9	12	15	...
P/W	...	3	1.5	1	0.75	0.7	...

第三步，描点连线．以 R 的数值为横坐标，对应 P 的数值为纵坐标在平面直角坐标系中描出以表中数值为坐标的各点，并用光滑的曲线顺次连接这些点．

在数据分析时，我发现一个数据有错误，重新测量计算后，证明了我的猜想正确，并修改了表中这个数据．实验结束后，大家都有很多收获，每人都撰写了日记．

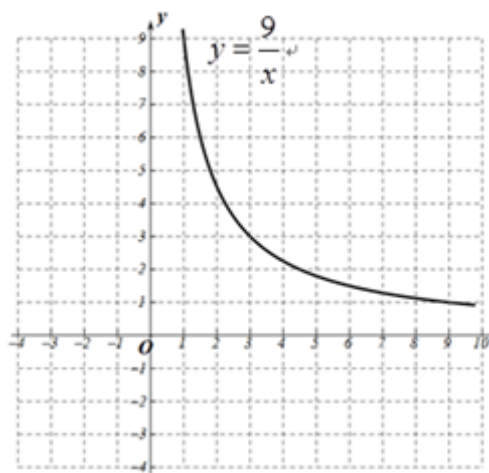
任务：

- (1) 表格中错误的的数据是_____， P 与 R 的函数表达式为_____；
- (2) 在平面直角坐标系中，画出 P 与 R 的函数图象；



(3) 结合图象，直接写出 P 大于 $6W$ 时 R 的取值范围.

26. 模具长计划生产面积为 9，周长为 m 的矩形模具，对于 m 的取值范围，小陈已经能用“代数”的方法解决，现在他又尝试从“图形”的角度进行探究，过程如下：



(1) 建立函数模型

设矩形相邻两边的长分别为 x , y . 由矩形的面积为 9，得 $xy = 9$. 即 $y = \frac{9}{x}$ ；由周长为 m ，得 $2(x + y) = m$ ，即 $y = -x + \frac{m}{2}$ ，满足要求的 (x, y) 应是两个函数图象在第_____象限内交点的坐标.

(2) 画出函数图象

函数 $y = \frac{9}{x}$ 的图象如图所示，而函数 $y = -x + \frac{m}{2}$ 的图象可由直线 $y = -x$ 平移得到. 请在同一直角坐标系中直接画出直线 $y = -x$.

(3) 平移直线 $y = -x$ ，观察函数图象

①当直线平移到与函数 $y = \frac{9}{x}$ 的图象有唯一交点 $(3, 3)$ ，周长 m 的值为_____；

②在直线平移过程中，交点个数还有哪些情况？请写出交点个数及对应的周长 m 的取值范围；

(4) 得出结论

若能生产出面积为 9 的矩形模具，则周长 m 的取值范围为_____

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/867024125042006061>