宁夏银川市西夏区育才中学 2024 届高三二诊模拟考试数学试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．在复平面内，复数 $i(2+i)$ 对应的点的坐标为（　　）

A． $(1, 2)$　　**B．** $(2, 1)$　　**C．** $(-1, 2)$　　**D．** $(2, -1)$

2．下列命题是真命题的是（　　）

A． 若平面 α，β，γ，满足 $\alpha \perp \gamma$，$\beta \perp \gamma$，则 $\alpha // \beta$；

B． 命题 p：$\forall x \in R$，$1-x^2 \le 1$，则 $\neg p$：$\exists x_0 \in R$，$1-x_0^2 \le 1$；

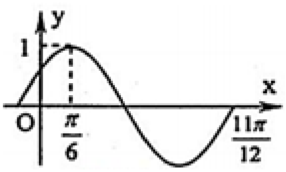
C． “命题 $p \vee q$ 为真”是“命题 $p \wedge q$ 为真”的充分不必要条件；

D． 命题“若 $(x-1)e^x+1=0$，则 $x=0$”的逆否命题为：“若 $x \ne 0$，则 $(x-1)e^x+1 \ne 0$”.

3．一场考试需要 **2** 小时，在这场考试中钟表的时针转过的弧度数为（　　）

A． $\frac{\pi}{3}$　　**B．** $-\frac{\pi}{3}$　　**C．** $\frac{2\pi}{3}$　　**D．** $-\frac{2\pi}{3}$

4．函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，则 ω,φ 的值分别为（　　）



A．2，0　　**B．2，** $\frac{\pi}{4}$　　**C．2，** $-\frac{\pi}{3}$　　**D．2，** $\frac{\pi}{6}$

5．已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，P 为抛物线上一点，$A(1,1)$，当 ΔPAF 周长最小时，PF 所在直线的斜率为（　　）

A． $-\frac{4}{3}$　　**B．** $-\frac{3}{4}$　　**C．** $\frac{3}{4}$　　**D．** $\frac{4}{3}$

6．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2+9}+\frac{y^2}{a^2}=1$，直线 $l_1: mx+y+3m=0$ 与直线 $l_2: x-my-3=0$ 相交于点 P，且 P 点在椭圆内恒成立，则椭圆 C 的离心率取值范围为（　　）

A．$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　B．$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$　　C．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　D．$\left(\frac{1}{2},1\right)$

7．在平面直角坐标系xOy中，已知角θ的顶点与原点O重合，始边与x轴的非负半轴重合，终边落在直线$y=2x$上，则$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+2\theta\right)=$（　）

A．$\frac{4}{5}$　　B．$-\frac{4}{5}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$-\frac{3}{5}$

8．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，$A\left(\frac{1}{3},0\right)$为$f\left(x\right)$图象的对称中心，若图象上相邻两个极值点$x_1$，$x_2$满足$|x_1-x_2|=1$，则下列区间中存在极值点的是（　　）

A．$\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$　　B．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　C．$\left(1,\frac{\pi}{3}\right)$　　D．$\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$

9．如图所示的“数字塔”有以下规律：每一层最左与最右的数字均为**2**，除此之外每个数字均为其两肩的数字之积，则该“数字塔”前**10**层的所有数字之积最接近$\left(\lg 2\approx 0.3\right)$（　　）

2
2　2
2　4　2
2　8　8　2
2　16　64　16　2
……

A．10^{300}　　B．10^{400}　　C．10^{500}　　D．10^{600}

10．已知锐角α满足$2\sin 2\alpha=1-\cos 2\alpha$，则$\tan\alpha=$（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．2　　D．4

11．如果$b<a<0$，那么下列不等式成立的是（　　）

A．$\log_2|b|<\log_2|a|$　　B．$\left(\frac{1}{2}\right)^b<\left(\frac{1}{2}\right)^a$

C．$b^3>a^3$　　D．$ab<b^2$

12．已知F_1、F_2分别是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左、右焦点，过$F_2$作双曲线$C$的一条渐近线的垂线，分别交两条渐近线于点$A$、$B$，过点$B$作$x$轴的垂线，垂足恰为$F_1$，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若x,y满足约束条件$\begin{cases}2x+y\ge 2\\ y-2\le 0\\ 2x-y\le 2\end{cases}$，则$z=x+y$的最大值为__________.

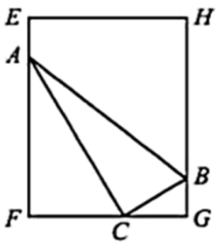
14．已知ΔABC中，$AB=BC$，点D是边BC的中点，ΔABC的面积为2，则线段AD的取值范围是__________.

15．某种赌博每局的规则是：赌客先在标记有 **1**，**2**，**3**，**4**，**5** 的卡片中随机摸取一张，将卡片上的数字作为其赌金；随后放回该卡片，再随机摸取两张，将这两张卡片上数字之差的绝对值的 **1.4** 倍作为其奖金．若随机变量ξ_1和ξ_2分别表示赌客在一局赌博中的赌金和奖金，则 $D(\xi_1)=$_____，$E(\xi_1)-E(\xi_2)=$_____.

16．经过椭圆$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$中心的直线与椭圆相交于M、N两点（点M在第一象限），过点M作x轴的垂线，垂足为点E.设直线NE与椭圆的另一个交点为P.则$\cos\angle NMP$的值是________________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．(12 分)如图，$EFGH$是矩形，ΔABC的顶点C在边FG上，点A，B分别是EF，GH上的动点（EF的长度满足需求）.设$\angle BAC=\alpha$，$\angle ABC=\beta$，$\angle ACB=\gamma$，且满足$\sin\alpha+\sin\beta=\sin\gamma(\cos\alpha+\cos\beta)$.



（1）求γ；

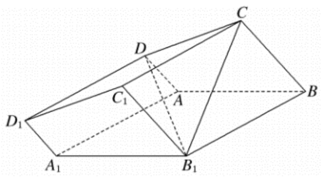
（2）若$FC=5$，$CG=3$，求$\dfrac{5}{AC}+\dfrac{3}{BC}$的最大值.

18．(12 分)在直角坐标系xOy中，长为 **3** 的线段的两端点A,B分别在x轴、y轴上滑动，点P为线段AB上的点，且满足$|AP|=2|PB|$.记点P的轨迹为曲线E.

（1）求曲线E的方程；

（2）若点M、N为曲线E上的两个动点，记$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=m$，判断是否存在常数$m$使得点$O$到直线$MN$的距离为定值？若存在，求出常数$m$的值和这个定值；若不存在，请说明理由.

19．(12 分)如图所示，四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$为梯形，$AD//BC$，$\angle ADC=90°$，$AB=BC=BB_1=2$，$AD=1$，$CD=\sqrt{3}$，$\angle ABB_1=60°$.



（1）求证：$AB \perp B_1C$；

（2）若平面 $ABCD \perp$ 平面 ABB_1A_1，求二面角 $D-B_1C-B$ 的余弦值.

20.（12 分）已知不等式 $|2x-1|-|x+1|<2$ 的解集为 $\{x \mid a<x<b\}$.

（1）求实数 a，b 的值；

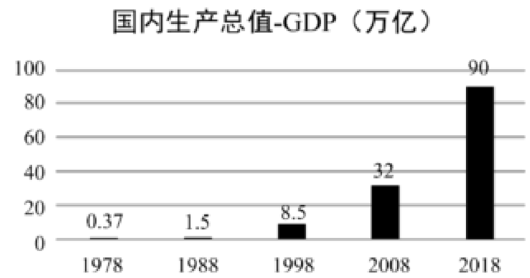
（2）已知 $x>y>z$ 存在实数 k 使得 $-\dfrac{3a}{2(x-y)}+\dfrac{b}{4(y-z)} \geq \dfrac{k}{x-z}$ 恒成立，求实数 k 的最大值.

21.（12 分）已知集合 $A_n=\{1,2,\cdots,n\}$，$n \in N^*$，$n \geq 2$，将 A_n 的所有子集任意排列，得到一个有序集合组 $(M_1,M_2,\cdots,M_m)$，其中 $m=2^n$.记集合 M_k 中元素的个数为 a_k，$k \in N^*$，$k \leq m$，规定空集中元素的个数为 0.

(1) 当 $n=2$ 时，求 $a_1+a_2+\cdots+a_m$ 的值；

(2) 利用数学归纳法证明：不论 $n(n \geq 2)$ 为何值，总存在有序集合组 $(M_1,M_2,\cdots,M_m)$，满足任意 $i \in N^*$，$i \leq m-1$，都有 $|a_i-a_{i+1}|=1$.

22.（10 分）根据国家统计局数据，**1978** 年至 **2018** 年我国 ***GDP*** 总量从 **0.37** 万亿元跃升至 **90** 万亿元，实际增长了 **242** 倍多，综合国力大幅提升.



将年份 **1978**，**1988**，**1998**，**2008**，**2018** 分别用 **1**，**2**，**3**，**4**，**5** 代替，并表示为 t；y 表示全国 ***GDP*** 总量，表中 $z_i=\ln y_i\,(i=1,2,3,4,5)$，$\overline{z}=\dfrac{1}{5}\sum\limits_{i=1}^{5} z_i$.

$\overline{t}$	$\overline{y}$	$\overline{z}$	$\sum\limits_{i=1}^{5}(t_i-\overline{t})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{5}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})$	$\sum\limits_{i=1}^{5}(t_i-\overline{t})(z_i-\overline{z})$
3	**26.474**	**1.903**	**10**	**209.76**	**14.05**

（1）根据数据及统计图表，判断 $\hat{y}=bt+a$ 与 $\hat{y}=ce^{dt}$（其中 $\mathrm{e}=2.718\cdots$ 为自然对数的底数）哪一个更适宜作为全国 ***GDP*** 总量 y 关于 t 的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由），并求出 y 关于 t 的回归方程.

（2）使用参考数据，估计 **2020** 年的全国 ***GDP*** 总量.

线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为：

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}，\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}.$$

参考数据：

n	4	5	6	7	8
e^n 的近似值	55	148	403	1097	2981

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

利用复数的运算法则、几何意义即可得出．

【详解】

解：复数 i（2+i）＝2i－ 1 对应的点的坐标为（－ 1，2），

故选：C

【点睛】

本题考查了复数的运算法则、几何意义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

2、D

【解析】

根据面面关系判断 A；根据否定的定义判断 B；根据充分条件，必要条件的定义判断 C；根据逆否命题的定义判断 D.

【详解】

若平面 α，β，γ，满足 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 α,β 可能相交，故 A 错误；

命题“p：$\forall x\in R$，$1-x^2\le 1$”的否定为 $\neg p$：$\exists x_0\in R$，$1-x_0^2>1$，故 B 错误；

$p\vee q$ 为真，说明 p,q 至少一个为真命题，则不能推出 $p\wedge q$ 为真； $p\wedge q$ 为真，说明 p,q 都为真命题，则 $p\vee q$ 为真，所以"命题 $p\vee q$ 为真"是"命题 $p\wedge q$ 为真"的必要不充分条件，故 **C** 错误；

命题"若 $\left(x-1\right)e^{x}+1=0$，则 $x=0$"的逆否命题为："若 $x\neq 0$，则 $\left(x-1\right)e^{x}+1\neq 0$"，故 **D** 正确；

故选 **D**

【点睛】

本题主要考查了判断必要不充分条件，写出命题的逆否命题等，属于中档题.

3、**B**

【解析】

因为时针经过 2 小时相当于转了一圈的 $\frac{1}{6}$，且按顺时针转所形成的角为负角，综合以上即可得到本题答案.

【详解】

因为时针旋转一周为 12 小时，转过的角度为 2π，按顺时针转所形成的角为负角，所以经过 2 小时，时针所转过的弧度数为 $-\frac{1}{6}\times 2\pi=-\frac{1}{3}\pi$.

故选：**B**

【点睛】

本题主要考查正负角的定义以及弧度制，属于基础题.

4、**D**

【解析】

由题意结合函数的图象，求出周期 T，根据周期公式求出 ω，求出 A，根据函数的图象过点 $\left(\frac{\pi}{6},1\right)$，求出 φ，即可求得答案

【详解】

由函数图象可知：$\frac{3T}{4}=\frac{11\pi}{12}-\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}$

$T=\pi$，

$\therefore \omega=2$，$A=1$

函数的图象过点 $\left(\frac{\pi}{6},1\right)$

$\therefore 1=\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\varphi\right)$，

Q $\left|\varphi\right|<\frac{\pi}{2}$，则 $\varphi=\frac{\pi}{6}$

故选D

【点睛】

本题主要考查的是$y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的图像的运用，在解答此类题目时一定要挖掘图像中的条件，计算三角函数的周期、最值，代入已知点坐标求出结果

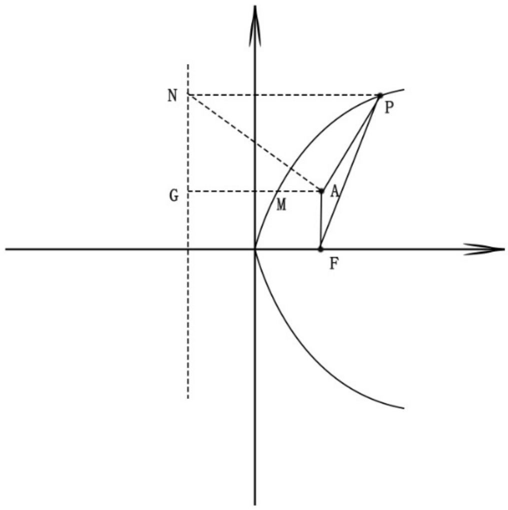
5、**A**

【解析】

本道题绘图发现三角形周长最小时 **A,P** 位于同一水平线上，计算点 **P** 的坐标，计算斜率，即可.

【详解】

结合题意，绘制图像



要计算三角形 **PAF** 周长最小值，即计算 **PA+PF** 最小值，结合抛物线性质可知，**PF=PN**，所以

$PF+PA=PA+PN\geq AN\geq AG$，故当点 **P** 运动到 **M** 点处，三角形周长最小，故此时 **M** 的坐标为$\left(\frac{1}{4},1\right)$，所以斜率为$k=\frac{1-0}{\frac{1}{4}-1}=-\frac{4}{3}$，故选 **A.**

【点睛】

本道题考查了抛物线的基本性质，难度中等.

6、**A**

【解析】

先求得椭圆焦点坐标，判断出直线l_1,l_2过椭圆的焦点.然后判断出$l_1\perp l_2$，判断出P点的轨迹方程，根据P恒在椭圆内列不等式，化简后求得离心率e的取值范围.

【详解】

设$F_1\left(-c,0\right),F_2\left(c,0\right)$是椭圆的焦点，所以$c^2=a^2+9-a^2=9,c=3$.直线$l_1$过点$F_1\left(-3,0\right)$，直线$l_2$过点$F_2\left(3,0\right)$，由于$m\times1+1\times\left(-m\right)=0$，所以$l_1\perp l_2$，所以$P$点的轨迹是以$F_1,F_2$为直径的圆$x^2+y^2=9$.由于$P$点在椭圆内恒成立，所以椭圆的短轴大于3，即$a^2>3^2=9$，所以$a^2+9>18$，所以双曲线的离心率$e^2=\dfrac{9}{a^2+9}\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，所以$e\in\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查直线与直线的位置关系，考查动点轨迹的判断，考查椭圆离心率的取值范围的求法，属于中档题.

7、C

【解析】

利用诱导公式以及二倍角公式，将$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+2\theta\right)$化简为关于$\tan\theta$的形式，结合终边所在的直线可知$\tan\theta$的值，从而可求$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+2\theta\right)$的值.

【详解】

因为$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+2\theta\right)=-\cos2\theta=\sin^2\theta-\cos^2\theta=\dfrac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\dfrac{\tan^2\theta-1}{\tan^2\theta+1}$，且$\tan\theta=2$，

所以$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+2\theta\right)=\dfrac{4-1}{4+1}=\dfrac{3}{5}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查三角函数中的诱导公式以及三角恒等变换中的二倍角公式，属于给角求值类型的问题，难度一般.求解$m\sin^2\theta+n\cos^2\theta$值的两种方法：（1）分别求解出$\sin\theta,\cos\theta$的值，再求出结果；（2）将$m\sin^2\theta+n\cos^2\theta$变形为$\dfrac{m\sin^2\theta+n\cos^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\dfrac{m\tan^2\theta+n}{\tan^2\theta+1}$，利用$\tan\theta$的值求出结果.

8、A

【解析】

结合已知可知，$\dfrac{1}{2}T=1$可求T，进而可求ω，代入$f(x)$，结合$f(\dfrac{1}{3})=0$，可求φ，即可判断.

【详解】

Q图象上相邻两个极值点x_1，x_2满足$|x_1-x_2|=1$，

$\therefore \frac{1}{2}T=1$即$T=2$，

$\therefore \omega=\pi$，$f(x)=\sin(\pi x+\varphi)$，且$f(\frac{1}{3})=\sin(\frac{1}{3}\pi+\varphi)=0$，

$\therefore \frac{1}{3}\pi+\varphi=k\pi$，$k\in Z$，

Q$|\varphi|<\frac{1}{2}\pi$，$\therefore \varphi=-\frac{1}{3}\pi$，$f(x)=\sin(\pi x-\frac{1}{3}\pi)$，

当$x=-\frac{1}{6}$时，$f(-\frac{1}{6})=-1$为函数的一个极小值点，而$-\frac{1}{6}\in(-\frac{\pi}{6},0)$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了正弦函数的图象及性质的简单应用，解题的关键是性质的灵活应用.

9、**A**

【解析】

结合所给数字特征，我们可将每层数字表示成2的指数的形式，观察可知，每层指数的和成等比数列分布，结合等比数列前n项和公式和对数恒等式即可求解

【详解】

如图，将数字塔中的数写成指数形式，可发现其指数恰好构成“杨辉三角”，前10层的指数之和为

$1+2+2^2+\cdots+2^9=2^{10}-1=1023$，所以原数字塔中前10层所有数字之积为$2^{1023}=10^{1023\lg 2}\approx 10^{300}$.

2^1

2^1 2^1

2^1 2^2 2^1

2^1 2^3 2^3 2^1

2^1 2^4 2^6 2^4 2^1

……

故选：**A**

【点睛】

本题考查与“杨辉三角”有关的规律求解问题，逻辑推理，等比数列前n项和公式应用，属于中档题

10、**C**

【解析】

利用$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$, $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$代入计算即可.

【详解】

由已知，$4\sin\alpha\cos\alpha=2\sin^2\alpha$，因$\alpha$为锐角，所以$\sin\alpha\neq 0$，$2\cos\alpha=\sin\alpha$，