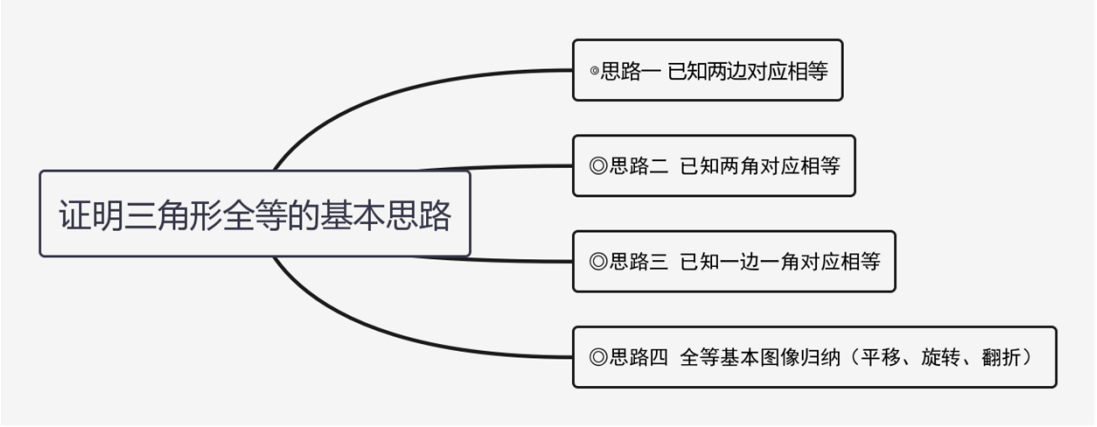
培优专题 03　证明三角形全等的基本思路

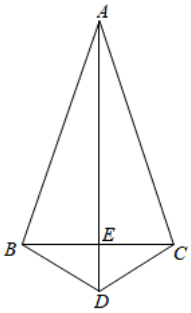


◎思路一 已知两边对应相等

方法归纳：①寻找第三遍对应相等，用“SSS”；

②寻找夹角对应相等，用 SAS 。

1.（2022·全国·八年级专题练习）如图，$AB=AC$，$DB=DC$ 则直接由“SSS”可以判定（　　）



A．$\triangle ABD\cong\triangle ACD$　　B．$\triangle ABE\cong\triangle ACE$

C．$\triangle EBD\cong\triangle ECD$　　D．以上答案都不对

【答案】A

【分析】本题已知 $AB=AC$，$DB=DC$，AD 是公共边，具备了三组边对应相等，即可判定$\triangle ABD\cong\triangle ACD$.

【详解】解：在$\triangle ABD$ 与$\triangle ACD$ 中

$$\because\begin{cases}AB=AC\\BD=DC\\AD=AD\end{cases},$$

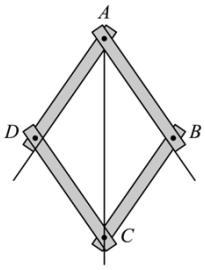
$\therefore\triangle ABD\cong\triangle ACD$（$SSS$）

故答案为 A.

【点睛】本题重点考查了三角形全等的判定定理，掌握 AAS、ASA、SAS、SSS 四个定理是本题的关键.

2.（2022·全国·八年级专题练习）如图，这是一个平分角的仪器，$AB=AD$，$BC=DC$，将点 A 放在一个

角的顶点，使 AB、AD 分别与这个角的两边重合，可证 $\triangle ADC \cong \triangle ABC$，从而得到 AC 就是这个角的平分线．其中证明 $\triangle ADC \cong \triangle ABC$ 的数学依据是（　　）



A．SSS　　B．ASA　　C．SAS　　D．AAS

【答案】A

【分析】利用 SSS 证明$\triangle ABC \cong \triangle ADC$，可得答案．

【详解】解：在$\triangle ABC$ 和$\triangle ADC$ 中，

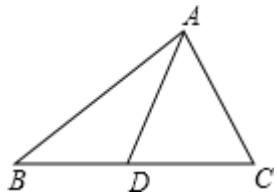
$$\begin{cases} AB = AD \\ BC = DC \\ AC = AC \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$（SSS）．

故选：A．

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定定理，普通两个三角形全等共有四个定理，即 AAS、ASA、SAS、SSS，直角三角形可用 HL 定理，但 AAA、SSA，无法证明三角形全等，本题是一道较为简单的题目．

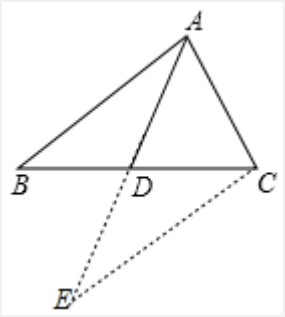
3．（2021·江西省宜春实验中学一模）如图所示，在$\triangle ABC$ 中，AB＝3，AC＝2，AD 是$\triangle ABC$ 的中线，若 AD 的长为偶数，则 AD＝___．



【答案】2

【分析】延长 AD 至 E，使 $DE = AD$，连接 CE，由“SAS”可证 $\Delta ABD \cong \Delta ECD$，可得出 $CE = AB = 3$，再由三角形的三边关系可得：$\frac{1}{2} < AD < \frac{5}{2}$，即可求解．

【详解】解：延长 AD 至 E，使 $DE = AD$，连接 CE，



在 ΔABD 与 ΔECD 中，

$$\begin{cases} BD = CD \\ \angle ADB = \angle EDC \\ AD = DE \end{cases},$$

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ECD(SAS)$，

$\therefore CE = AB = 3$，

在 ΔACE 中，$CE - AC < AE < CE + AC$，

即 $1 < 2AD < 5$，

$\therefore \frac{1}{2} < AD < \frac{5}{2}$，

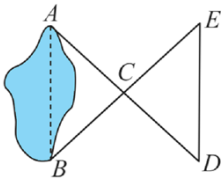
$\because AD$ 为偶数，

$\therefore AD = 2$，

故答案为：2.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，三角形的三边关系，添加恰当辅助线构造全等三角形是本题的关键.

4.（2022·山东济南·七年级期中）如图，小明想测量池塘两端 A，B 间的距离，为了安全起见，小明借助全等三角形的知识，用了这样一个间接测量 A，B 间的距离方法：在地上取一点可以直接到达 A 点和 B 点的点 C，测得 AC 长 20m，BC 长为 20m，在 AC 的延长线上找一点 D，使得 CD 长为 20m，在 BC 的延长线上找一点 E，使得 CE 长为 20m，又测得此时 D 和 E 的距离为 25m，根据小明的数据，可知 A，B 之间的距离为_____m.



【答案】25

【分析】由题意得 $AC = DC$，$BC = EC$，再根据 $\angle ACB = \angle DCE$ 即可证明 $\Delta ABC \cong \Delta DEC$，即可得

$AB = DE$.

【详解】解：由题意知 $AC = DC$ ， $BC = EC$ ，且 $\angle ACB = \angle DCE$ ，

在 ΔABC 和 ΔDEC 中，

$$\begin{cases} AC = CD \\ \angle ACB = \angle DCE \\ BC = EC \end{cases}$$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEC(SAS)$ ，

$\therefore DE = AB$ ，

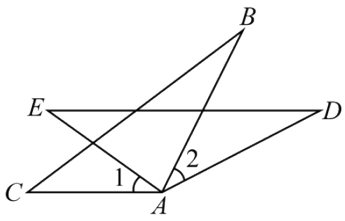
$\because DE = 25\text{m}$ ，

$\therefore AB = 25\text{m}$.

故答案为：25.

【点睛】本题考查了全等三角形在实际生活中的应用，考查了全等三角形对应边相等的性质，解题的关键是求证 $\Delta ABC \cong \Delta DEC$.

5（2022·全国·八年级专题练习）如图，$AC=AE$，$\angle 1=\angle 2$，$AB=AD$．求证：$\triangle ABC \cong \triangle ADE$．



【答案】见解析

【分析】由 $\angle 1=\angle 2$ 可得 $\angle CAB = \angle EAD$，根据全等三角形的判定即可证明结论.

【详解】证明：$\because \angle 1=\angle 2$，

$\therefore \angle 1 + \angle EAB = \angle 2 + \angle EAB$ ，

即 $\angle CAB = \angle EAD$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，

$$\begin{cases} AC = AE \\ \angle CAB = \angle EAD \\ AB = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE(SAS)$.

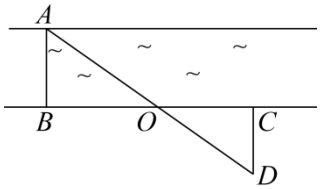
【点睛】题目主要考查全等三角形的判定定理，熟练掌握全等三角形的判定定理是解题关键.

◎思路二 已知两角对应相等

方法归纳：①寻找夹边对应相等，用“ASA”；

②寻找任一对应角的对边对应相等，用“AAS”

6.（2022·浙江·八年级专题练习）用如图所示方法测小河宽度：$AB\perp BC$，$OB=OC$，$BC\perp CD$，点 A，O，D 在同一条直线上，量出 CD 的长度即知小河 AB 的宽度．这里判断$\triangle AOB\cong\triangle DOC$ 的依据是（　　）



A．SAS 或 *SSA*　　B．SAS 或 ASA　　C．AAS 或 SSS　　D．ASA 或 AAS

【答案】D

【分析】根据全等三角形的判定方法：SAS，ASA，AAS，SSS，即可解答．

【详解】解：∵$AB\perp BC$，$BC\perp CD$，

∴$\angle ABC=\angle DCB=90°$，

在$\triangle AOB$ 和$\triangle DOC$ 中，$\begin{cases}\angle AOB=\angle COD\\ OB=OC\\ \angle ABC=\angle DCB\end{cases}$，

∴$\triangle AOB\cong\triangle DOC$（ASA），

方法二：

∵$AB\perp BC$，$BC\perp CD$，

∴$\angle ABC=\angle DCB=90°$，

∵$\angle AOB=\angle COD$，$\angle AOB+\angle BAO=90°$，$\angle COD+\angle CDO=90°$，

∴$\angle BAO=\angle CDO$，

在$\triangle AOB$ 和$\triangle DOC$ 中，

$\begin{cases}\angle BAO=\angle CDO\\ \angle ABC=\angle DCB\\ OB=OC\end{cases}$，

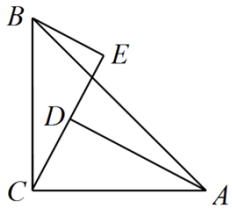
∴$\triangle AOB\cong\triangle DOC$（AAS），

故选：D．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键．

7.（2022·全国·八年级专题练习）如图，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，$BE\perp CE$，$AD\perp CE$ 于 D，$AD=2.5$cm，

DE=1.7cm，则 BE=（　　）



A．1cm　　B．0.8cm　　C．4.2cm　　D．1.5cm

【答案】B

【分析】根据 $BE \perp CE$，$AD \perp CE$ 得 $\angle E = \angle ADC$，则 $\angle CAD + \angle ACD = 90°$，再由 $\angle ACB = 90°$，得 $\angle BCE + \angle ACD = 90°$，则 $\angle BCE = \angle CAD$，从而证出 $\Delta BCE \cong \Delta CAD$，进而得出 BE 的长．

【详解】解：$\because BE \perp CE$，$AD \perp CE$，

$\therefore \angle E = \angle ADC = 90°$，

$\therefore \angle CAD + \angle ACD = 90°$，

$\because \angle ACB = 90°$，

$\therefore \angle BCE + \angle ACD = 90°$，

$\therefore \angle BCE = \angle CAD$，

又 $\because AC = BC$，

$\therefore \Delta BCE \cong \Delta CAD(AAS)$，

$\therefore CE = AD$，$BE = CD$，

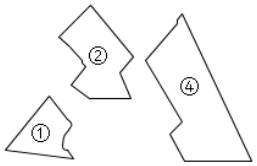
$\because AD = 2.5\,\text{cm}$，$DE = 1.7\,\text{cm}$，

$\therefore BE = CD = CE - DE = AD - DE = 2.5 - 1.7 = 0.8\,\text{cm}$．

故选：B．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，解题的关键是掌握相应的判定定理及性质．

8．（2022·上海·七年级专题练习）如图所示，某同学把一块三角形的玻璃打碎成了三块，现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃，那么最省事的办法是带_____去玻璃店．



【答案】③

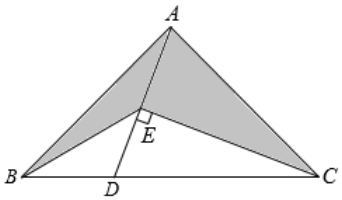
【分析】观察每块玻璃形状特征，利用 ASA 判定三角形全等可得出答案．

【详解】第一块和第二块只保留了原三角形的一个角和部分边，根据这两块中的任一块均不能配一块与原来完全一样的；第三块不仅保留了原来三角形的两个角还保留了一边，则可以根据 *ASA* 来配一块一样的玻璃．应带③去．

故答案为：③．

【点睛】本题属于利用 *ASA* 判定三角形全等的实际应用，难度不大，但形式较颖，要善于将所学知识与实际问题相结合．

9．（2022·江苏·八年级专题练习）如图，在$\triangle ABC$中，CE平分$\angle ACB$，$CE\perp AD$于点E，若$\triangle ABC$的面积为12cm^2，则阴影部分的面积为_____cm^2．



【答案】6

【分析】证点 E 为 AD 的中点，可得$\triangle ACE$与$\triangle ACD$的面积之比，同理可得$\triangle ABE$和$\triangle ABD$的面积之比，即可解答出．

【详解】解：如图，CE平分$\angle ACB$，$CE\perp AD$于点E，

$\therefore \angle ACE=\angle DCE$，$\angle AEC=\angle DEC=90°$，

$\because CE=CE$，

$\therefore \triangle ACE\cong\triangle DCE$

$\therefore AE=DE$，

$\therefore S\triangle ACE$：$S\triangle ACD$＝1：2，

同理可得，$S\triangle ABE$：$S\triangle ABD$＝1：2，

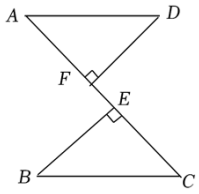
$\because S\triangle ABC$＝12 cm^2，

$\therefore$阴影部分的面积为 $S\triangle ACE+S\triangle ABE=\frac{1}{2}S\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12=6$ cm^2．

故答案为 6．

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质及三角形面积的等积变换，解题关键是明确三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分．

10．（2022·全国·八年级专题练习）如图，已知∠D＝∠B，$DF\perp AC$，$BE\perp AC$．



(1)求证：$AD \parallel BC$；

(2)若 $AE=CF$，求证：$\triangle AFD \cong \triangle CEB$.

【答案】(1)见解析

(2)见解析

【分析】（1）证明$\angle A=\angle C$，根据内错角相等，两直线平行即可进行证明；

（2）根据 AAS 即可证明$\triangle AFD \cong \triangle CEB$.

（1）

证明：$\because DF \perp AC$，$BE \perp AC$.

$\therefore \angle AFD=90°$，$\angle BEC=90°$，

$\because \angle D=\angle B$，

$\therefore \angle A=\angle C$，

$\therefore AD \parallel BC$；

（2）

$\because AE=CF$，

$\therefore AE-EF=CF-EF$，

$\therefore AF=CE$，

在$\triangle AFD$ 和$\triangle CEB$ 中，

$$\begin{cases} \angle D=\angle B \\ \angle A=\angle C \\ AF=CE \end{cases},$$

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle CEB$（$AAS$）.

【点睛】本题主要考查了平行线的判定和三角形全等的判定，熟练掌握平行线的性质和三角形的判定定理是解题的关键.

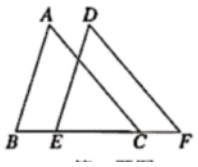
◎思路三 已知一边一角对应相等

方法归纳：①有一边和该边的对角对应相等，寻找另一角对应相等，用“AAS”；

②有一边和该边的邻角对应相等，寻找该角的另一边对应相等，用“SAS”；

③有一边和该边的邻角对应相等，寻找另一角对应相等，用“AAS”或“ASA”。

11．（2022·全国·八年级课时练习）如图，$AB // DE$，$AB=DE$，下列条件中，不能判定$\triangle ABC \cong \triangle DEF$的是（　　）



A．$DF // AC$　　B．$\angle A=\angle D$　　C．$CF=BE$　　D．$AC=DF$

【答案】D

【分析】直接利用三角形全等判定条件逐一进行判断即可．

【详解】A．　由$DF \parallel AC$可得$\angle ACB=\angle DFE$，由$AB \parallel DE$，可得$\angle ABC=\angle DEF$，又因$AB=DE$，利用AAS可得$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，故本选项不符合题意；

B．由$AB \parallel DE$，可得$\angle ABC=\angle DEF$，又因$\angle A=\angle D$，$AB=DE$，利用ASA可得$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，故本选项不符合题意；

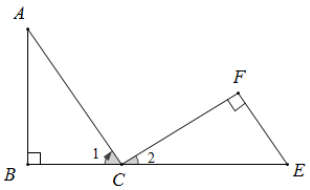
C．由$CF=BE$可证得$BC=EF$，由$AB \parallel DE$，可得$\angle ABC=\angle DEF$，又因$AB=DE$，利用SAS可得$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，故本选项不符合题意；

D．$AC=DF$，$AB \parallel DE$，$AB=DE$，是SSA，不能判断三角形全等，故本选项符合题意，

故选D．

【点睛】本题主要考查全等三角形的判定条件，熟记全等三角形的判定条件是解题关键．

12．（2022·全国·八年级专题练习）如图，点B，C，E在同一直线上，且$AC=CE$，$\angle B=\angle D=90°$，$AC \perp CD$，下列结论不一定成立的是（　　）



A．$\angle A=\angle 2$　　B．$\angle A+\angle E=90°$　　C．$BC=DE$　　D．$\angle BCD=\angle ACE$

【答案】D

【分析】根据直角三角形的性质得出$\angle A=\angle 2$，$\angle 1=\angle E$，根据全等三角形的判定定理推出$\triangle ABC \cong \triangle CDE$，再逐个判断即可．

【详解】解：$\because AC \perp CD$，

∴∠ACD=90°，

∵∠B=90°，

∴∠1+∠A=90°，∠1+∠2=90°，

∴∠A=∠2，

同理∠1=∠E，

∵∠D=90°，

∴∠E+∠2=∠A+∠E=90°，

在△ABC 和△CDE 中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle 2\\ \angle B=\angle D\\ AC=CE\end{cases},$$

∴△ABC≌△CDE（AAS），

∴$BC=DE$，

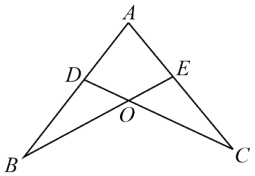
∴选项 A、选项 B，选项 C 都正确；

根据已知条件推出∠A=∠2，∠E=∠1，但是∠1=∠2 不能推出，而∠BCD=90°+∠1，∠ACE=90°+∠2，所以 $\angle BCD=\angle ACE$ 不一定成立故选项 D 错误；

故选：D．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定定理和直角三角形的性质，能灵活运用知识点进行推理是解此题的关键，注意：全等三角形的判定定理有：ASA，SAS，AAS，SSS，两直角三角形全等，还有 HL．

13．（2021·湖北·襄阳市樊城区青泥湾中学八年级阶段练习）如图，点 D，E 分别在线段 AB，AC 上，BE，CD 相交于点 O，AE=AD，要使△ABE≌△ACD，需添加一个条件是_____（只需一个即可，图中不能再添加其他点或线）



【答案】∠ADC＝∠AEB 或∠B＝∠C 或 AB＝AC 或∠BDO＝∠CEO 或 DB＝EC

【分析】要使△ABE≌△ACD，已知 AE＝AD，∠A＝∠A，具备了一组边和一组角对应相等，还缺少边或角对应相等的条件，结合判定方法及图形进行选择即可．

【详解】解：∵∠A＝∠A，AE＝AD，

添加：①∠ADC＝∠AEB（ASA）；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/867105042133006134