专题 1.20　完全平方公式（巩固篇）（专项练习）

一、单选题

类型一、运用完全平方公式进行计算

1．已知.$(a+b)^2=9$，$ab=-1\frac{1}{2}$，则 a^2+b^2 的值等于（　　）

A．84　　B．78　　C．12　　D．6

2．已知（$a+b$）$^2=11$，（$a-b$）$^2=7$，则 ab 等于（　　）

A．－1　　B．－2　　C．1　　D．2

3．若实数 x,y,z 满足$(x-z)^2-4(x-y)(y-z)=0$，则下列式子一定成立的是（ ）

A．x+y+z=0　　B．x+y-2z=0　　C．y+z-2x=0　　D．z+x-2y=0

4．已知$a=2019x+2019$，$b=2019x+2020$，$c=2019x+2021$，则$a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc$的值为(　　)

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

类型二、通过完全平方公式变形进行运算或化简

5．已知（m-n）$^2=8$，（m+n）$^2=2$，则 $m^2+n^2=$（　）

A．10　　B．6　　C．5　　D．3

6．若 a+b=3，$a^2+b^2=7$，则 ab 等于（ ）

A．2　　B．1　　C．－2　　D．－1

7．已知三个实数 a,b,c 满足 a-2b+c=0，a+2b+c＜0，则（　　）

A．b>0，$b^2-ac\le0$　　B．b＜0，$b^2-ac\le0$

C．b>0，$b^2-ac\ge0$　　D．b＜0，$b^2-ac\ge0$

8．已知a,b为实数，且满足$ab>0,a+b-2=0$，当$\boldsymbol{a-b}$为整数时，ab的值为（　　）

A．$\frac{3}{4}$或$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{4}$或 1　　C．$\frac{3}{4}$或 1　　D．$\frac{1}{4}$或$\frac{3}{4}$

类型三、求完全平方公式中的系数

9．若 $x^2+mxy+4y^2$ 是完全平方式，则常数 m 的值为（　　）

A．4　　B．－4

C．±4　　D．以上结果都不对

10．若 $x^2+2(m+1)x+25$ 是一个完全平方式，那么 m 的值（　　）

A．4 或-6　　B．4　　C．6 或 4　　D．-6

11．若 $x^2-kxy+9y^2$ 是一个完全平方式，则常数 k 的值为(　　)

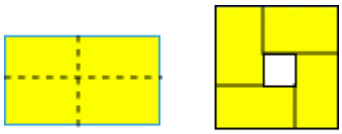
A．6　　B．−6　　C．±6　　D．无法确定

12．若代数式 $x^2+ax+64$ 是一个完全平方式，则 a 的值是（　　）

A．−16　　B．16　　C．8　　D．±16

类型四、完全平方公式在几何图形中的应用

13．图（1）是一个长为 2m，宽为 2n（m＞n）的长方形，用剪刀沿图中虚线（对称轴）剪开，把它分成四块形状和大小都一样的小长方形，然后按图（2）那样拼成一个正方形，则中间空的部分的面积是（　　）

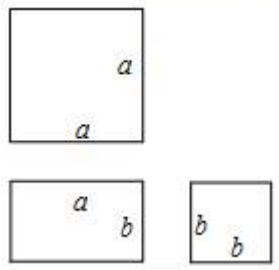


图（1）

图（2）

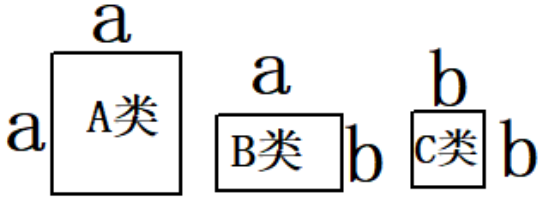
A．2mn　　B．$(m+n)^2$　　C．$(m-n)^2$　　D．m^2-n^2

14．如图，有三种规格的卡片共 9 张，其中边长为 a 的正方形卡片 4 张，边长为 b 的正方形卡片 1 张，长，宽分别为 a，b 的长方形卡片 4 张．现使用这 9 张卡片拼成一个大的正方形，则这个大正方形的边长为(　　)



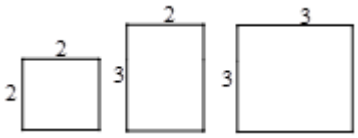
A．2a+b　　B．4a+b　　C．a+2b　　D．a+3b

15．用如图所示的正方形和长方形卡片若干张，拼成一个边长为 $a+2b$ 的正方形，需要 B 类卡片的张数为（　　）



A．6　　B．2　　C．3　　D．4

16．有 5 张边长为 2 的正方形纸片，4 张边长分别为 2、3 的矩形纸片，6 张边长为 3 的正方形纸片，从其中取出若干张纸片，且每种纸片至少取一张，把取出的这些纸片拼成一个正方形（原纸张进行无空隙、无重叠拼接），则拼成正方形的边长最大为 （　　）



A．6　　B．7　　C．8　　D．9

二、填空题

类型一、运用完全平方公式进行计算

17．已知 $a^2-3a+1=0$，求 $a^4+\frac{1}{a^4}$ 的值为____.

18．若（7x﹣a）^{2}=49x^2﹣bx+9，则|a+b|的值为_____.

19．已知 a^2﹣4b=﹣18，b^2+10c=7，c^2﹣6a=﹣27，则 a+b+c 的值是_____.

20．已知：$x+y=5,x^2+y^2=11$,则代数式 $x^3y-3x^2y^2+xy^3$ 的值为_____;

类型二、通过完全平方公式变形进行运算或化简

21．已知 $a+b=8$，$a^2b^2=4$，则 $\frac{a^2+b^2}{2}-ab=$_____.

22．若 a+b=17，ab=60，则 a-b 的值是_____.

23．已知 $a^2+2a+b^2-6b+10=0$，那么 $a=$_____，$b=$_____.

24．若 m^2+n^2－6n＋4m＋13＝0，m^2－n^2=_____;

类型三、求完全平方公式中的系数

25．若 $x^2+2(m-3)x+16$ 是关于 x 的完全平方式，则 $m=$_____.

26．若代数式 x^2-6x+b 可化为 $(x-a)^2-1$，则 $b-a$ 的值是_____.

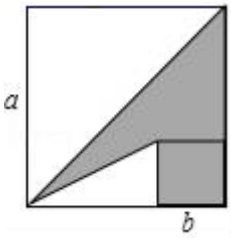
27．若 $x^2+2(3-m)x+25$ 可以用完全平方式来分解因式，则 m 的值为_____.

28．如果 $x^2+mx+1=(x+n)^2$，且 $m>0$，则 n 的值是 ____ .

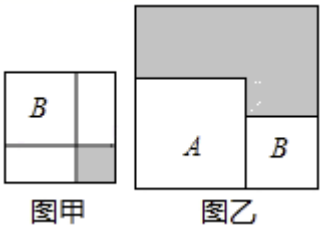
类型四、完全平方公式在几何图形中的应用

29．如图，两个正方形边长分别为 a、b，如果 a+b=7，ab=13，则阴影部分的面积为

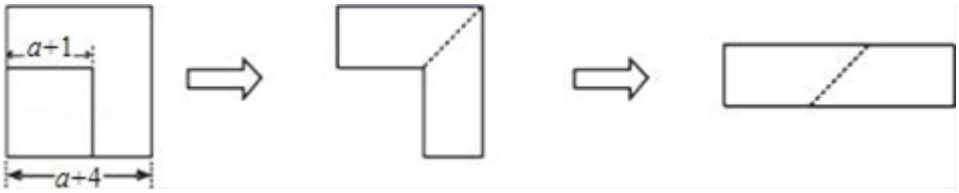
_____.



30．如图，有 A，B 两个正方形，现将 B 放在 A 的内部得图甲，将 A，B 并列放置后构造新的正方形得图乙．若图甲和图乙中阴影部分的面积分别为 5 和 16，则正方形 A，B 的面积之和为_____.



31．如图，从边长为（a+4）cm 的正方形纸片中剪去一个边长为（a+1）cm 的正方形（a＞0），剩余部分沿虚线又剪拼成一个矩形（不重叠无缝隙），则矩形的面积为_____.



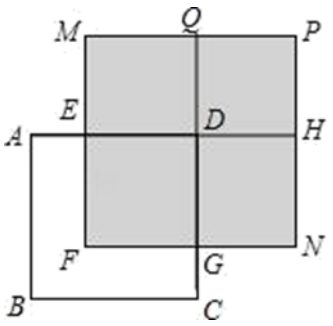
32．代数与几何的联手！

（1） $(a+b)^2$ 与$(a-b)^2$ 有怎样的联系，能否用一个等式来表示两者之间的关系?并尝试用图形来验证你的结论

（2） 若 x 满足（40﹣x）（x﹣30）＝﹣20，则（40﹣x）^{2}+（x﹣30）^{2} 的值为_____.

（3） 若 x 满足（x﹣3）（x﹣1）＝$\frac{9}{4}$，则（x﹣3）^{2}+（x﹣1）^{2} 的值为 _____.

（4） 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 x，AE＝14，CG＝30，长方形 $EFGD$ 的面积是 200，四边形 $NGDH$ 和 $MEDQ$ 都是正方形，四边形 $PQDH$ 是长方形，求图中阴影部分的面积_____.（结果必须是一个具体的数值）



三、解答题

33．运用乘法公式简便计算:

(1)9997^2　　(2)$1186^2-1185\times1187$

34．阅读材料：若$m^2-2mn+2n^2-4n+4=0$，求m，n的值.

解：$\because m^2-2mn+2n^2-4n+4=0$，$\therefore\left(m^2-2mn+n^2\right)+\left(n^2-4n+4\right)=0$，

$\therefore\left(m-n\right)^2+\left(n-2\right)^2=0$，$\therefore\left(m-n\right)^2=0$，$\left(n-2\right)^2=0$，$\therefore n=2$，$m=2$.

根据你的观察，探究下面的问题：

（1）$a^2+b^2+6a-2b+10=0$，则$a=$_____，$b=$_____.

（2）已知$x^2+2y^2-2xy+8y+16=0$，求xy的值.

（3）已知$\triangle ABC$的三边长a、b、c都是正整数，且满足$2a^2+b^2-4a-8b+18=0$，求$\triangle ABC$的周长.

35．$a+b=5,ab=-2,$求a^2+b^2和$(a-b)^2$的值.

36．阅读下面的材料：

我们可以用配方法求一个二次三项式的最大值或最小值，例如：求代数式a^2-2a+5的最小值.方法如下：

$\because a^2-2a+5=a^2-2a+1+4=(a-1)^2+4$，由$(a-1)^2\geq 0$，得$(a-1)^2+4\geq 4$；

$\therefore$代数式a^2-2a+5的最小值是 4.

（1）仿照上述方法求代数式$x^2+10x+7$的最小值.

（2）代数式$-a^2-8a+16$有最大值还是最小值？请用配方法求出这个最值.

37．已知多项式$A=x^2+2x+n^2$，多项式$B=2x^2+4x+3n^2+3$.

（1）若多项式x^2+2x+n^2是完全平方式，则$n^2=$_____.

（2）已知$x=m$时，多项式x^2+2x+n^2的值为-1，则$x=-m$时，多项式A的值为多少？

（3）在第（2）问的条件下，求$5A+\left[(3A-B)-2(A+B)\right]$的值.

38．对于一个图形，通过两种不同的方法计算它的面积，可以得到一个数学等式，例如图 1 可以得到$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，请解答下列问题：

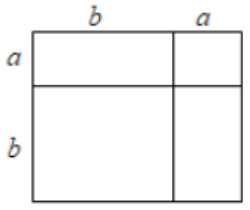


图1

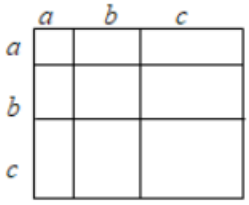


图2

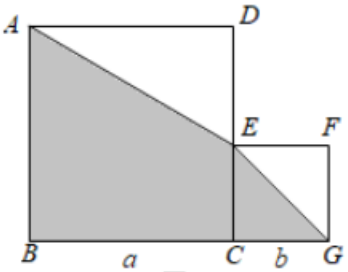


图3

（1）图 2 所表示的数学等式为_____；

（2）利用（1）得到的结论，解决问题：若$a+b+c=12, a^2+b^2+c^2=60$，求$ab+ac+bc$的值；

（3）如图 3，将两个边长分别为a和b的正方形拼在一起，B,C,D三点在同一直线上，连接AE,EG,若两正方形的边长满足$a+b=15,\ \ ab=35$求阴影部分面积.

参考答案

1．C

解：根据完全平方式$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$，可由(a+b)²=9，ab= $-1\frac{1}{2}$ 知 a²+b²=（a+b）²-2ab=9+3=12.

故选 C.

2．C

【分析】

根据完全平方公式将原式展开，然后二者相减得到 4ab 即可求解.

解：∵$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=11$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=7$

∴$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab=11-7$，即 $4ab=4$，

解得，$ab=1$.

故选：C.

【点拨】本题考查了完全平方公式，熟练记忆完全平方公式并可以根据条件变形是本题的关键.

3．D

【解析】

∵（x﹣z）²﹣4（x﹣y）（y﹣z）=0，∴x²+z²﹣2xz﹣4xy+4xz+4y²﹣4yz=0，

∴x²+z²+2xz﹣4xy+4y²﹣4yz=0，∴（x+z）²﹣4y（x+z）+4y²=0，∴（x+z﹣2y）²=0，

∴z+x﹣2y=0．故选 D.

4．D

【分析】

根据 $a=2019x+2019$，$b=2019x+2020$，$c=2019x+2021$ 分别求出 a-b、a-c、b-c 的值，然后利用完全平方公式将题目中的式子变形，即可完成.

解：∵$a=2019x+2019$，$b=2019x+2020$，$c=2019x+2021$，

$a-b=2019x+2019-2019x-2020=-1$

$a-c=2019x+2019-2019x-2021=-2$

$b-c=2019x+2020-2019x-2021=-1$

∴$a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc$

$=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2ac-2bc)$

$=\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+a^2-2ac+c^2+b^2-2bc+c^2)$

$$=\frac{1}{2}(a-b)^2+\frac{1}{2}(a-c)^2+\frac{1}{2}(b-c)^2$$

$$=\frac{1}{2}\times(-1)^2+\frac{1}{2}\times(-2)^2+\frac{1}{2}\times(-1)^2$$

$$=\frac{1}{2}+2+\frac{1}{2}$$

$$=3$$

故选 D

【点拨】本题考查完全平方公式的应用，熟练掌握完全平方公式是解题关键.

5．C

【分析】

根据完全平方公式可得$(m-n)^2=m^2-2mn+n^2=8$，$(m+n)^2=m^2+2mn+n^2=2$，再把两式相加即可求得结果.

解：由题意得$(m-n)^2=m^2-2mn+n^2=8$，$(m+n)^2=m^2+2mn+n^2=2$

把两式相加可得$2m^2+2n^2=10$，则$m^2+n^2=5$

故选 C.

考点：完全平方公式

点评：计算题是中考必考题，一般难度不大，要特别慎重，尽量不在计算上失分.

6．B

解：∵a+b=3，

∴（a+b）^{2}=9

∴$a^2+2ab+b^2=9$

∵$a^2+b^2=7$

∴7+2ab=9，7+2ab=9

∴ab=1.

故选 B.

考点：完全平方公式；整体代入.

7．D

【分析】

根据题意得 a+c=2b，然后将 a+c 替换掉可求得 b＜0，将 b^2-ac 变形为$\frac{(a-c)^2}{4}$，可根据平方

的非负性求得 $b^2-ac\geq 0$.

解：∵a-2b+c=0，

∴a+c=2b，

∴a+2b+c=4b＜0，

∴b＜0，

∴$a^2+2ac+c^2=4b^2$，即 $b^2=\dfrac{a^2+2ac+c^2}{4}$

∴$b^2-ac=\dfrac{a^2+2ac+c^2}{4}-ac=\dfrac{a^2-2ac+c^2}{4}=\dfrac{(a-c)^2}{4}\geq 0$，

故选 D.

【点拨】本题考查了等式的性质以及完全平方公式的应用，熟练掌握完全平方公式是解题关键.

8．C

【分析】

根据 $a+b-2=0$ 得到 $a+b=2$，进而得到 $(a+b)^2=4$，设 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=t$，可得到 $ab=\dfrac{4-t}{4}$，根据 $\boldsymbol{a-b}$ 为整数，$ab>0$，即可确定 t 为 0 或 1，问题得解.

解：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=4$；设 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=t$，则 $4ab=4-t$，

∴ $ab=\dfrac{4-t}{4}$，

∵ $\boldsymbol{a-b}$ 为整数，$ab>0$，

∴t 为 0 或 1，

当 $t=0$ 时，$ab=1$；

当 $t=1$ 时，$ab=\dfrac{3}{4}$；

∴ ab 的值为 1 或 $\dfrac{3}{4}$.

故选：C

【点拨】本题考查了完全平方公式的变形，熟练掌握完全平方公式并根据题意确定相应字母的取值范围是解题关键.

9．C

解：∵（x±2y）^{2}=x^2±4xy+4y^2，

∴在 $x^2+mxy+4y^2$ 中，$\pm4xy=mxy$，

∴$m=\pm4$.

故选 C.

10．A

解：∵$x^2+2（m+1）x+25$ 是一个完全平方式，

∴$\triangle=b^2-4ac=0$，

即：$[2（m+1）]^2-4\times25=0$

整理得，$m^2+2m-24=0$，

解得 $m_1=4$，$m_2=-6$，

所以 m 的值为 4 或-6.

故选 A.

11．C

【分析】

利用完全平方公式的结构特征判断即可确定出 k 的值.

解：∵$x^2-kxy+9y^2$ 是一个完全平方式，

∴$-k=\pm6$，

解得：$k=\pm6$，

故选 C.

【点拨】此题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

12．D

【解析】试题分析：根据完全平方式的意义，首平方，尾平方，中间加减积的 2 倍，可知 $a=\pm2\times8=16$.

故选：D

点睛：此题主要考查了完全平方式的意义，解题关键是明确公式的特点，即：完全平方式分两种，一种是完全平方和公式，就是两个整式的和括号外的平方。另一种是完全平方差公式，就是两个整式的差括号外的平方。算时有一个口诀“首末两项算平方，首末项乘积的 2 倍中间放，符号随中央。

13．C

解：由题意可得，正方形的边长为（m+n），故正方形的面积为（m+n）².

又∵原矩形的面积为 4mn，∴中间空的部分的面积=（m+n）^{2}-4mn=（m-n）^{2}.

故选 C.

14．A

【分析】

4 张边长为 a 的正方形卡片的面积为 4a^2，4 张边长分别为 a、b 的矩形卡片的面积为 4ab，1 张边长为 b 的正方形卡片面积为 b^2，9 张卡片拼成一个正方形的总面积

=4a^2+4ab+b^2=(2a+b)^2，所以该正方形的边长为：2a+b.

解：设拼成后大正方形的边长为 x，

∴4a^2+4ab+b^2=x^2，

∴(2a+b)^2=x^2，

∴该正方形的边长为：2a+b.

故选 A.

【点拨】本题主要考查了完全平方公式的几何意义，利用完全平方公式分解因式后即可得出大正方形的边长.

15．D

【分析】

根据大正方形的边长，可求出大正方形的面积为$(a+2b)^2$，根据完全平方公式，分解为 3 部分，刚好就是 A、B、C 这 3 类图形面积部分.其中，分解的 ab 部分的系数即为 B 类卡片的张数.

解：大正方形的面积为：$(a+2b)^2=a^2+4ab+4b^2$

其中a^2为 A 类卡片的面积，∴需要 A 类卡片一张；

同理，需要 B 类卡片 4 张，C 类卡片 4 张.

故选 D.

【点拨】本题考查了完全平方公式在几何图中的应用，遇到这类题目，需要想办法先将题干转化为我们学习过的数学知识，然后再求解.

16．C

【分析】

设 2 为 a，3 为 b，则根据 5 张边长为 2 的正方形纸片的面积是 5a^2，4 张边长分别为 2、3 的

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/867150150044006062