

2022-2023 学年浙江省金兰教育合作组织高三一轮复习周测（一）数学试题试卷

考生请注意：

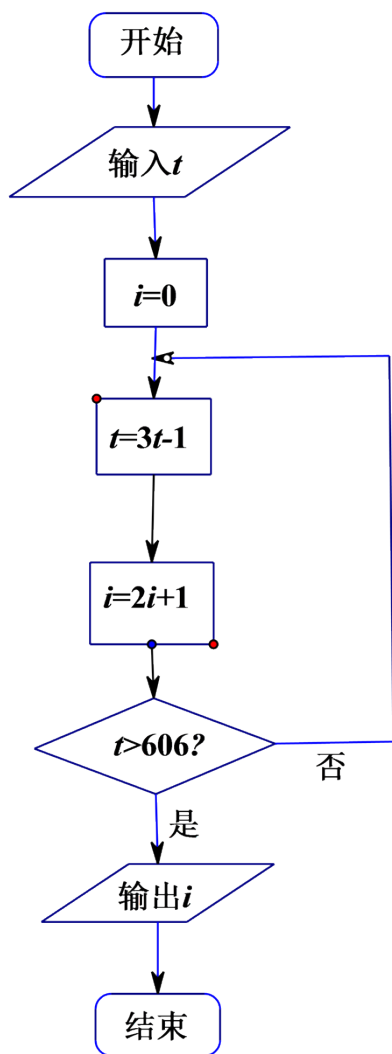
1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 从抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点 P (P 点在 x 轴上方)引抛物线准线的垂线，垂足为 M ，且 $|PM| = 5$ ，设抛物线的焦点为 F ，则直线 MF 的斜率为 ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

2. 执行如图所示的程序框图，若输入的 $t = 3$ ，则输出的 $i =$ ()



- A. 9 B. 31 C. 15 D. 63

3. 已知 i 为虚数单位，实数 x, y 满足 $(x + 2i)i = y - i$ ，则 $|x - yi| =$ ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

4. 若 i 为虚数单位, 则复数 $z = -\sin \frac{2\pi}{3} + i \cos \frac{2\pi}{3}$, 则 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. 若函数 $f(x) = x^2 e^x - a$ 恰有 3 个零点, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(\frac{4}{e^2}, +\infty)$ B. $(0, \frac{4}{e^2})$ C. $(0, 4e^2)$ D. $(0, +\infty)$

6. P 是正四面体 $ABCD$ 的面 ABC 内一动点, E 为棱 AD 中点, 记 DP 与平面 BCE 成角为定值 θ , 若点 P 的轨迹为一段抛物线, 则 $\tan \theta =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $2\sqrt{2}$

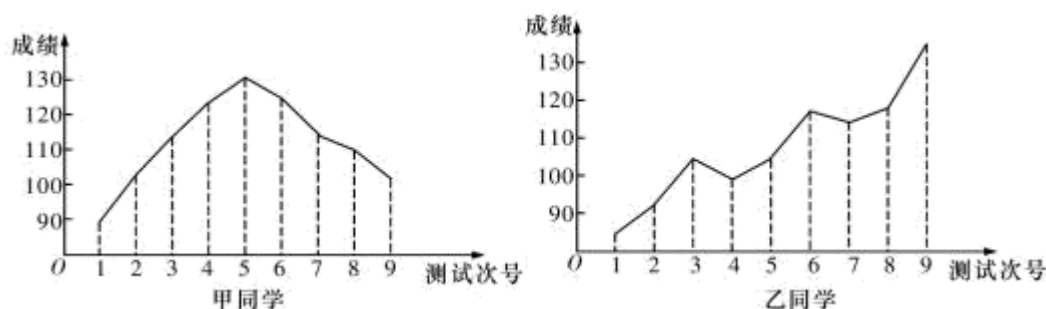
7. 已知 $\vec{AB} = (2, -1)$, $\vec{AC} = (1, \lambda)$, 若 $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 则实数 λ 的值是 ()

- A. -1 B. 7 C. 1 D. 1 或 7

8. 已知向量 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (3, -1)$, 则 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{a} \perp \vec{b}$ C. $\vec{a} \parallel (\vec{a} - \vec{b})$ D. $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$

9. 对某两名高三学生在连续 9 次数学测试中的成绩 (单位: 分) 进行统计得到折线图, 下面是关于这两位同学的数学成绩分析.



- ①甲同学的成绩折线图具有较好的对称性, 故平均成绩为 130 分;
 ②根据甲同学成绩折线图提供的数据进行统计, 估计该同学平均成绩在区间 $[110, 120]$ 内;
 ③乙同学的数学成绩与测试次号具有比较明显的线性相关性, 且为正相关;
 ④乙同学连续九次测验成绩每一次均有明显进步.

其中正确的个数为 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

10. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点, 过 F_1 的直线与双曲线的两支分别交于 A, B 两点 (A 在右支, B 在左支) 若 $\triangle ABF_2$ 为等边三角形, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{7}$

11. 若 $\triangle ABC$ 的内角 A 满足 $\sin 2A = -\frac{2}{3}$, 则 $\sin A - \cos A$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{15}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $-\frac{5}{3}$

12. 已知 $x > 0$, $a = x$, $b = x - \frac{x^2}{2}$, $c = \ln(1+x)$, 则 ()

- A. $c < b < a$ B. $b < a < c$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . $a = 4$, $b = \sqrt{6}$, $A = \frac{\pi}{3}$ 则 $\cos 2B =$ _____.

14. 已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{e}$ 是平面向量, $\vec{e}$ 是单位向量. 若 $\vec{a} \cdot \vec{e} = 2$, $\vec{b} \cdot \vec{e} = 3$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的取值范围是 _____.

15. 若函数 $f(x) = a \ln x, (a \in \mathbb{R})$ 与函数 $g(x) = \sqrt{x}$, 在公共点处有共同的切线, 则实数 a 的值为 _____.

16. 已知向量 $\vec{m} = (-2, 1)$, $\vec{n} = (4, y)$, 若 $\vec{m} \perp \vec{n}$, 则 $|2\vec{m} + \vec{n}| =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 设函数 $f(x) = |x+1| + |2x-1|$.

(1) 求不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 a , 且 $x+y+z=a$, 求 $x^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2$ 的最小值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x-m| - |x+2|$ ($m \in \mathbb{R}$), 不等式 $f(x-2) \geq 0$ 的解集为 $(-\infty, 4]$.

(1) 求 m 的值;

(2) 若 $a > 0$, $b > 0$, $c > 3$, 且 $a+2b+c=2m$, 求 $(a+1)(b+1)(c-3)$ 的最大值.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x(x-1) - \frac{1}{2}e^a x^2$, $a < 0$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的极小值;

(3) 求函数 $f(x)$ 的零点个数.

20. (12 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, 且 $b = \frac{a \sin A - c \sin C}{\sin B - \sin C}$.

- (1) 求角 A 的值;
- (2) 若 $a = \sqrt{3}$, 设角 $B = \theta$, $\triangle ABC$ 周长为 y , 求 $y = f(\theta)$ 的最大值.

21. (12 分) 已知某种细菌的适宜生长温度为 $12^{\circ}\text{C}\sim 27^{\circ}\text{C}$, 为了研究该种细菌的繁殖数量 y (单位: 个) 随温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 变化的规律, 收集数据如下:

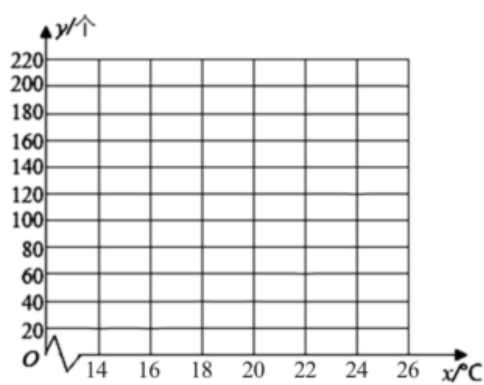
温度 $x/^{\circ}\text{C}$	14	16	18	20	22	24	26
繁殖数量 y /个	25	30	38	50	66	120	218

对数据进行初步处理后, 得到了一些统计量的值, 如表所示:

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{k}$	$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^7 (k_i - \bar{k})^2$	$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(k_i - \bar{k})$
20	78	4.1	112	3.8	1590	20.5

其中 $k_i = \ln y_i$, $\bar{k} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 k_i$.

- (1) 请绘出 y 关于 x 的散点图, 并根据散点图判断 $y = bx + a$ 与 $y = ce^{dx}$ 哪一个更适合作为该种细菌的繁殖数量 y 关于温度 x 的回归方程类型 (给出判断即可, 不必说明理由);



- (2) 根据 (1) 的判断结果及表格数据, 建立 y 关于 x 的回归方程 (结果精确到 0.1);
- (3) 当温度为 27°C 时, 该种细菌的繁殖数量的预报值为多少?

参考公式: 对于一组数据 $(u_i, v_i) (i = 1, 2, 3, \dots, n)$, 其回归直线 $v = \beta u + a$ 的斜率和截距的最小二成估计分别为

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}, \quad a = \bar{v} - \beta \bar{u}, \quad \text{参考数据: } e^{5.5} \approx 245.$$

22. (10 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 焦距为 2, 且经过点 $T\left(-1, -\frac{3}{2}\right)$,

斜率为 $k (k > 0)$ 的直线 l_1 经过点 $M(0, 2)$, 与椭圆 C 交于 G, H 两点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 在 x 轴上是否存在点 $P(m, 0)$, 使得以 PG, PH 为邻边的平行四边形是菱形? 如果存在, 求出 m 的取值范围, 如果不存在, 请说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据抛物线的性质求出点 P 坐标和焦点 F 坐标, 进而求出点 M 的坐标, 代入斜率公式即可求解.

【详解】

设点 P 的坐标为 $(x_0, y_0), y_0 > 0$,

由题意知, 焦点 $F(1, 0)$, 准线方程 $l: x = -1$,

所以 $|PM| = x_0 + 1 = 5$, 解得 $x_0 = 4$,

把点 $P(4, y_0)$ 代入抛物线方程可得,

$y_0 = \pm 4$, 因为 $y_0 > 0$, 所以 $y_0 = 4$,

所以点 M 坐标为 $(-1, 4)$,

代入斜率公式可得, $k_{MF} = \frac{4-0}{-1-1} = -2$.

故选: A

【点睛】

本题考查抛物线的性质, 考查运算求解能力; 属于基础题.

2、B

【解析】

根据程序框图中的循环结构的运算，直至满足条件退出循环体，即可得出结果.

【详解】

执行程序框 $t=3, i=0$; $t=8, i=1$; $t=23, i=3$;

$t=68, i=7$; $t=203, i=15$; $t=608, i=31$,

满足 $t > 606$ ，退出循环，因此输出 $i=31$ ，

故选:B.

【点睛】

本题考查循环结构输出结果，模拟程序运行是解题的关键，属于基础题.

3、 D

【解析】

$$\text{Q } (x+2i)i = y-i, \therefore -2+xi = y-i, \therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases},$$

$$\text{则 } |x-yi| = |-1+2i| = \sqrt{5}.$$

故选 D.

4、 B

【解析】

首先根据特殊角的三角函数值将复数化为 $z = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ ，求出 $\bar{z}$ ，再利用复数的几何意义即可求解.

【详解】

$$\text{Q } z = -\sin \frac{2\pi}{3} + i \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i,$$

$$\therefore \bar{z} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i,$$

则 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点的坐标为 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ，位于第二象限.

故选： B

【点睛】

本题考查了复数的几何意义、共轭复数的概念、特殊角的三角函数值，属于基础题.

5、 B

【解析】

求导函数，求出函数的极值，利用函数 $f(x) = x^2 e^x - a$ 恰有三个零点，即可求实数 a 的取值范围.

【详解】

函数 $y = x^2 e^x$ 的导数为 $y' = 2xe^x + x^2 e^x = xe^x(x+2)$,

令 $y' = 0$, 则 $x = 0$ 或 -2 ,

$-2 < x < 0$ 上单调递减, $(-\infty, -2), (0, +\infty)$ 上单调递增,

所以 0 或 -2 是函数 y 的极值点,

函数的极值为: $f(0) = 0, f(-2) = 4e^{-2} = \frac{4}{e^2}$,

函数 $f(x) = x^2 e^x - a$ 恰有三个零点, 则实数的取值范围是: $(0, \frac{4}{e^2})$.

故选 B.

【点睛】

该题考查的是有关结合函数零点个数, 来确定参数的取值范围的问题, 在解题的过程中, 注意应用导数研究函数图象的走向, 利用数形结合思想, 转化为函数图象间交点个数的问題, 难度不大.

6、B

【解析】

设正四面体的棱长为 2, 建立空间直角坐标系, 求出各点的坐标, 求出面 BCE 的法向量, 设 P 的坐标, 求出向量

$\vec{DP}$, 求出线面所成角的正弦值, 再由角 θ 的范围 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 结合 θ 为定值, 得出 $\sin \theta$ 为定值, 且 P 的轨迹为一段抛物

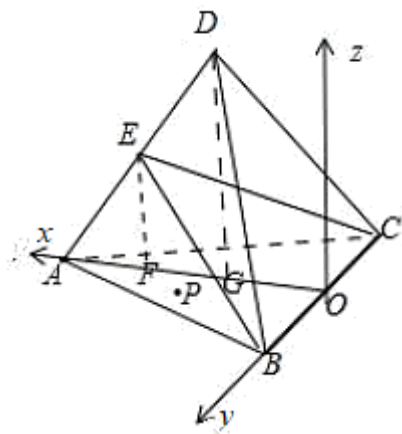
线, 所以求出坐标的关系, 进而求出正切值.

【详解】

由题意设四面体 $ABCD$ 的棱长为 2, 设 O 为 BC 的中点,

以 O 为坐标原点, 以 OA 为 x 轴, 以 OB 为 y 轴, 过 O 垂直于面 ABC 的直线为 z 轴, 建立如图所示的空间直角坐标系

$O-xyz$,



则可得 $OB = OC = 1$, $OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$, 取 OA 的三等分点 G 、 F 如图,

$$\text{则 } OG = \frac{1}{3}OA = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad AG = OF = \frac{2}{3}OA = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \quad DG = \sqrt{AD^2 - AG^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}, \quad EF = \frac{1}{2}DG = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\text{所以 } B(0,1,0)、C(0,-1,0)、A(\sqrt{3},0,0)、D\left(\frac{\sqrt{3}}{3},0,\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)、E\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},0,\frac{\sqrt{6}}{3}\right),$$

$$\text{由题意设 } P(x,y,0), \quad \overrightarrow{DP} = \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}, y, -\frac{2\sqrt{6}}{3}\right),$$

$\triangle VABD$ 和 $\triangle VACD$ 都是等边三角形, E 为 AD 的中点, $\therefore BE \perp AD$, $CE \perp AD$,

$$\because BE \cap CE = E, \therefore AD \perp \text{平面 } BCE, \therefore \overrightarrow{AD} = \left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0, \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) \text{ 为平面 } BCE \text{ 的一个法向量},$$

$$\text{因为 } DP \text{ 与平面 } BCE \text{ 所成角为定值 } \theta, \text{ 则 } \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right],$$

由题意可得

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \left| \cos \langle \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DP} \rangle \right| = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DP}|}{|\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{DP}|} = \frac{\left| -\frac{2\sqrt{3}}{3} \times \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) - \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2 \right|}{2 \times \sqrt{\left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + y^2 + \left(-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2}} \\ &= \frac{|x + \sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3}x - 1)^2 + 3y^2 + 8}} = \sqrt{\frac{(x + \sqrt{3})^2}{3x^2 + 3y^2 - 2\sqrt{3}x + 9}} = \sqrt{\frac{x^2 + 2\sqrt{3}x + 3}{3x^2 + 3y^2 - 2\sqrt{3}x + 9}}, \end{aligned}$$

因为 P 的轨迹为一段抛物线且 $\tan \theta$ 为定值, 则 $\sin \theta$ 也为定值,

$$\therefore \frac{2\sqrt{3}x}{3y^2 - 2\sqrt{3}x} = \frac{x^2}{3x^2} = \frac{3}{9}, \text{ 可得 } 3y^2 = 8\sqrt{3}x, \text{ 此时 } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 则 } \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}, \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故选：B.

【点睛】

考查线面所成的角的求法，及正切值为定值时的情况，属于中等题.

7、C

【解析】

根据平面向量数量积的坐标运算，化简即可求得 λ 的值.

【详解】

由平面向量数量积的坐标运算，代入化简可得

$$\cos \angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{2 - \lambda}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{1 + \lambda^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$\therefore$ 解得 $\lambda = 1$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了平面向量数量积的坐标运算，属于基础题.

8、D

【解析】

由题意利用两个向量坐标形式的运算法则，两个向量平行、垂直的性质，得出结论.

【详解】

$\therefore$ 向量 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (3, -1)$, $\therefore \vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的坐标对应不成比例，故 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 不平行，故排除 A;

显然， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 + 2 \neq 0$ ，故 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 不垂直，故排除 B;

$\therefore \vec{a} - \vec{b} = (-2, -1)$ ，显然， $\vec{a}$ 和 $\vec{a} - \vec{b}$ 的坐标对应不成比例，故 $\vec{a}$ 和 $\vec{a} - \vec{b}$ 不平行，故排除 C;

$\therefore \vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -2 + 2 = 0$ ，故 $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$ ，故 D 正确，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查两个向量坐标形式的运算，两个向量平行、垂直的性质，属于基础题.

9、C

【解析】

利用图形，判断折线图平均分以及线性相关性，成绩的比较，说明正误即可.

【详解】

①甲同学的成绩折线图具有较好的对称性，最高130分，平均成绩为低于130分，①错误；

②根据甲同学成绩折线图提供的数据进行统计，估计该同学平均成绩在区间 $[110,120]$ 内，②正确；

③乙同学的数学成绩与测试次号具有比较明显的线性相关性，且为正相关，③正确；

④乙同学在这连续九次测验中第四次、第七次成绩较上一次成绩有退步，故④不正确。

故选：C.

【点睛】

本题考查折线图的应用，线性相关以及平均分的求解，考查转化思想以及计算能力，属于基础题.

10、D

【解析】

根据双曲线的定义可得 $\triangle ABF_2$ 的边长为 $4a$ ，然后在 $\triangle AF_1F_2$ 中应用余弦定理得 a, c 的等式，从而求得离心率.

【详解】

由题意 $|AF_1| - |AF_2| = 2a$ ， $|BF_2| - |BF_1| = 2a$ ，又 $|AF_2| = |BF_2| = |AB|$ ，

$\therefore |AF_1| - |BF_1| = |AB| = 4a$ ， $\therefore |BF_1| = 2a$ ，

在 $\triangle AF_1F_2$ 中 $|F_1F_2|^2 = |AF_1|^2 + |AF_2|^2 - 2|AF_1||AF_2|\cos 60^\circ$ ，

即 $4c^2 = (6a)^2 + (4a)^2 - 2 \times 6a \times 4a \times \frac{1}{2} = 28a^2$ ， $\therefore$

故选：D.

【点睛】

本题考查求双曲线的离心率，解题关键是应用双曲线的定义把 A 到两焦点距离用 a 表示，然后用余弦定理建立关系式.

11、A

【解析】

由 $\sin 2A = 2 \sin A \cos A = -\frac{2}{3}$ ，得到 $\sin A \cos A = -\frac{1}{3} < 0$ ，得出 $A \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，再结合三角函数的基本关系式，即可求解.

【详解】

由题意，角 A 满足 $\sin 2A = 2 \sin A \cos A = -\frac{2}{3}$ ，则 $\sin A \cos A = -\frac{1}{3} < 0$ ，

又由角 A 是三角形的内角，所以 $A \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，所以 $\sin A > \cos A$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/875040224304011142>