

专题 28 解直角三角形模型之实际应用模型

解直角三角形是中考的重要内容之一（也可理解为相似三角形的一种特殊情况），直角三角形边、角关系的知识是解直角三角形的基础。将实际问题转化为数学问题是关键，通常是通过作高线或垂线转化为解直角三角形问题，在解直角三角形时要注意三角函数的选取，避免计算复杂。在解题中，若求解的边、角不在直角三角形中，应先添加辅助线，构造直角三角形。为了提高解题和得分能力，本专题重点讲解解直角三角形的实际应用模型。

目录导航

模型 1. 背靠背模型

模型 2. 母子模型

模型 3. 拥抱模型

习题练模型

2

2

4

8

11

【知识储备】

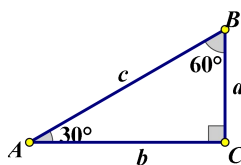


图 1

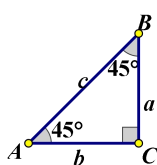


图 2

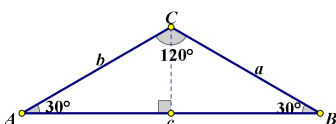


图 3

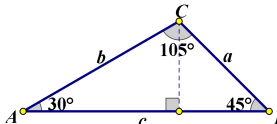


图 4

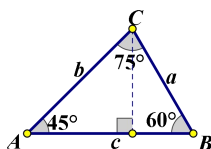


图 5

如图 1, 30° - 60° - 90° 三边比值 $1:\sqrt{3}:2$; 如图 2, 45° - 45° - 90° 三边比值 $1:1:\sqrt{2}$

如图 3, 30° - 30° - 120° 三边比值 $1:1:\sqrt{3}$; 如图 4, 30° - 45° - 105° 三边比值 $\sqrt{2}:2:(1+\sqrt{3})$

如图 5, 45° - 60° - 75° 三边比值 $2:\sqrt{6}:(1+\sqrt{3})$ 。

上面五个结论在于运用勾股定理和方程，当然也可用三角函数。其实三角函数相关题目的辅助线也是类似，即作垂线，把角放在直角三角形中来研究。希望同学能够自己动手计算并研究记忆这些特殊角度三角形的三边比值，这些结论在选填题特别好用。

模型 1. 背靠背模型

模型解读

背靠背模型：如图，若三角形中有已知角时，则通过在三角形内作高 CD ，构造出两个直角三角形求解，其中公共边（高） CD 是解题的关键。

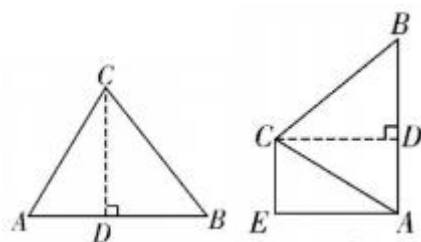


图 1

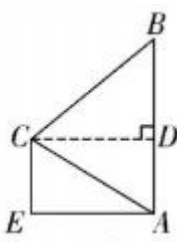


图 2

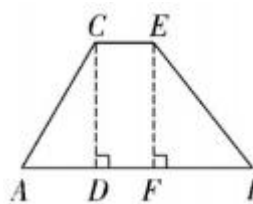


图 3

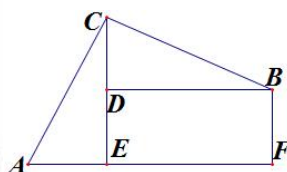


图 4

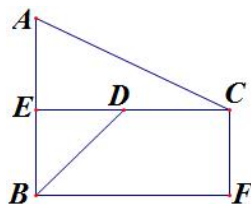


图 5

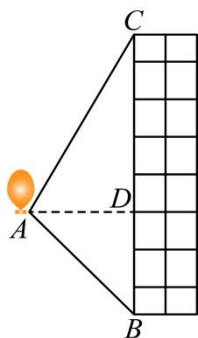
重要等量关系：如图 1， CD 为公共边，则 $AD+BD=AB$ ；如图 2， $CE=DA$ ， $CD=EA$ ，则 $CE+BD=AB$ ；

如图 3， $CD=EF$ ， $CE=DF$ ，则 $AD+CE+BF=AB$ ；如图 4， $DE=BF$ ， $BD=EF$ ，则 $AE+EF=AF$ ；

如图 5， $BE=CF$ ， $CE=BF$ ，则 $AE+EB=AB$ 。

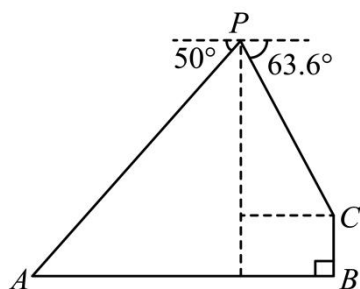
模型运用

例 1. (2024·黑龙江绥化·中考真题) 如图，用热气球的探测器测一栋楼的高度，从热气球上的点 A 测得该楼顶部点 C 的仰角为 60° ，测得底部点 B 的俯角为 45° ，点 A 与楼 BC 的水平距离 $AD=50\text{m}$ ，则这栋楼的高度为_____m (结果保留根号)。



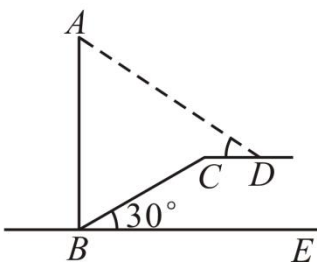
例 2. (2024·山东泰安·中考真题) 在综合实践课上，数学兴趣小组用所学数学知识测量大汶河某河段的宽度，他们在河岸一侧的瞭望台上放飞一只无人机，如图，无人机在河上方距水面高 60 米的点 P 处测得瞭望台正对岸 A 处的俯角为 50° ，测得瞭望台顶端 C 处的俯角为 63.6° ，已知瞭望台 BC 高 12 米 (图中点 A ， B ， C ， P 在同一平面内)，那么大汶河此河段的宽 AB 为_____米. (参考数据： $\sin 40^\circ \approx \frac{3}{5}$ ， $\sin 63.6^\circ \approx \frac{9}{10}$ ，

$\tan 50^\circ \approx \frac{6}{5}$ ， $\tan 63.6^\circ \approx 2$)



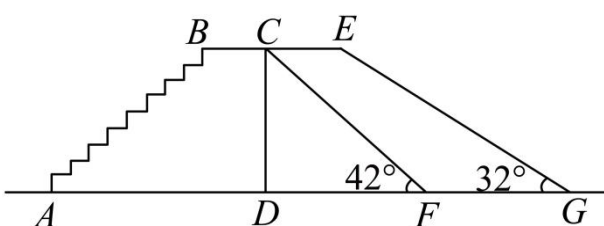
例 3. (2023·辽宁大连·模拟预测) 如图，是某市在城区河道上新建成的一座大桥，学校数学兴趣小组在一次数学实践活动中对桥墩的高度进行了测量，测得斜坡 BC 长为 50 米， $\angle CBE = 30^\circ$ ，在斜坡顶端 C 处水平地面上以 3.6km/h 的速度行走半分钟到达点 D ，在点 D 处测得桥墩最高点 A 的仰角为 34° 。

- (1) 水平地面 CD 长为_米；
- (2) 求桥墩 AB 的高 (结果保留 1 位小数). (参考数据: $\sin 34^\circ \approx 0.56$, $\cos 34^\circ \approx 0.83$, $\tan 34^\circ \approx 0.68$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



例 4. (2024·山东青岛·中考真题) “滑滑梯”是同学们小时候经常玩的游戏，滑梯的坡角越小，安全性越高. 从安全性及适用性出发，小亮同学对所在小区的一处滑梯进行调研，制定了如下改造方案，请你帮小亮解决方案中的问题。

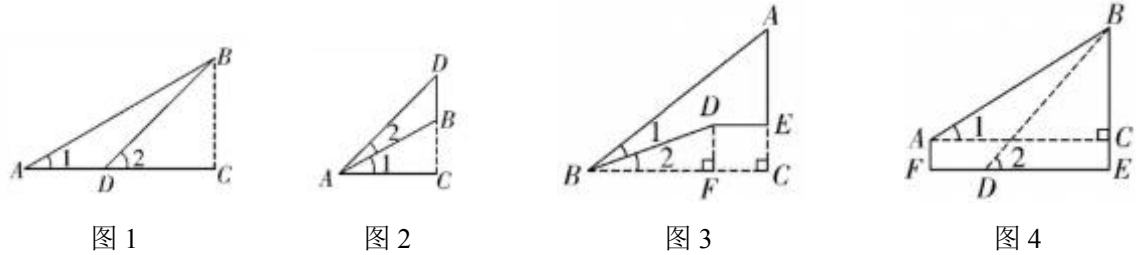
方案名称	滑梯安全改造
测量工具	测角仪、皮尺等
方案	如图，将滑梯顶端 BC 拓宽为 BE ，使 $CE = 1\text{m}$ ，并将原来的滑梯 CF 改为 EG ，(图中所有点均在同

设计	一平面内，点 B, C, E 在同一直线上，点 A, D, F, G 在同一直线上） 
测量数据	【步骤一】利用皮尺测量滑梯的高度 $CD = 1.8\text{m}$； 【步骤二】在点 F 处用测角仪测得 $\angle CFD = 42^\circ$； 【步骤三】在点 G 处用测角仪测得 $\angle EGD = 32^\circ$。
解决问题	调整后的滑梯会多占多长一段地面？（即求 FG 的长）

（参考数据： $\sin 32^\circ \approx \frac{17}{32}$, $\cos 32^\circ \approx \frac{17}{20}$, $\tan 32^\circ \approx \frac{5}{8}$, $\sin 42^\circ \approx \frac{27}{40}$, $\cos 42^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\tan 42^\circ \approx \frac{9}{10}$ ）

模型 2. 母子模型

模型解读



母子模型：若三角形中有已知角，通过在三角形外作高 BC ，构造有公共直角的两个三角形求解，其中公共边 BC 是解题的关键。

重要等量关系：如图 1， BC 为公共边， $AD+DC=AC$ ；如图 2， BC 为公共边， $DC-BC=DB$ ；
如图 3， $DF=EC$ ， $DE=FC$ ， $BF+DE=BC$ ， $AE+DF=AC$ ；如图 4， $AF=CE$ ， $AC=FE$ ， $BC+AF=BE$ 。

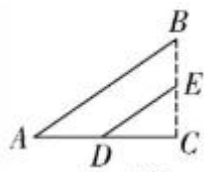


图 5

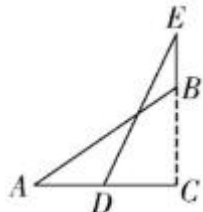


图 6

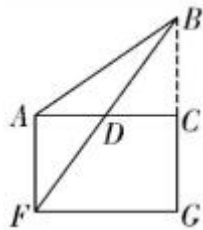


图 7

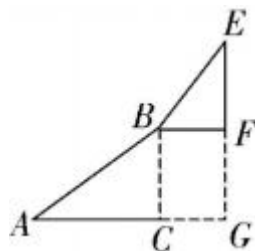


图 8

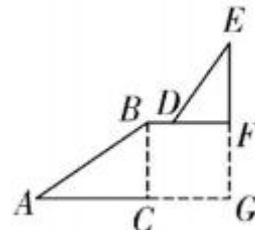


图 9

如图 5, $BE + EC = BC$; 如图 6, $EC - BC = BE$; 如图 7, $AC = FG$, $AF = CG$, $AD + DC = FG$, $BC + AF = BG$;

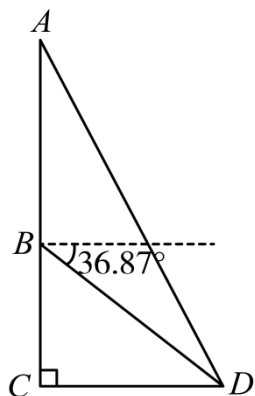
如图 8, $BC = FG$, $BF = CG$, $AC + BF = AG$, $EF + BC = EG$;

如图 9, $BC = FG$, $BF = CG$, $EF + BC = EG$, $BD + DF = BF$, $AC + BD + DF = AG$ 。

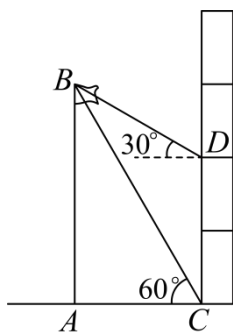
模型运用

例 1. (2024·广东广州·中考真题) 2024 年 6 月 2 日, 嫦娥六号着陆器和上升器组合体 (简称为“着上组合体”) 成功着陆在月球背面. 某校综合实践小组制作了一个“着上组合体”的模拟装置, 在一次试验中, 如图, 该模拟装置在缓速下降阶段从 A 点垂直下降到 B 点, 再垂直下降到着陆点 C, 从 B 点测得地面 D 点的俯角为 36.87° , $AD = 17$ 米, $BD = 10$ 米.

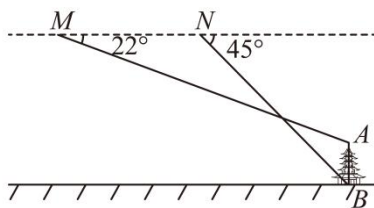
(1) 求 CD 的长; (2) 若模拟装置从 A 点以每秒 2 米的速度匀速下降到 B 点, 求模拟装置从 A 点下降到 B 点的时间. (参考数据: $\sin 36.87^\circ \approx 0.60$, $\cos 36.87^\circ \approx 0.80$, $\tan 36.87^\circ \approx 0.75$)



例 2. (2024·湖南长沙·模拟预测) 某校研究性学习小组测量学校旗杆 AB 的高度, 如图在教学楼一楼 C 处测得旗杆顶部的仰角为 60° , 在教学楼五楼 D 处测得旗杆顶部的仰角为 30° , 旗杆底部与教学楼一楼在同一水平线上, 已知 $CD=12$ 米, 求旗杆 AB 的高度.



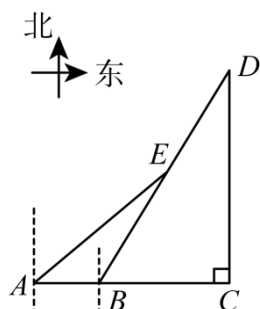
例 3. (2024·山东日照·中考真题) 潮汐塔是万平口区域内的标志性建筑, 在其塔顶可俯视景区全貌. 某数学兴趣小组用无人机测量潮汐塔 AB 的高度, 测量方案如图所示: 无人机在距水平地面 119m 的点 M 处测得潮汐塔顶端 A 的俯角为 22° , 再将无人机沿水平方向飞行 74m 到达点 N , 测得潮汐塔底端 B 的俯角为 45° (点 M, N, A, B 在同一平面内), 则潮汐塔 AB 的高度为 ()



(结果精确到 1m . 参考数据: $\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\cos 22^\circ \approx 0.93$, $\tan 22^\circ = 0.40$)

- A. 41m B. 42m C. 48m D. 51m

例 4. (2024·山西大同·模拟预测) 在新农村建设中, 某村依托当地区位条件, 资源特色 and 市场需求, 围绕体验性、参与性和互动性, 打造一批休闲农业类旅游景点, 如图是景区五个景点 A, B, C, D, E 的平面示意图, B, A 在 C 的正西方向, D 在 C 的正北方向, D, E 在 B 的北偏东 30° 方向上, E 在 A 的东北方向上, C, D 相距 $2000\sqrt{3}\text{m}$, E 在 BD 的中点处. 则景点 B, A 之间的距离是_____ m . (结果保留根号)



例 5. (2024·江西南昌·模拟预测) 如图 1, 是南昌八一起义纪念馆, 象征着革命的胜利. 某校数学社团的同学们欲测量塔的高度. 如图 2, 他们在第一层看台 ED 上架设测角仪 EF , 从 F 处测得塔的最高点 A 的仰角为 42° , 测出 $DE = BC = 23\text{m}$, 台阶可抽象为线段 CD , $CD = 20\sqrt{3}\text{m}$, 台阶的坡角为 30° , 测角仪 EF 的高度为 2.5m , 塔身可抽象成线段 AB . (1) 求测角仪 EF 与塔身 AB 的水平距离;
(2) 求塔身 AB 的高度. (结果精确到 0.1) (参考数据: $\sin 42^\circ \approx 0.67$, $\cos 42^\circ \approx 0.74$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



图1

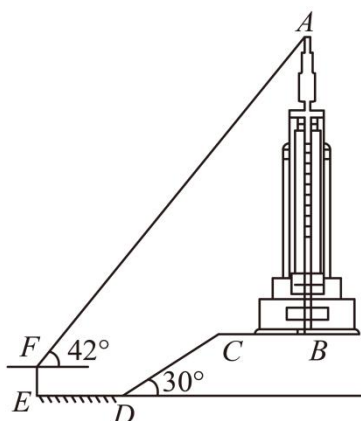


图2

例 6. (2024·江苏徐州·模拟预测) 如图 1, 徐州云龙山是国家 5A 级景区, 它既有自然风光, 又有人文景观. 小明沿图 2 所示的路线图登顶云龙山, 他从山脚 A 出发; 沿 AB 行走 166 米到达点 B , 再沿 BC 到山顶点 C . 已知山高 CD 为 142 米, 从点 A 看点 B 的仰角 $\angle 1$ 为 30° , 从点 B 看点 C 的仰角 $\angle 2$ 为 50° . 求小明从山脚点 A 到达山顶点 C 共走了多少米? (结果精确到 1 米).

(参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.77$, $\cos 50^\circ \approx 0.64$, $\tan 50^\circ \approx 1.19$)



图1

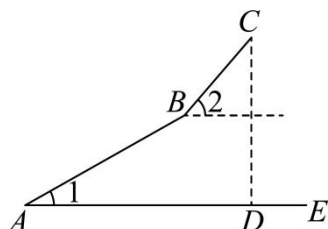


图2

模型 3. 拥抱模型

模型解读

拥抱模型：如图，分别解两个直角三角形，其中公共边 BC 是解题的关键。

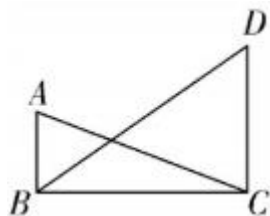


图 1

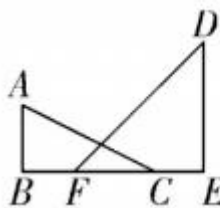


图 2

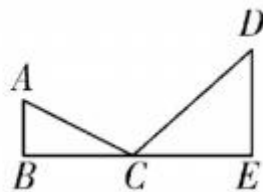


图 3

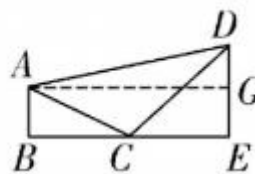


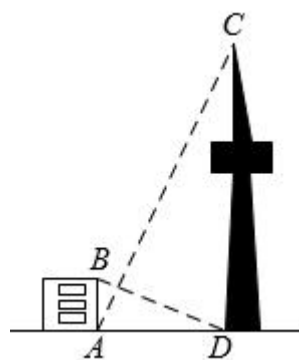
图 4

重要等量关系：如图 1， BC 为公共边；如图 2， $BF + FC + CE = BE$ ；如图 3， $BC + CE = BE$ ；

如图 4， $AB = GE$ ， $AG = BE$ ， $BC + CE = AG$ ， $DG + AB = DE$ 。

模型运用

例 1. (2024·四川·校考·一模) 如图，电视塔是西安市的标志性建筑之一，学习测量后，小强想测量其高度如图，他先在电视塔附近一楼房的底端 A 点处观测电视塔顶点 C 处的仰角是 72° ，然后爬到该楼房顶端 B 点处观测电视塔底部 D 处的俯角恰好是 30° ，已知楼房高 AB 为 46 米，根据以上观测数据，请你求出电视塔的高度 CD 。(结果精确到 1 米)(参考数据： $\sin 72^\circ \approx 1.0$ ， $\cos 72^\circ \approx 0.3$ ， $\tan 72^\circ \approx 3.1$ ， $3 \approx 1.7$)



例 2. (23-24 九年级上·福建漳州·期末) 某校数学兴趣小组测量校园内旗杆的高度，活动记录如下：

活动任务：测量旗杆的高度

【步骤一】设计测量方案 小组成员讨论后，画出两种测量方案的图形，如图 1，图 2。

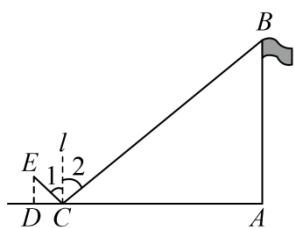


图 1

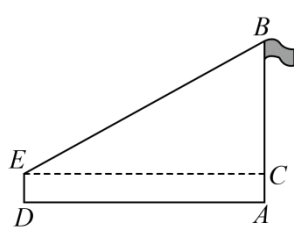


图 2

【步骤二】准备测量工具：筷子，皮尺和测倾器，如图 3. 皮尺的功能是直接测此任意可达到的两点间的距离；测倾器（由度盘，铅锤和支杆组成）的功能是测量目标物的仰角或俯角



【步骤三】实地测量并记录数据

方案一：利用镜子的反射（测量时，所使用的平面镜的大小和厚度均忽略不计，根据光的反射定律，反射角等于入射角，法线 $l \perp AD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ），如图 1，小明利用镜子和皮尺测出了旗杆的高度，其测量和求解过程如下：测量过程：小明将镜子放在距离旗杆 AB 底部 a m 的点 C 处，然后看若镜子沿直线 AC 来回移动，直至看到旗杆顶端 B 在镜子中的像与点 C 重合，此时小明站在点 D 处，测得 $CD = b$ m，小明的眼睛离地面的高度 $DE = c$ m.

求解过程：由测量知， $AC = a$ ， $CD = b$ ， $DE = c$.

$\because$ 法线 $l \perp AD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\therefore \angle BCA = \angle ECD$

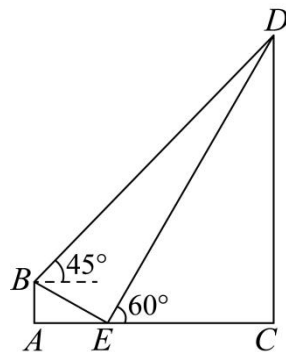
$\because$ ① _____， $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$. $\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CD}$ ，即 $\frac{AB}{c} = \frac{a}{b}$.

$\therefore AB =$ ② _____ (m). 故旗杆的高度为 ③ _____ m.

方案二：如图 2，小亮在测点 D 处安置测倾器，测得旗杆顶端 B 的仰角 $\angle BEC = 32^\circ$. 量出测点 D 到旗杆的距离 $AD = 18$ m，量出测倾器的高度 $DE = 1.68$ m.

(1) 补全小明求解过程中①②③所缺的内容；(2) 请你根据方案二求出旗杆的高度（结果精确到 0.1m）.（参考数据： $\sin 32^\circ \approx 0.530$ ， $\cos 32^\circ \approx 0.848$ ， $\tan 32^\circ \approx 0.625$ ）

例 3. (2024·四川巴中·中考真题) 某兴趣小组开展了测量电线塔高度的实践活动. 如图所示, 斜坡 BE 的坡度 $i = 1:\sqrt{3}$, $BE = 6\text{m}$, 在 B 处测得电线塔 CD 顶部 D 的仰角为 45° , 在 E 处测得电线塔 CD 顶部 D 的仰角为 60° . (1) 求点 B 离水平地面的高度 AB . (2) 求电线塔 CD 的高度 (结果保留根号).



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/875130111243012114>