2024年深圳市高三年级第二次调研考试

数学

2024.4

本试卷共4页，19小题，满分150分.考试用时120分钟.

注意事项：

1．答题前，考生请务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上.将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上.

3．非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答的答案无效.

4．考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 n 为正整数，且 $n^2>2^n$，则（　　）

A. $n=1$　　B. $n=2$　　C. $n=3$　　D. $n\geq 4$

【答案】C

【解析】

【分析】根据给定条件，构造数列 $a_n=\dfrac{n^2}{2^n}$，探讨该数列单调性即得.

【详解】令 $a_n=\dfrac{n^2}{2^n},n\in\mathrm{N}^*$，显然 $a_1=\dfrac{1}{2},a_2=1,a_3=\dfrac{9}{8}$，

当 $n\geq 4$ 时，$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{(n+1)^2}{2n^2}=\dfrac{n^2+2n+1}{n^2+n^2}<\dfrac{n^2+2n+1}{n^2+3n}<1$，即 $a_{n+1}<a_n\leq a_4=1$，

因此当 $n\geq 4$ 时，$n^2\leq 2^n$，

所以 n 为正整数，且 $n^2>2^n$，有 $n=3$.

故选：C

2. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，过点 A 且以 $\overrightarrow{DB_1}$ 为法向量的平面为 α，则 α 截该正方体所得截面的形状为（　　）

A. 三角形　　B. 四边形　　C. 五边形　　D. 六边形

【答案】A

【解析】

【分析】作出辅助线，根据线面垂直的判定定理得到 $DB_1\perp$ 平面 ACD_1，故平面 α 即为平面 ACD_1，得到截面的形状.

【详解】连接 AC, AD_1, CD_1, BD，

因为 $BB_1\perp$ 平面 $ABCD$，$AC\subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $BB_1\perp AC$，

又四边形 $ABCD$ 为正方形，所以 $BD\perp AC$，

又 $BB_1\cap BD=B$，$BB_1, BD\subset$ 平面 BB_1D，

所以 $AC\perp$ 平面 BB_1D，

因为 $B_1D\subset$ 平面 BB_1D，

所以 $AC\perp B_1D$，

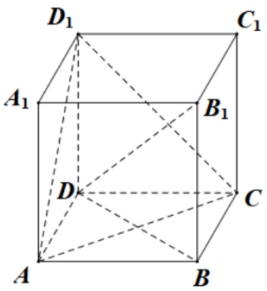
同理可证明 $AD_1\perp B_1D$，

因为 $AD_1\cap AC=A$，$AD_1, AC\subset$ 平面 ACD_1，

故 $B_1D\perp$ 平面 ACD_1，

故平面 α 即为平面 ACD_1，

则 α 截该正方体所得截面的形状为三角形.



故选：A

3. 对于任意集合M,N，下列关系正确的是（　　）

A. $M\cup ð_{M\cup N}N=M\cup N$

B. $ð_{M\cup N}(M\cap N)=(ð_{M\cup N}M)\cup(ð_{M\cup N}N)$

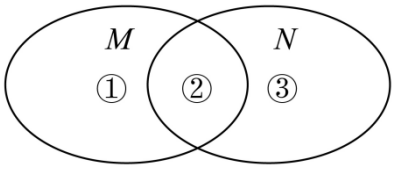
C. $M\cap ð_{M\cup N}N=M\cap N$

D. $ð_{M\cup N}(M\cap N)=(ð_{M\cup N}M)\cap(ð_{M\cup N}N)$

【答案】B

【解析】

【分析】利用韦恩图进行判断即可得到结果.

【详解】 

对于A：如图所知，$ð_{M\cup N}N$为区域①，所以$M\cup ð_{M\cup N}N=M$，故A错误；

对于B：$ð_{M\cup N}(M\cap N)$为区域①和③；$(ð_{M\cup N}M)$为区域③，$(ð_{M\cup N}N)$为区域①，则$(ð_{M\cup N}M)\cup(ð_{M\cup N}N)$也为为区域①和③；两边相等，故B正确；

对于C：$(ð_{M\cup N}N)$为区域①，$M\cap ð_{M\cup N}N$为区域①，不等于区域②（区域②为$M\cap N$），故C错误；

对于D：$ð_{M\cup N}(M\cap N)$为区域①和③；而$(ð_{M\cup N}M)$为区域③，$(ð_{M\cup N}N)$为区域①，所以$(ð_{M\cup N}M)\cap(ð_{M\cup N}N)$为空集，所以D错误；

故选：B.

4. 已知$a>0$，且$a\neq 1$，则函数$y=\log_a\left(x+\frac{1}{a}\right)$的图象一定经过（　　）

A. 一、二象限　　B. 一、三象限　　C. 二、四象限　　D. 三、四象限

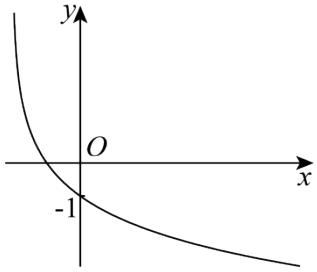
【答案】D

【解析】

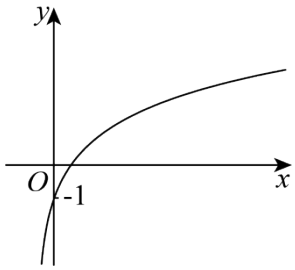
【分析】由函数$y=\log_a\left(x+\frac{1}{a}\right)$过$(0,-1)$点，分类可解.

【详解】当$x=0$时，$y=\log_a\frac{1}{a}=-1$，

则当$0<a<1$时，函数图象过二、三、四象限；



则当 $a>1$ 时，函数图象过一、三、四象限；



所以函数 $y=\log_a\left(x+\dfrac{1}{a}\right)$ 的图象一定经过三、四象限.

故选：D

5. 已知 $z=\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则 $\bar{z}\cdot(z-1)=$（　　）

A. $1+\mathrm{i}$　　B. $1-\mathrm{i}$　　C. $-1+\mathrm{i}$　　D. $-1-\mathrm{i}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数的乘、除法运算可得 $z=1-\mathrm{i}$，进而 $\bar{z}=1+\mathrm{i}$，结合复数的乘法计算即可求解.

【详解】由题意知，$z=\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}=\dfrac{2(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=1-\mathrm{i}$，

所以 $\bar{z}=1+\mathrm{i}$，

所以 $\bar{z}(z-1)=(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i}-1)=1-\mathrm{i}$.

故选：B

6. 已知某六名同学在 CMO 竞赛中获得前六名（无并列情况），其中甲或乙是第一名，丙不是前三名，则这六名同学获得的名次情况可能有（　　）

A. 72 种　　B. 96 种　　C. 144 种　　D. 288 种

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意分别求出甲是第一，乙是第一的可能情况，再利用分类加法计数原理计算即可.

【详解】由题意，丙可能是 4，5，6 名，有 3 种情况，

若甲是第一名，则获得的名次情况可能是$C_3^1A_4^4=72$种，

若乙是第一名，则获得的名次情况可能是$C_3^1A_4^4=72$种，

所以所有符合条件的可能是$72+72=144$种.

故选：C.

7. P是椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）上一点，$F_1$、$F_2$是$C$的两个焦点，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，点$Q$在$\angle F_1PF_2$的平分线上，$O$为原点，$OQ//PF_1$，且$|OQ|=b$．则$C$的离心率为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

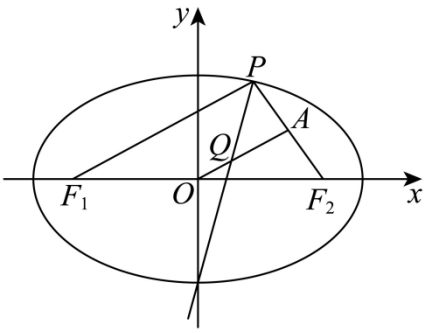
【解析】

【分析】设$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，由题意得出$\triangle AQP$是等腰直角三角形，列方程组得到含a,c的齐次方程求解离心率即可.

【详解】如图，设$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，延长OQ交PF_2于A，

由题意知$OQ//PF_1$，O为F_1F_2的中点，故A为PF_2中点，

又$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，即$PF_1\perp PF_2$，则$\angle QAP=\frac{\pi}{2}$，



又由$\angle QPA=\frac{\pi}{4}$，则$\triangle AQP$是等腰直角三角形，

故有$\begin{cases}m+n=2a\\m^2+n^2=4c^2\\b+\frac{1}{2}n=\frac{1}{2}m\end{cases}$，化简得$\begin{cases}m-n=2b\\m+n=2a\end{cases}$，即$\begin{cases}m=a+b\\n=a-b\end{cases}$，

代入$m^2+n^2=4c^2$得$(a+b)^2+(a-b)^2=4c^2$，

即 $a^2+b^2=2c^2$，由 $b^2=a^2-c^2$ 所以 $2a^2=3c^2$，

所以 $e^2=\frac{2}{3}$，$e=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

故选：C.

8. 设函数 $f(x)=x+\mathrm{e}^x$，$g(x)=x+\ln x$，若存在 x_1，x_2，使得 $f(x_1)=g(x_2)$，则 $|x_1-x_2|$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{\mathrm{e}}$　　B. 1　　C. 2　　D. e

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，由条件可得 $f(x_1)=f(\ln x_2)$，即可得到 $x_1=\ln x_2$，构造函数 $h(x)=\ln x-x$，求导得其最值，即可得到结果.

【详解】由题意可得 $f(x_1)=g(x_2)$，即 $x_1+\mathrm{e}^{x_1}=x_2+\ln x_2$，

所以 $x_1+\mathrm{e}^{x_1}=\mathrm{e}^{\ln x_2}+\ln x_2$，

又 $f'(x)=1+\mathrm{e}^x>0$，所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

即 $f(x_1)=f(\ln x_2)$，所以 $x_1=\ln x_2$，

且 $|x_1-x_2|=|\ln x_2-\mathrm{e}^{x_1}|=|\ln x_2-x_2|$，

令 $h(x)=\ln x-x$，$x\in(0,+\infty)$，

则 $h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$，其中 $x>0$，

令 $h'(x)=0$，则 $x=1$，

当 $x\in(0,1)$ 时，$h'(x)>0$，则 $h(x)$ 单调递增，

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h'(x)<0$，则 $h(x)$ 单调递减，

所以当 $x=1$ 时，$h(x)$ 有极大值，即最大值，

所以 $h(x)\le h(1)=-1$，$|h(x)|\ge 1$，

所以 $|x_1-x_2|_{\min}=|\ln x_2-x_2|_{\min}=|-1|=1$.

故选：B

【点睛】

关键点睛：本题主要考查了函数同构问题以及导数求最值问题，结合同构函数，然后构造函数求导即可得到结果.

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知 m，n 是异面直线，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，那么（　　）

A. 当 $m\perp\beta$，或 $n\perp\alpha$ 时，$\alpha\perp\beta$

B. 当 $m//\beta$，且 $n//\alpha$ 时，$\alpha//\beta$

C. 当 $\alpha\perp\beta$ 时，$m\perp\beta$，或 $n\perp\alpha$

D. 当 α，β 不平行时，m 与 β 不平行，且 n 与 α 不平行

【答案】AB

【解析】

【分析】根据线线、线面和面面之间的基本关系，结合选项依次判断即可.

【详解】A：当 $m\perp\beta$，$m\subset\alpha$ 时，$\alpha\perp\beta$；

当 $n\perp\alpha$，$n\subset\beta$ 时，$\alpha\perp\beta$，故 A 正确；

B：当 $m//\beta$，$n//\alpha$ 时，又 m,n 为异面直线，所以 $\alpha//\beta$，故 B 正确；

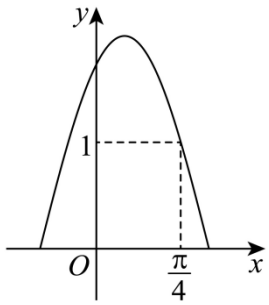
C：当 $\alpha\perp\beta$ 时，由 $m\subset\alpha$，得 $m//\beta$ 或 m 与 β 相交；

当 $\alpha\perp\beta$ 时，由 $n\subset\beta$，得 $n//\alpha$ 或 n 与 α 相交，故 C 错误；

D：当 α,β 不平行时，可能 $m//\beta$ 或 m 与 β，$n//\alpha$ 或 n 与 α 相交，故 D 错误.

故选：AB

10. 已知函数 $f\left(x\right)=\sin\omega x+a\cos\omega x$（$x\in\mathbf{R}$，$\omega>0$）的最大值为 2，其部分图象如图所示，则（　）



A. $a=\sqrt{3}$

B. 函数 $f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 为偶函数

C. 满足条件的正实数ω，存在且唯一

D. $f(x)$是周期函数，且最小正周期为π

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用辅助角公式化简函数解析式，再根据函数的最大值及$f(0)>0$求出a，由$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$求出$\omega$的取值，再根据周期确定$\omega$的值，即可得到函数解析式，即可判断.

【详解】因为$f(x)=\sin\omega x+a\cos\omega x=\sqrt{a^2+1}\sin(\omega x+\varphi)$（其中$\sin\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$、$\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$），

又$f(x)_{\max}=\sqrt{a^2+1}=2$，解得$a=\pm\sqrt{3}$，

又$f(0)=a>0$，所以$a=\sqrt{3}$，故 A 正确；

则$f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，

又$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=2\sin\left(\frac{\pi\omega}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=1$，即$\sin\left(\frac{\pi\omega}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$，

结合图象可知$\frac{\pi\omega}{4}+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+2k\pi,k\in Z$，所以$\omega=2+8k,k\in Z$，

又$\frac{T}{2}>\frac{\pi}{4}$，所以$\begin{cases}\frac{2\pi}{\omega}>\frac{\pi}{2}\\ \omega>0\end{cases}$，解得$0<\omega<4$，所以$\omega=2$，故 C 正确；

所以$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，则$f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2\sin 2x$为奇函数，故 B 错误；

$f(x)$是周期函数，且最小正周期$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，故 D 正确.

故选：ACD

11. 设函数$f(x)=[x]$的函数值表示不超过x的最大整数，则在同一个直角坐标系中，函数$y=f(x)$的图象与圆$(x-t)^2+(y+t)^2=2t^2$（$t>0$）的公共点个数可以是（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【答案】ABD

【解析】

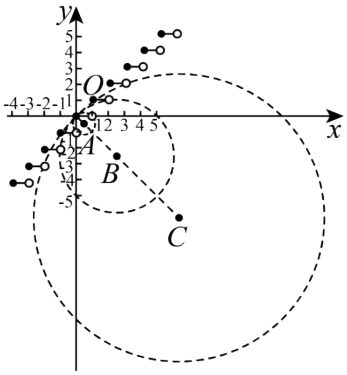
【分析】由题意确定圆心坐标和半径，易知该圆过原点，作出函数$f(x)$在$x\in[-3,3)$

的图象，结合图形分析，即可求解.

【详解】由 $(x-t)^2+(y+t)^2=2t^2(t>0)$，得该圆心为 $(t,-t)$，半径为 $\sqrt{2}t$，

易知该圆过原点，由 $f(x)=[x]$，当 $x\in[-3,3)$ 时，

得 $f(x)=\begin{cases}-3,-3\le x<-2\\-2,-2\le x<-1\\-1,-1\le x<0\\0,0\le x<1\\1,1\le x<2\\2,2\le x<3\end{cases}$，作出函数 $f(x)$ 的图象，如图，



由图可知，当 $0<t<\frac{1}{2}$ 时，圆与函数 $f(x)$ 的图象有 2 个交点，

当 $t=\frac{1}{2}$ 时，圆与函数 $f(x)$ 的图象有 1 个交点，

当 $\frac{1}{2}<t\le\frac{5}{2}$ 时，圆与函数 $f(x)$ 的图象有 2 个交点，

当 $\frac{5}{2}<t\le\frac{13}{2}$ 时，圆与函数 $f(x)$ 的图象有 4 个交点，

根据圆与函数 $f(x)$ 的对称性，后续交点情况类比即可.

故选：ABD

【点睛】关键点点睛：本题解题的关键在于理解取整函数的定义，利用数形结合的思想分析圆与函数 $f(x)$ 图象交点的个数.

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知样本 x_1，x_2，x_3 的平均数为 2，方差为 1，则 x_1^2，x_2^2，x_3^2 的平均数为_____.

【答案】5

【解析】

【分析】根据平均数和方差的定义建立方程组，解之即可求解.

【详解】由题意知，$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=2$，所以$x_1+x_2+x_3=6$，

由$\frac{(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2}{3}=1$，得$x_1^2+x_2^2+x_3^2=15$，

所以$\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2}{3}=5$.

故答案为：5

13. 已知圆锥的内切球半径为1，底面半径为$\sqrt{2}$，则该圆锥的表面积为_____.

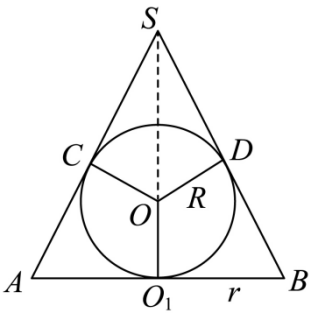
注：在圆锥内部，且与底面和各母线均有且只有一个公共点的球，称为圆锥的内切球.

【答案】8π

【解析】

【分析】借助过圆锥的轴以及内切球球心的截面图求出圆锥的母线长，即可求出圆锥表面积.

【详解】由题过圆锥的轴以及内切球球心的截面图如下：



设圆锥高为h，母线长为l，

则在三角形SO_1B中有$h^2+r^2=l^2$，即$h^2+2=l^2$①，

又由$\triangle SDO:\triangle SO_1B$得$\frac{R}{r}=\frac{h-R}{l}$，即$l=\sqrt{2}(h-1)$②，

所以由①②得$l=3\sqrt{2},h=4$，

所以圆锥的表面积为$S=S_{底}+S=\pi r^2+\pi rl=2\pi+6\pi=8\pi$.

故答案为：8π.

14. 已知△ABC中，$\tan\frac{B}{2}=3\tan\frac{C}{2}$，双曲线$E$以$B$，$C$为焦点，且经过点$A$，则$E$的两条渐近线的夹角为_____；$\tan\frac{A}{2}+\tan\frac{C}{2}$的取值范围为_____.

【答案】 ①. $\frac{\pi}{3}$ ②. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$

【解析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/875240334042011201