安徽省合肥一中，八中、六中2023届高三下学期阶段性练习数学试题

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

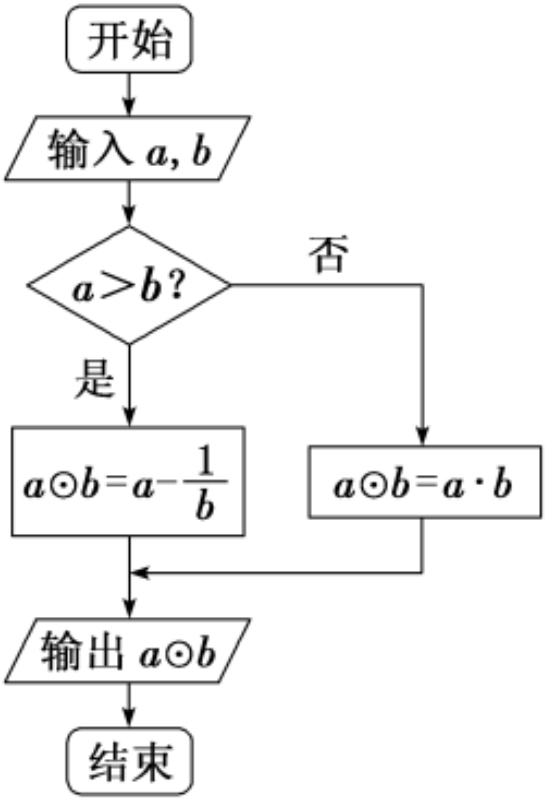
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知直线l：$y=2x+10$过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的一个焦点且与其中一条渐近线平行，则双曲线的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　B．$\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　C．$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$　　D．$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

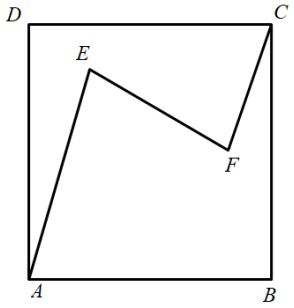
2．执行如图所示的程序框图，若输入$a=\ln 10$，$b=\lg e$，则输出的值为（　　）



A．0　　B．1　　C．$2\lg e$　　D．$2\lg 10$

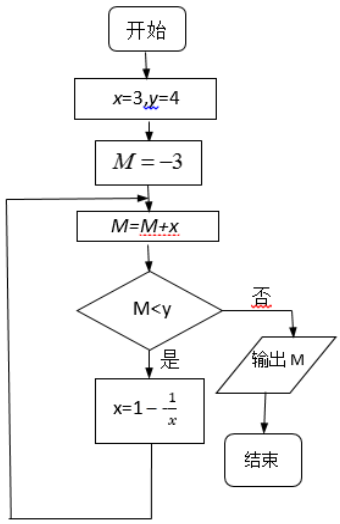
3．台球是一项国际上广泛流行的高雅室内体育运动，也叫桌球（中国粤港澳地区的叫法）、撞球（中国地区的叫法）控制撞球点、球的旋转等控制母球走位是击球的一项重要技术，一次台球技术表演节目中，在台球桌上，画出如图正方形$ABCD$，在点E，F处各放一个目标球，表演者先将母球放在点A处，通过击打母球，使其依次撞击点E，F

处的目标球，最后停在点 C 处，若 AE=50cm．EF=40cm．FC=30cm，$\angle AEF=\angle CFE=60°$，则该正方形的边长为（　　）



A．$50\sqrt{2}\ cm$　　B．$40\sqrt{2}\ cm$　　C．$50cm$　　D．$20\sqrt{6}\ cm$

4．执行如图所示的程序框图，输出的结果为（　　）



A．$\frac{19}{3}$　　B．4　　C．$\frac{25}{4}$　　D．$\frac{13}{2}$

5．已知集合 $A=\left\{x\middle|\frac{x-1}{x+2}<0\right\},B=\{-1,0,1\}$，则 $A\cap B$ 等于（　　）

A．$\{x|-1<x<1\}$　　B．$\{-1,0,1\}$　　C．$\{-1,0\}$　　D．$\{0,1\}$

6．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 M 为棱 DD_1 的中点，则平面 ACM 截该正方体的内切球所得截面面积为（　）

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{2\pi}{3}$　　C．π　　D．$\frac{4\pi}{3}$

7．已知集合 $A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{2,3,4,5\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{3\}$　　B．$\{5\}$　　C．$\{3,5\}$　　D．$\{1,2,3,4,5,7\}$

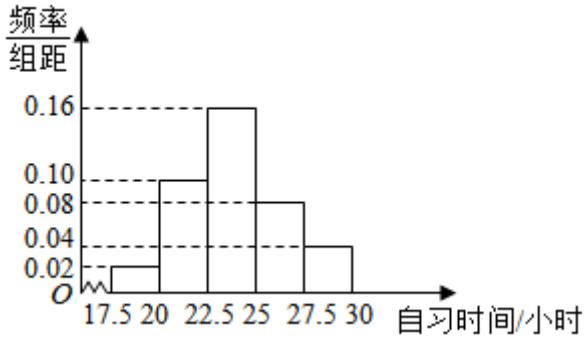
8．若实数 x,y 满足不等式组 $\begin{cases}x+y\geq -1\\ x-2y\leq -1\\ 2x-y-1\leq 0\end{cases}$，则 $2x-3y+4$ 的最大值为（　　）

A．-1　　B．-2　　C．3　　D．2

9．已知正三棱锥 $A-BCD$ 的所有顶点都在球 O 的球面上，其底面边长为 4，E、F、G 分别为侧棱 AB，AC，AD 的中点.若 O 在三棱锥 $A-BCD$ 内，且三棱锥 $A-BCD$ 的体积是三棱锥 $O-BCD$ 体积的 4 倍，则此外接球的体积与三棱锥 $O-EFG$ 体积的比值为（　　）

A．$6\sqrt{3}\pi$　　B．$8\sqrt{3}\pi$　　C．$12\sqrt{3}\pi$　　D．$24\sqrt{3}\pi$

10．某学校调查了 200 名学生每周的自习时间（单位：小时），制成了如图所示的频率分布直方图，其中自习时间的范围是 17.5，30]，样本数据分组为 17.5，20），20，22.5），22.5,25），25，27.5），27.5，30）.根据直方图，这 200 名学生中每周的自习时间不少于 22.5 小时的人数是（　　）



A．56　　B．60　　C．140　　D．120

11．已知函数 $f(x)$ 是奇函数，且 $f(x)-f'(x)=\ln(1+x)-\ln(1-x)-\frac{2}{1-x^2}$，若对 $\forall x\in[\frac{1}{6},\frac{1}{2}]$，$\left|f(ax+1)\right|<\left|f(x-1)\right|$ 恒成立，则 a 的取值范围是（　　）

A．$(-3,-1)$　　B．$(-4,-1)$　　C．$(-3,0)$　　D．$(-4,0)$

12．已知纯虚数 z 满足 $(1-2i)z=2+ai$，其中 i 为虚数单位，则实数 a 等于（　）

A．-1　　B．1　　C．-2　　D．2

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在平面直角坐标系 xOy 中，点 *P* 在直线 $y=2x$ 上，过点 *P* 作圆 *C*：$(x-4)^2+y^2=8$ 的一条切线，切点为 *T*.若 $PT=PO$，则 PC 的长是_____.

14．已知 $(x+1)^n$ 的展开式中第 5 项与第 7 项的二项式系数相等，则 $n=$_____.

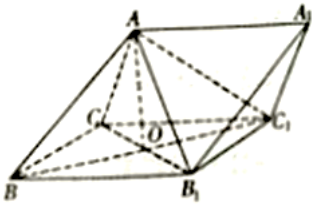
15．若 *x*，*y* 满足 $|x|\le 1-y$，且 $y\ge -1$，则 $3x+y$ 的最大值_____

16．角 α 的顶点在坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边经过点 $P(1,2)$，则 $\cos(\pi-\alpha)$ 的值是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 BB_1C_1C 是菱形，其对角线的交点为 O，且

$AB = AC_1 = \sqrt{6}, AB \perp B_1C$.



（1）求证：$AO \perp$ 平面 BB_1C_1C；

（2）设 $\angle B_1BC = 60°$，若直线 A_1B_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 $45°$，求二面角 $A_1 - B_1C_1 - B$ 的正弦值.

18.（12 分）设 $k \in \mathbf{R}$，函数 $g(x) = k(x-e)$，其中 e 为自然对数的底数.

（1）设函数 $f(x) = \dfrac{x}{1-\ln x}$.

①若 $k = -1$，试判断函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像在区间 $(1, \sqrt{e})$ 上是否有交点；

②求证：对任意的 $k \in \mathbf{R}$，直线 $y = g(x)$ 都不是 $y = f(x)$ 的切线；

（2）设函数 $h(x) = 2x - x\ln x + xg(x) - ekx$，试判断函数 $h(x)$ 是否存在极小值，若存在，求出 k 的取值范围；若不存在，请说明理由.

19.（12 分）已知函数 $f(x) = |x+1| - |4-2x|$.

（1）求不等式 $f(x) \geq \dfrac{1}{3}(x-1)$ 的解集；

（2）若函数 $f(x)$ 的最大值为 m，且 $2a + b = m(a > 0, b > 0)$，求 $\dfrac{2}{a} + \dfrac{1}{b}$ 的最小值.

20.（12 分）在世界读书日期间，某地区调查组对居民阅读情况进行了调查，获得了一个容量为 200 的样本，其中城镇居民 140 人，农村居民 60 人.在这些居民中，经常阅读的城镇居民有 100 人，农村居民有 30 人.

（1）填写下面列联表，并判断能否有 99%的把握认为经常阅读与居民居住地有关？

	城镇居民	农村居民	合计
经常阅读	100	30	
不经常阅读			
合计			200

（2）调查组从该样本的城镇居民中按分层抽样抽取出 7 人，参加一次阅读交流活动，若活动主办方从这 7 位居民中随机选取 2 人作交流发言，求被选中的 2 位居民都是经常阅读居民的概率.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

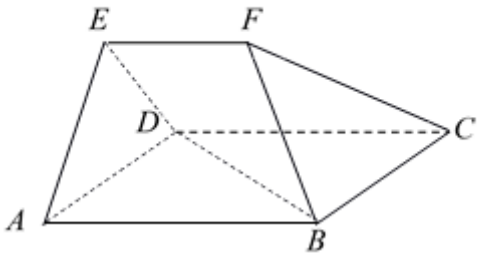
$P\left(K^2\geq k_0\right)$	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.010**	**0.005**	**0.001**
k_0	**2.706**	**3.841**	**5.024**	**6.635**	**7.879**	**10.828**

21.（12 分）已知函数$f(x)=a^x-\log_a x-\mathrm{e}$，其中$a>1$，$e$为自然对数的底数.

（1）当$a=e$时，求函数$f(x)$的极值；

（2）设函数$f(x)$的导函数为$f'(x)$，求证：函数$f'(x)$有且仅有一个零点.

22.（10 分）在以$ABCDEF$为顶点的五面体中，底面$ABCD$为菱形，$\angle ABC=120°$，$AB=AE=ED=2EF$，$EF//AB$，二面角$E-AD-B$为直二面角.



（Ⅰ）证明：$BD\perp FC$；

（Ⅱ）求二面角$A-CF-B$的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据直线l：$y=2x+10$过双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的一个焦点，得$c=5$，又和其中一条渐近线平行，得到

$b=2a$，再求双曲线方程.

【详解】

因为直线l：$y=2x+10$过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的一个焦点，

所以$F\left(-5,0\right)$，所以$c=5$，

又和其中一条渐近线平行，

所以$b=2a$，

所以$a^2=5$，$b^2=20$，

所以双曲线方程为$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查双曲线的几何性质，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

2、A

【解析】

根据输入的值大小关系，代入程序框图即可求解.

【详解】

输入$a=\ln 10$，$b=\lg e$，

因为$\ln 10>1>\lg e$，所以由程序框图知，

输出的值为$a-\frac{1}{b}=\ln 10-\frac{1}{\lg e}=\ln 10-\ln 10=0$.

故选：A

【点睛】

本题考查了对数式大小比较，条件程序框图的简单应用，属于基础题.

3、D

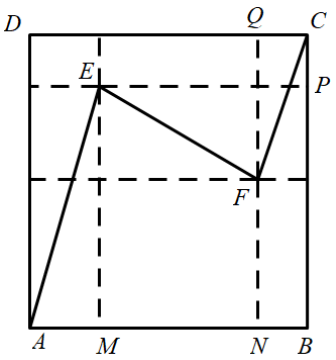
【解析】

过点E,F做正方形边的垂线，如图，设$\angle AEM=\alpha$，利用直线三角形中的边角关系，将AB,BC用α表示出来，根据$AB=BC$，列方程求出α，进而可得正方形的边长.

【详解】

过点 E,F 做正方形边的垂线，如图，

设 $\angle AEM=\alpha$，则 $\angle CFQ=\alpha$，$\angle MEF=\angle QFE=60^\circ-\alpha$，



则 $AB=AM+MN+NB=AE\sin\alpha+EF\sin\left(60^\circ-\alpha\right)+FC\sin\alpha$

$=50\sin\alpha+40\sin\left(60^\circ-\alpha\right)+30\sin\alpha=40\left(\frac{3}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right)$，

$CB=BP+PC=AE\cos\alpha+FC\cos\alpha-EF\cos\left(60^\circ-\alpha\right)$

$=50\cos\alpha+30\cos\alpha-40\cos\left(60^\circ-\alpha\right)=40\left(\frac{3}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right)$

因为 $AB=CB$，则 $40\left(\frac{3}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right)=40\left(\frac{3}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right)$，

整理化简得 $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=2-\sqrt{3}$，又 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，

得 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$，$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

$\therefore AB=40\left(\frac{3}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right)=40\times\left(\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\right)=20\sqrt{6}$.

即该正方形的边长为 $20\sqrt{6}cm$.

故选：D.

【点睛】

本题考查直角三角形中的边角关系，关键是要构造直角三角形，是中档题.

4、A

【解析】

模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的 x,M 的值，当 $x=3$，$M=\frac{19}{3}>4$，退出循环，输出结果.

【详解】

程序运行过程如下：

$x=3$，$M=0$；$x=\frac{2}{3}$，$M=\frac{2}{3}$；$x=-\frac{1}{2}$，$M=\frac{1}{6}$；

$x=3$，$M=\frac{19}{6}$；$x=\frac{2}{3}$，$M=\frac{23}{6}$；

$x=-\frac{1}{2}$，$M=\frac{10}{3}$；$x=3$，$M=\frac{19}{3}>4$，退出循环，输出结果为$\frac{19}{3}$，

故选：A.

【点睛】

该题考查的是有关程序框图的问题，涉及到的知识点有判断程序框图输出结果，属于基础题目.

5、C

【解析】

先化简集合 A，再与集合 B 求交集.

【详解】

因为 $A=\left\{x\left|\frac{x-1}{x+2}<0\right.\right\}=\left\{x\left|-2<x<1\right.\right\}$，$B=\{-1,0,1\}$，

所以 $A\cap B=\{-1,0\}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查集合的基本运算以及分式不等式的解法，属于基础题.

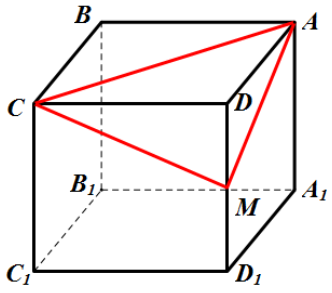
6、A

【解析】

根据球的特点可知截面是一个圆，根据等体积法计算出球心到平面 ACM 的距离，由此求解出截面圆的半径，从而截面面积可求.

【详解】

如图所示：



设内切球球心为 O，O 到平面 ACM 的距离为 d，截面圆的半径为 r，

因为内切球的半径等于正方体棱长的一半，所以球的半径为1，

又因为$V_{O-AMC}=V_{M-AOC}$，所以$\frac{1}{3}\times d\times S_{\triangle AMC}=\frac{\sqrt{2}}{3}\times S_{\triangle AOC}$，

又因为$S_{\triangle AMC}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{6}, S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 1=\sqrt{2}$，

所以$\frac{1}{3}\times d\times\sqrt{6}=\frac{2}{3}$，所以$d=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

所以截面圆的半径$r=\sqrt{1^2-d^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以截面圆的面积为$S=\pi\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{\pi}{3}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查正方体的内切球的特点以及球的截面面积的计算，难度一般.任何一个平面去截球，得到的截面一定是圆面，截面圆的半径可通过球的半径以及球心到截面的距离去计算.

7、C

【解析】

分析：根据集合$A=\{1,3,5,7\}, B=\{2,3,4,5\}$可直接求解$A\cap B=\{3,5\}$.

详解：$\because A=\{1,3,5,7\}, B=\{2,3,4,5\}$,

$\therefore A\cap B=\{3,5\}$,

故选 C

点睛：集合题也是每年高考的必考内容，一般以客观题形式出现，一般解决此类问题时要先将参与运算的集合化为最简形式，如果是“离散型”集合可采用 Venn 图法解决，若是“连续型”集合则可借助不等式进行运算.

8、C

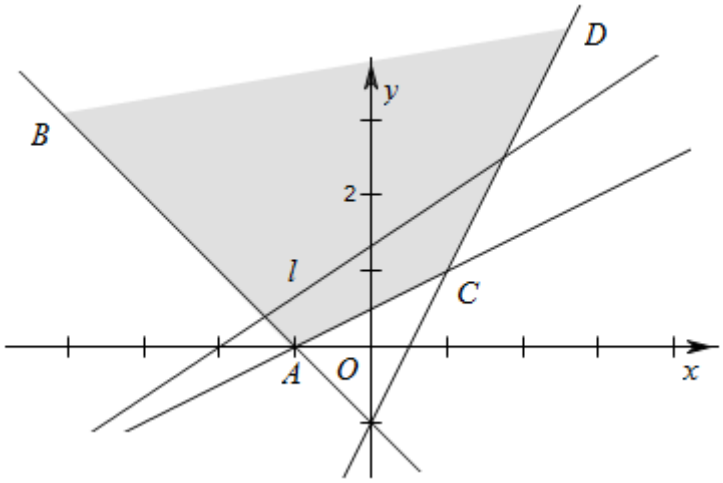
【解析】

作出可行域，直线目标函数对应的直线l，平移该直线可得最优解.

【详解】

作出可行域，如图由射线AB，线段AC，射线CD围成的阴影部分（含边界），作直线$l:2x-3y+4=0$，平移直线l，当l过点$C(1,1)$时，$z=2x-3y+4$取得最大值 1.

故选：C.



【点睛】

本题考查简单的线性规划问题，解题关键是作出可行域，本题要注意可行域不是一个封闭图形.

9、D

【解析】

如图，平面 EFG 截球 O 所得截面的图形为圆面，计算 $AH=4OH$，由勾股定理解得 $R=\sqrt{6}$，此外接球的体积为 $\frac{24\sqrt{6}}{3}\pi$，三棱锥 $O-EFG$ 体积为 $\frac{\sqrt{2}}{3}$，得到答案.

【详解】

如图，平面 EFG 截球 O 所得截面的图形为圆面.

正三棱锥 $A-BCD$ 中，过 A 作底面的垂线 AH，垂足为 H，与平面 EFG 交点记为 K，连接 OD、HD.

依题意 $V_{A-BCD}=4V_{O-BCD}$，所以 $AH=4OH$，设球的半径为 R，

在 $Rt\triangle OHD$ 中，$OD=R$，$HD=\frac{\sqrt{3}}{3}BC=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$OH=\frac{1}{3}OA=\frac{R}{3}$，

由勾股定理：$R^2=\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\frac{R}{3}\right)^2$，解得 $R=\sqrt{6}$，此外接球的体积为 $\frac{24\sqrt{6}}{3}\pi$，

由于平面 $EFG//$ 平面 BCD，所以 $AH\perp$ 平面 EFG，

球心 O 到平面 EFG 的距离为 KO，

则 $KO=OA-KA=OA-\frac{1}{2}AH=R-\frac{2}{3}R=\frac{R}{3}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

所以三棱锥 $O-EFG$ 体积为 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{3}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/876011114043010105