2025年广东省廉江市实验学校高三下学期第三次模拟考试（期中）数学试题

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．过抛物线$y^2=2px\left(p>0\right)$的焦点F作直线与抛物线在第一象限交于点A，与准线在第三象限交于点B，过点A作准线的垂线，垂足为H.若$\tan\angle AFH=2$，则$\dfrac{\left|AF\right|}{\left|BF\right|}=$（　　）

A．$\dfrac{5}{4}$　　B．$\dfrac{4}{3}$　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．2

2．M是抛物线$y^2=4x$上一点，N是圆$\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2=1$关于直线$x-y-1=0$的对称圆上的一点，则$\left|MN\right|$最小值是（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{11}}{2}-1$　　B．$\sqrt{3}-1$　　C．$2\sqrt{2}-1$　　D．$\dfrac{3}{2}$

3．已知直线$l_1:ax+2y+4=0$，$l_2:x+(a-1)y+2=0$，则“$a=-1$”是“$l_1\ Pl_2$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．已知集合$A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\left\{x\middle|\left(x+1\right)\left(x-2\right)<0\right\}$，则集合$A\cap B$的真子集的个数是（　　）

A．8　　B．7　　C．4　　D．3

5．已知复数$\dfrac{2-ai}{i}=1-bi$，其中a，$b\in R$，i是虚数单位，则$\left|a+bi\right|=$（　）

A．$-1+2i$　　B．1　　C．5　　D．$\sqrt{5}$

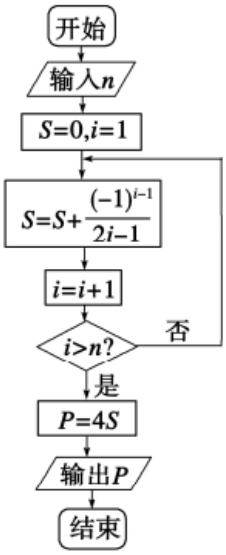
6．已知m，n是两条不重合的直线，α是一个平面，则下列命题中正确的是（　　）

A．若$m//\alpha$，$n//\alpha$，则$m//n$　　B．若$m//\alpha$，$n\subset\alpha$，则$m//n$

C．若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，则$n//\alpha$　　D．若$m\perp\alpha$，$n//\alpha$，则$m\perp n$

7．

德国数学家莱布尼兹(1646 年-1716 年)于 1674 年得到了第一个关于 π 的级数展开式,该公式于明朝初年传入我国.在我国科技水平业已落后的情况下,我国数学家、天文学家明安图(1692 年-1765 年)为提高我国的数学研究水平,从乾隆初年(1736 年)开始,历时近 30 年,证明了包括这个公式在内的三个公式,同时求得了展开三角函数和反三角函数的 6 个新级数公式,著有《割圆密率捷法》一书,为我国用级数计算 π 开创了先河.如图所示的程序框图可以用莱布尼兹“关于 π 的级数展开式”计算 π 的近似值(其中 P 表示 π 的近似值),若输入 $n=10$,则输出的结果是(　　)



A．$P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{17})$　　**B**．$P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots-\frac{1}{19})$

C．$P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{21})$　　**D**．$P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots-\frac{1}{21})$

8．设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则“$a_1<0$”是“$S_{2021}<0$”的（　　）

A．充分不必要条件　　**B**．必要不充分条件

C．充分必要条件　　**D**．既不充分也不必要条件

9．已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|x>1\}$，则 $A\cup B=$

A．（–1，1）　　**B**．（1，2）　　**C**．（–1，+∞）　　**D**．（1，+∞）

10．如图 1，《九章算术》中记载了一个“折竹抵地”问题:今有竹高一丈,末折抵地,去本三尺，问折者高几何？意思是:有一根竹子，原高一丈（1 丈=10 尺），现被风折断，尖端落在地上，竹尖与竹根的距离三尺，问折断处离地面的高为（　　）尺.



A．5.45　　**B**．4.55　　**C**．4.2　　**D**．5.8

11．设F_1，F_2分别是椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，过$F_2$的直线交椭圆于$A$，$B$两点，且$\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，$\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$，则椭圆$E$的离心率为(　　)

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{7}}{4}$

12．若$\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^6$的展开式中$x^6$的系数为150，则$a^2=$（　　）

A．20　　B．15　　C．10　　D．25

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，且满足$S_n=a_{n+1}$，则数列$\{S_n\}$的前10项的和为_____.

14．集合$A=\{x\mid x=2k-1,k\in Z\}$，$B=\{1,2,3,4\}$，则$A\cap B=$_____.

15．函数$f(x)=\sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}$的定义域是_____.

16．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E,F分别为棱AA_1,D_1A_1的中点，则直线EF与直线A_1B所成角的正切值为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知等腰梯形$ABCD$中（如图1），$AB=4$，$BC=CD=DA=2$，F为线段CD的中点，E、M为线段AB上的点，$AE=EM=1$，现将四边形$AEFD$沿EF折起（如图2）

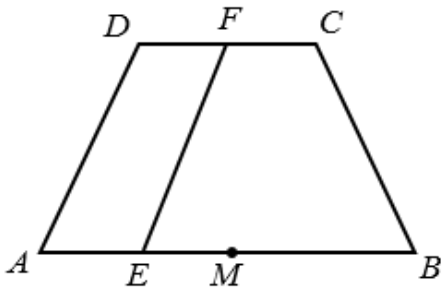


图1

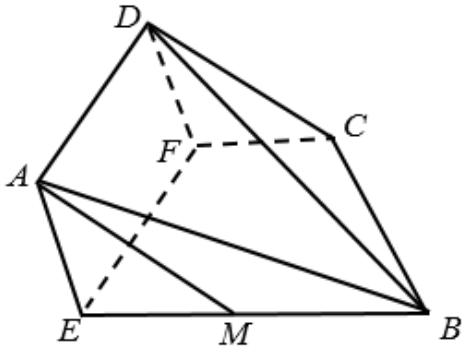


图2

（1）求证：$AM\parallel$平面BCD；

（2）在图2中，若$BD=\sqrt{6}$，求直线CD与平面$BCFE$所成角的正弦值.

18．（12分）为迎接2022年冬奥会，北京市组织中学生开展冰雪运动的培训活动，并在培训结束后对学生进行了考核．记X表示学生的考核成绩，并规定$X\geq 85$为考核优秀．为了了解本次培训活动的效果，在参加培训的学生中随机抽取了30名学生的考核成绩，并作成如下茎叶图：

5	0 1 1 6
6	0 1 3 3 4 5 8
7	1 2 3 6 7 7 7 8
8	1 1 2 4 5 9
9	0 0 1 2 3

（Ⅰ）从参加培训的学生中随机选取 1 人，请根据图中数据，估计这名学生考核优秀的概率；

（Ⅱ）从图中考核成绩满足 $X \in [80,89]$ 的学生中任取 2 人，求至少有一人考核优秀的概率；

（Ⅲ）记 $P(a \le X \le b)$ 表示学生的考核成绩在区间 $[a,b]$ 的概率，根据以往培训数据，规定当 $P\left(\left|\frac{x-85}{10}\right| \le 1\right) \ge 0.5$ 时培训有效．请根据图中数据，判断此次中学生冰雪培训活动是否有效，并说明理由．

19.（12 分）在直角坐标系 xOy 中，l 是过定点 $P(4,2)$ 且倾斜角为 α 的直线；在极坐标系（以坐标原点 O 为极点，以 x 轴非负半轴为极轴，取相同单位长度）中，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta$．

（1）写出直线 l 的参数方程，并将曲线 C 的方程化为直角坐标方程；

（2）若曲线 C 与直线 l 相交于不同的两点 M、N，求 $|PM|+|PN|$ 的取值范围．

20.（12 分）在平面直角坐标系 *xOy* 中，曲线 *C* 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2m + \frac{1}{6m} \\ y = 2m - \frac{1}{6m} \end{cases}$（*m* 为参数），以坐标点 *O* 为极点，*x* 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 *l* 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{3}) = 1$．

（1）求直线 *l* 的直角坐标方程和曲线 *C* 的普通方程；

（2）已知点 *M*（2，0），若直线 *l* 与曲线 *C* 相交于 *P*、*Q* 两点，求 $\frac{1}{|MP|}+\frac{1}{|MQ|}$ 的值．

21.（12 分）已知函数 $f(x)=e^x-x^2-kx$（其中 *e* 为自然对数的底，*k* 为常数）有一个极大值点和一个极小值点．

（1）求实数 *k* 的取值范围；

（2）证明：*f*(*x*)的极大值不小于 1．

22.（10 分）为了保障全国第四次经济普查顺利进行，国家统计局从东部选择江苏，从中部选择河北、湖北，从西部选择宁夏，从直辖市中选择重庆作为国家综合试点地区，然后再逐级确定普查区域，直到基层的普查小区，在普查过程中首先要进行宣传培训，然后确定对象，最后入户登记，由于种种情况可能会导致入户登记不够顺利，这为正式普查提供了宝贵的试点经验，在某普查小区，共有 50 家企事业单位，150 家个体经营户，普查情况如下表所示：

普查对象类别	顺利	不顺利	合计
企事业单位	40	10	50
个体经营户	100	50	150
合计	140	60	200

（1）写出选择 5 个国家综合试点地区采用的抽样方法；

（2）根据列联表判断是否有 90% 的把握认为“此普查小区的入户登记是否顺利与普查对象的类别有关”；

（3）以该小区的个体经营户为样本，频率作为概率，从全国个体经营户中随机选择 3 家作为普查对象，入户登记顺利的对象数记为 X，写出 X 的分布列，并求 X 的期望值.

附： $k^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	**0.10**	**0.010**	**0.001**
k_0	**2.706**	**6.635**	**10.828**

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．C

【解析】

需结合抛物线第一定义和图形，得$\triangle AFH$为等腰三角形，设准线与x轴的交点为M，过点F作$FC\perp AH$，再由三角函数定义和几何关系分别表示转化出$\left|BF\right|=\dfrac{p}{\cos\left(\pi-2\alpha\right)}$，

$\left|AF\right|=\dfrac{p\tan\alpha}{\sin\left(\pi-2\alpha\right)}$，结合比值与正切二倍角公式化简即可

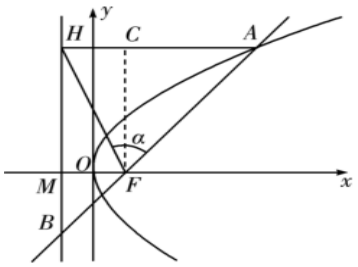
【详解】

如图，设准线与x轴的交点为M，过点F作$FC\perp AH$.由抛物线定义知$\left|AF\right|=\left|AH\right|$，

所以$\angle AHF=\angle AFH=\alpha$，$\angle FAH=\pi-2\alpha=\angle OFB$，$\left|BF\right|=\dfrac{\left|MF\right|}{\cos\left(\pi-2\alpha\right)}=\dfrac{p}{\cos\left(\pi-2\alpha\right)}$，

$\left|AF\right|=\dfrac{\left|CF\right|}{\sin\left(\pi-2\alpha\right)}=\dfrac{\left|CH\right|\tan\alpha}{\sin\left(\pi-2\alpha\right)}=\dfrac{p\tan\alpha}{\sin\left(\pi-2\alpha\right)}$，

所以$\dfrac{\left|AF\right|}{\left|BF\right|}=\dfrac{\tan\alpha}{\tan\left(\pi-2\alpha\right)}=\dfrac{\tan\alpha}{-\tan2\alpha}=\dfrac{\tan^2\alpha-1}{2}=\dfrac{3}{2}$.



故选：C

本题考查抛物线的几何性质，三角函数的性质，数形结合思想，转化与化归思想，属于中档题

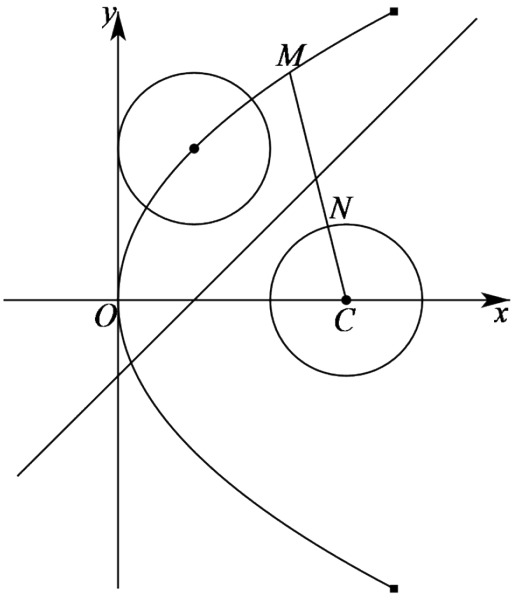
2．C

【解析】

求出点$\left(1,2\right)$关于直线$x-y-1=0$的对称点C的坐标，进而可得出圆$\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2=1$关于直线$x-y-1=0$的对称圆$C$的方程，利用二次函数的基本性质求出$\left|MC\right|$的最小值，由此可得出$\left|MN\right|_{\min}=\left|MC\right|_{\min}-1$，即可得解.

【详解】

如下图所示：



设点$(1,2)$关于直线$x-y-1=0$的对称点为点$C(a,b)$，

则$\begin{cases}\dfrac{a+1}{2}-\dfrac{b+2}{2}-1=0\\ \dfrac{b-2}{a-1}=-1\end{cases}$，整理得$\begin{cases}a-b-3=0\\ a+b-3=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=3\\ b=0\end{cases}$，即点$C(3,0)$，

所以，圆$(x-1)^2+(y-2)^2=1$关于直线$x-y-1=0$的对称圆C的方程为$(x-3)^2+y^2=1$，

设点$M\left(\dfrac{y^2}{4},y\right)$，则$|MC|=\sqrt{\left(\dfrac{y^2}{4}-3\right)^2+y^2}=\sqrt{\dfrac{y^4}{16}-\dfrac{y^2}{2}+9}=\sqrt{\dfrac{1}{16}\left(y^2-4\right)^2+8}$，

当$y=\pm2$时，$|MC|$取最小值$2\sqrt{2}$，因此，$|MN|_{\min}=|MC|_{\min}-1=2\sqrt{2}-1$.

故选：C.

本题考查抛物线上一点到圆上一点最值的计算，同时也考查了两圆关于直线对称性的应用，考查计算能力，属于中等题.

3．C

【解析】

先得出两直线平行的充要条件，根据小范围可推导出大范围，可得到答案.

【详解】

直线$l_1:ax+2y+4=0$，$l_2:x+(a-1)y+2=0$，$l_1 \mathrm{P} l_2$的充要条件是$a(a-1)=2\Rightarrow a=2$或$a=-1$，当 a=2 时，化简后发现两直线是重合的，故舍去，最终 a=-1.因此得到“$a=-1$”是“$l_1 \mathrm{P} l_2$”的充分必要条件.

故答案为 C.

判断充要条件的方法是：①若 p⇒q 为真命题且 q⇒p 为假命题，则命题 p 是命题 q 的充分不必要条件；②若 p⇒q 为假命题且 q⇒p 为真命题，则命题 p 是命题 q 的必要不充分条件；③若 p⇒q 为真命题且 q⇒p 为真命题，则命题 p 是命题 q 的充要条件；④若 p⇒q 为假命题且 q⇒p 为假命题，则命题 p 是命题 q 的即不充分也不必要条件．⑤判断命题 p 与命题 q 所表示的范围，再根据“谁大谁必要，谁小谁充分”的原则，判断命题 p 与命题 q 的关系．

4．D

【解析】

转化条件得 $A\cap B=\{0,1\}$，利用元素个数为 n 的集合真子集个数为 2^n-1 个即可得解.

【详解】

由题意得 $B=\{x|(x+1)(x-2)<0\}=\{x|-1<x<2\}$，

$\therefore A\cap B=\{0,1\}$，$\therefore$ 集合 $A\cap B$ 的真子集的个数为 $2^2-1=3$ 个.

故选：D.

本题考查了集合的化简和运算，考查了集合真子集个数问题，属于基础题.

5．D

【解析】

试题分析：由 $\frac{2-ai}{i}=1-bi$,得 $2-ai=i(1-bi)=b+i,\therefore a=-1,b=2$,则

$a+bi=-1+2i,\therefore|a+bi|=|-1+2i|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$，故选 D.

考点：1、复数的运算；2、复数的模.

6．D

【解析】

利用空间位置关系的判断及性质定理进行判断.

【详解】

解：选项 A 中直线 m，n 还可能相交或异面，

选项 B 中 m，n 还可能异面，

选项 C，由条件可得 $n//\alpha$ 或 $n\subset\alpha$.

故选：D.

本题主要考查直线与平面平行、垂直的性质与判定等基础知识；考查空间想象能力、推理论证能力，属于基础题.

7．B

【解析】

执行给定的程序框图，输入 $n=10$，逐次循环，找到计算的规律，即可求解.

【详解】

由题意，执行给定的程序框图，输入 $n=10$，可得：

第 1 次循环：$S=1, i=2$；

第 2 次循环：$S=1-\frac{1}{3}, i=3$；

第 3 次循环：$S=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}, i=4$；

$\llcorner\ \llcorner$

第 10 次循环：$S=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\llcorner\ -\frac{1}{19}, i=11$，

此时满足判定条件，输出结果 $P=4S=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots-\frac{1}{19})$，

故选：*B*.

本题主要考查了循环结构的程序框图的计算与输出，其中解答中认真审题，逐次计算，得到程序框图的计算功能是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能力，属于基础题.

8．C

【解析】

根据等比数列的前 n 项和公式，判断出正确选项.

【详解】

由于数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，所以 $S_{2021}=a_1\cdot\frac{1-q^{2021}}{1-q}$，由于 $\frac{1-q^{2021}}{1-q}>0$，所以

$a_1<0\Leftrightarrow S_{2021}<0$，故“$a_1<0$”是“$S_{2021}<0$”的充分必要条件.

故选：C

本小题主要考查充分、必要条件的判断，考查等比数列前 n 项和公式，属于基础题.

9．C

【解析】

根据并集的求法直接求出结果.

【详解】

$\because A=\{x\,|-1<x<2\}, B=\{x\,|>1\}$ ，

$\therefore A\cup B=(-1,+\infty)$ ，

故选 C.

考查并集的求法，属于基础题.

10．B

【解析】



如图，已知 $AC+AB=10$，$BC=3$，$AB^2-AC^2=BC^2=9$

$\therefore (AB+AC)(AB-AC)=9$，解得 $AB-AC=0.9$，

$\therefore \begin{cases} AB+AC=10 \\ AB-AC=0.9 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} AB=5.45 \\ AC=4.55 \end{cases}$.

∴折断后的竹干高为 4.55 尺

故选 B.

11．C

【解析】

根据 $\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$ 表示出线段长度，由勾股定理，解出每条线段的长度，再由勾股定理构造出 a,c 关系，求出离心率.

【详解】

Q $\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$

设 $BF_2=x$，则 $AF_2=2x$

由椭圆的定义，可以得到 $AF_1=2a-2x, BF_1=2a-x$

Q $\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，$\therefore AF_1\perp AF_2$

在 $Rt\triangle AF_1B$ 中，有 $(2a-2x)^2+(3x)^2=(2a-x)^2$，解得 $x=\dfrac{a}{3}$

$\therefore AF_2=\dfrac{2a}{3}, AF_1=\dfrac{4a}{3}$

在 $\mathrm{Rt}\triangle AF_1F_2$ 中，有 $\left(\dfrac{4a}{3}\right)^2+\left(\dfrac{2a}{3}\right)^2=(2c)^2$

整理得 $\dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{5}{9}$，$\therefore e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

故选 C 项.

本题考查几何法求椭圆离心率，是求椭圆离心率的一个常用方法，通过几何关系，构造出 a,c 关系，得到离心率.属于中档题.

12．C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/877026004130006146