

北京市海淀区第二中学 2024 届高考考前提分数学仿真卷

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 将函数 $y = 2\cos^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) - 1$ 的图像向左平移 $m (m > 0)$ 个单位长度后，得到的图像关于坐标原点对称，则 m 的

最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

2. 已知曲线 $x^2 = 4y$ ，动点 P 在直线 $y = -3$ 上，过点 P 作曲线的两条切线 l_1, l_2 ，切点分别为 A, B ，则直线 AB 截圆 $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ 所得弦长为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 4 D. $2\sqrt{3}$

3. 已知函数 $f(x) = te^{2x} + (t-2)e^x - x$ ($t \geq 0$)，若函数 $f(x)$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上有唯一零点，则 t 的值为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ 或 0 C. 1 或 0 D. 2 或 0

4. 若 i 为虚数单位，则复数 $z = \frac{1+i}{1+2i}$ 在复平面上对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. 袋中装有标号为 1, 2, 3, 4, 5, 6 且大小相同的 6 个小球，从袋子中一次性摸出两个球，记下号码并放回，如果两个号码的和是 3 的倍数，则获奖，若有 5 人参与摸球，则恰好 2 人获奖的概率是 ()

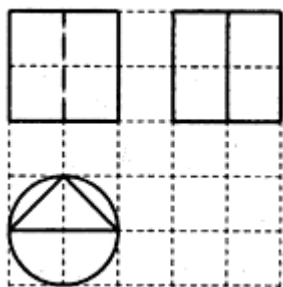
- A. $\frac{40}{243}$ B. $\frac{70}{243}$ C. $\frac{80}{243}$ D. $\frac{38}{243}$

6. 把函数 $f(x) = A\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($A \neq 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，若函数

$g(x-m)$ ($m > 0$) 是偶函数，则实数 m 的最小值是 ()

- A. $\frac{5\pi}{12}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{12}$

7. 一个组合体的三视图如图所示 (图中网格小正方形的边长为 1)，则该几何体的体积是 ()



- A. $2\pi - \frac{1}{2}$ B. $2\pi - 1$ C. $2\pi - 2$ D. $2\pi - 4$

8. 在复平面内，复数 $i(2+i)$ 对应的点的坐标为 ()

- A. (1, 2) B. (2, 1) C. (-1, 2) D. (2, -1)

9. 不等式 $\begin{cases} 4x - y \leq 2, \\ x + y \geq 3 \end{cases}$ 的解集记为 D ，有下面四个命题： $p_1: \forall (x, y) \in D, 2y - x \leq 5$; $p_2: \exists (x, y) \in D, 2y - x \leq 2$;

$p_3: \forall (x, y) \in D, 2y - x \leq 2$; $p_4: \exists (x, y) \in D, 2y - x \leq 4$. 其中的真命题是 ()

- A. p_1, p_2 B. p_2, p_3 C. p_1, p_3 D. p_2, p_4

10. 设 α, β 为两个平面，则 $\alpha \parallel \beta$ 的充要条件是

- A. α 内有无数条直线与 β 平行
B. α 内有两条相交直线与 β 平行
C. α, β 平行于同一条直线
D. α, β 垂直于同一平面

11. 设复数 $z = \frac{2-i}{1+3i}$ ，则 $|z| =$ ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 已知角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边上有一点 $P(-3, 4)$ ，则 $\sin 2\alpha =$ ().

- A. $-\frac{12}{25}$ B. $-\frac{24}{25}$ C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{8}{5}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的下顶点为 A ，若直线 $x = ty + 4$ 与椭圆交于不同的两点 M, N ，则当 $t =$ _____ 时，

$\triangle AMN$ 外心的横坐标最大.

14. 某城市为了解该市甲、乙两个旅游景点的游客数量情况，随机抽取了这两个景点 20 天的游客人数，得到如下茎叶图：

甲	乙
3 2	60 3 4 7
8 6 4 2	61 1 2 5
9 8 7 3 3 0	62 1 2 4 4 6 7
5 4 3 2 1	63 3 5 6 7 9
8 7 4	64 2 4 6

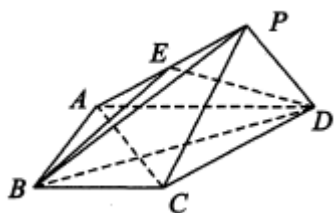
由此可估计，全年（按 360 天计算）中，游客人数在 (625, 635) 内时，甲景点比乙景点多_____天.

15. 已知集合 $A = \{-1, 0, 2\}$, $B = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

16. 有以下四个命题: ①在 $\triangle ABC$ 中, $A > B$ 的充要条件是 $\sin A > \sin B$; ②函数 $y = f(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 上存在零点的充要条件是 $f(1) \cdot f(2) < 0$; ③对于函数 $y = f(x)$, 若 $f(2) = f(-2)$, 则 $f(x)$ 必不是奇函数; ④函数 $y = f(1-x)$ 与 $y = f(1+x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称. 其中正确命题的序号为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, $AD = 2AB = 2BC = 2$, $\triangle PCD$ 是正三角形, $PC \perp AC$, E 是 PA 的中点.



(1) 证明: $AC \perp BE$;

(2) 求直线 BP 与平面 BDE 所成角的正弦值.

18. (12 分) 已知圆 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ 外有一点 $(4, -1)$, 过点 P 作直线 l .

(1) 当直线 l 与圆 C 相切时, 求直线 l 的方程;

(2) 当直线 l 的倾斜角为 135° 时, 求直线 l 被圆 C 所截得的弦长.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + mx + \ln x$.

(1) 若函数 $f(x)$ 不存在单调递减区间, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 的两个极值点为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), $m \leq -\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 求 $f(x_1) - f(x_2)$ 的最小值.

20. (12 分) 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4 \cos \theta$, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/877034023136010035>