

山西省运城市 2023-2024 学年高一下学期 7 月期末调研测试数

学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

- 已知复数 z 满足 $(z+3)i=3-i$, 则 $|z|=(\quad)$
 - $\sqrt{10}$
 - 4
 - 5
 - $2\sqrt{6}$
- 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 满足 $|\vec{a}|=1, (\vec{a}-2\vec{b}) \perp \vec{a}$, 则 $|\vec{b}|=(\quad)$
 - 1
 - 1
 - $\frac{1}{5}$
 - $-\frac{1}{5}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $(a+b-c)(a+b+c)=3ab, a=4, b=2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 $(\quad)$
 - 2
 - 4
 - $2\sqrt{3}$
 - 3
- 抛掷一枚质地均匀的骰子 2 次, 事件甲为“第一次骰子正面向上的数字是 1”, 事件乙为“两次骰子正面向上的数字之和是 4”, 事件丙为“两次骰子正面向上的数字之和是 8”, 则 $(\quad)$
 - 甲乙互斥
 - 乙丙互为对立
 - 甲乙相互独立
 - 甲丙互斥
- 已知平面 α, β , 直线 m , 且 $\alpha \perp \beta$, 则“ $m \perp \alpha$ ”是“ $m \parallel \beta$ ”的 $(\quad)$
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a \cos B = 2c \cos A - b \cos A$ 且 $\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} \right) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 $(\quad)$
 - 有一个角是 $\frac{\pi}{6}$ 的等腰三角形
 - 等边三角形
 - 三边均不相等的直角三角形
 - 等腰直角三角形
- 某次趣味运动会, 设置了教师足球射门比赛: 教师射门, 学生守门. 已知参与射门比赛的教师有 60 名, 进球数的平均值和方差分别是 3 和 13, 其中男教师进球数的平均值和方差分别是 4 和 8, 女教师进球数的平均值为 2, 则女教师进球数的方差为 $(\quad)$
 - 15
 - 16
 - 17
 - 18

8. 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AB \perp BC, AB=1, AD=3, BC=4$, 点 P 为边 AD 上一动点, 则 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP}$ 的取值范围为 ()

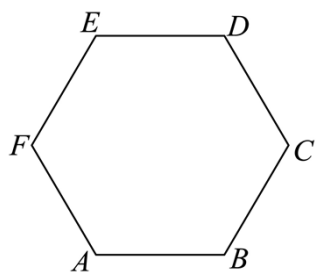
- A. $[\sqrt{2}-4, \sqrt{5}-4]$ B. $[-2, 1]$ C. $[-3, 1]$
D. $[1, 5]$

二、多选题

9. 在复平面内, 复数 $z_1=1-2i, z_2=-3+4i$ 对应的向量为 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$, 其中 O 是原点, 则下列说法正确的是 ()

- A. 复数 z_1 的虚部为 $-2i$ B. 复数 $\overline{z_1}$ 对应的点在第一象限
C. 当 $a=-4$ 时, 复数 $a+z_2i^3$ 为纯虚数 D. 向量 $\overrightarrow{AB}$ 对应的复数为 $4-6i$

10. 正六边形瓷砖是一种常见的装饰材料, 被广泛应用于室内和室外的墙壁、地面和装饰品的制作. 正六边形瓷砖的设计能够形成美观的六边形花纹, 增加空间的层次感和艺术感. 如图是一块正六边形瓷砖 $ABCDEF$, 它的边长为 1, 点 P 是 $\triangle DEF$ 内部 (包括边界) 的动点, 则下列说法正确的是 ()



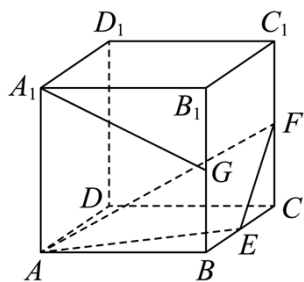
A. $\overrightarrow{ED} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$

B. $\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}$

C. 若 P 为 EF 的中点, $\overrightarrow{CP}$ 在 $\overrightarrow{EC}$ 上的投影向量为 $-\overrightarrow{EC}$

D. $|\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FP}|$ 的最大值为 $\sqrt{7}$

11. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F, G 分别为 BC, CC_1, BB_1 的中点, 点 P 为线段 A_1G 上的动点, 则下列结论正确的是 ()



- A. 直线 EF 与 A_1G 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- B. 三棱锥 $P-AEF$ 的体积为定值
- C. 平面 AEF 截正方体所得的截面周长为 $3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$
- D. 直线 AF 与平面 B_1BCC_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

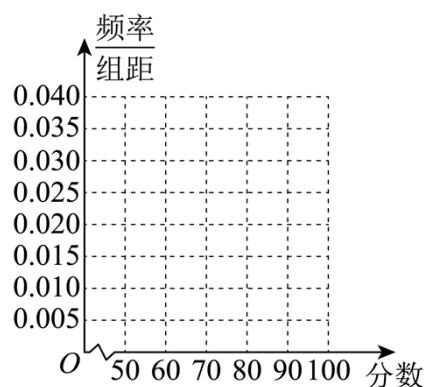
三、填空题

12. 已知数据 $2x_1+1, 2x_2+1, 2x_3+1, 2x_4+1, 2x_5+1$ 的方差为 16, 则数据 $3x_1-2, 3x_2-2, 3x_3-2, 3x_4-2, 3x_5-2$ 的方差为_____.
13. 已知相互独立事件 A, B 满足 $P(A)=0.6, P(AB)=0.42$, 则 $P(A \cup \bar{B}) =$ _____.
14. 已知正三棱台上、下底面边长分别为 $\sqrt{3}$ 和 $2\sqrt{3}$, 侧面与下底面所成的二面角为 60° , 则该正三棱台外接球的表面积为_____.

四、解答题

15. 北京大兴半程马拉松暨第八届“花绘北京悦跑大兴”于 2024 年 4 月 27 日在大兴区魏善庄镇鸣枪开跑, 参赛规模为 6000 人并设有两个项目, 为让更多的人了解马拉松运动项目, 某区举办了马拉松知识竞赛, 并从中随机抽取了 m 名参赛者的成绩, 得到的数据如下表所示:

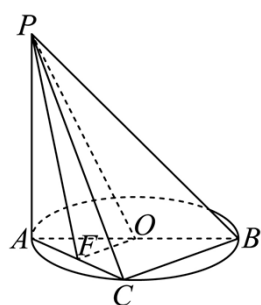
分数	$[50, 60)$	$[60, 70)$	$[70, 80)$	$[80, 90)$	$[90, 100]$
频数	5	10	20	30	b
频率	a	0.10	0.20	0.30	0.35



(1) 分别求 m, a, b 的值，并在图中画出频率分布直方图；

(2) 若参赛者得分分数不低于 70 的人数至少要占 80% 以上，并且参赛者得分分数的平均数超过 80 分，则该区可以评为“一马当先区”，估计该区能否评为“一马当先区”，并说明理由。（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）

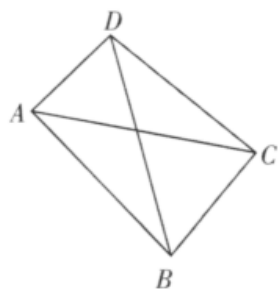
16. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 是 $\odot O$ 上的动点， PA 垂直于 $\odot O$ 所在的平面 ABC ，点 F 为线段 AC 的中点，



(1) 证明：平面 $PAC \perp$ 平面 PFO ；

(2) 设 $PA = \sqrt{3}, AC = 1$ ，求点 F 到平面 PBC 的距离.

17. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = \angle DCB = \frac{\pi}{2}$ ， $AB = 3$ ， $BC = 2$ ， $S_{\triangle ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 且 $\angle ABC$ 为锐角.



(1) 求 DB ；

(2) 求 $\triangle ACD$ 的面积.

18. 2024 年 4 月 25 日 20 时 59 分，搭载神舟十八号载人飞船的长征二号 *F* 遥十八运载火箭在酒泉卫星发射中心点火发射成功，实现了两个飞行乘组太空“会师”.下表记录了我国已发射成功的所有神舟飞船的发射时间和飞行时长.

名称	发射时间	飞行时长
神舟一号	1999 年 11 月 20 日	21 小时 11 分
神舟二号	2001 年 1 月 10 日	6 天 18 小时 22 分
神舟三号	2002 年 3 月 25 日	6 天 18 小时 39 分
神舟四号	2002 年 12 月 30 日	6 天 18 小时 36 分
神舟五号	2003 年 10 月 15 日	21 小时 28 分
神舟六号	2005 年 10 月 12 日	4 天 19 小时 32 分
神舟七号	2008 年 9 月 25 日	2 天 20 小时 30 分
神舟八号	2011 年 11 月 1 日	16 天
神舟九号	2012 年 6 月 16 日	13 天
神舟十号	2013 年 6 月 11 日	15 天
神舟十一号		32 天

	2016 年 10 月 17 日	
神舟十二号	2021 年 6 月 17 日	3 个月
神舟十三号	2021 年 10 月 16 日	6 个月
神舟十四号	2022 年 6 月 5 日	6 个月
神舟十五号	2022 年 11 月 29 日	6 个月
神舟十六号	2023 年 5 月 30 日	5 个月
神舟十七号	2023 年 10 月 26 日	6 个月
神舟十八号	2024 年 4 月 25 日	预计 6 个月

为帮助同学们了解我国神舟飞船的发展情况，某学校“航天社团”准备通过绘画、海报、数据统计图表等形式宣传“神舟系列飞船之旅”.

(1)绘画组成员从表中所有的神舟飞船中随机选取 1 艘进行绘画，求选中的神舟飞船的发射时间恰好是在 10 月份的概率；

(2)海报组 A 组成员从飞行时长（包括预计飞行时长）大于 4 个月的神舟飞船中随机选取 2 艘制作海报；海报组 B 组成员从飞行时长（包括预计飞行时长）小于 5 天的神舟飞船中随机选取 2 艘制作海报，两组选择互不影响，求两组选中的两艘神舟飞船的发射时间恰好都在 10 月或 11 月份的概率.

19. 类比于二维平面中的余弦定理，有三维空间中的三面角余弦定理；如图 1，由射线 PA, PB, PC 构成的三面角 $P-ABC$, $\angle APC = \alpha$, $\angle BPC = \beta$, $\angle APB = \gamma$ ，二面角 $A-PC-B$ 的大小为 θ ，则 $\cos \gamma = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos \theta$.

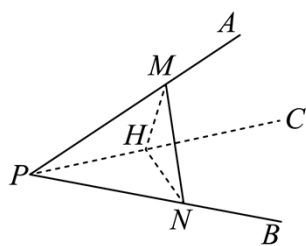


图1

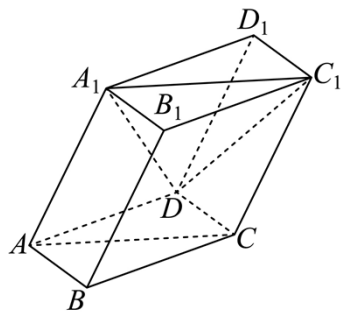


图2

(1) 已知 H 为射线 PC 上一点, $HM \perp PC$ 交 PA 于 M 点, $HN \perp PC$ 交 PB 于 N 点, 当 $\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时, 证明以上三面角余弦定理;

(2) 如图 2, 平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 ABC , $\angle A_1AC = 60^\circ$, $\angle BAC = 45^\circ$,

① 求 $\angle A_1AB$ 的余弦值;

② 在直线 CC_1 上是否存在点 P , 使 $BP \parallel$ 平面 DA_1C_1 ? 若存在, 求出点 P 的位置; 若不存在, 说明理由.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	C	D	D	B	B	C	BC	ACD
题号	11									
答案	ABC									

1. C

【分析】根据条件，利用复数的运算，得到 $z = -4 - 3i$ ，即可求解.

【详解】因为 $(z+3)i = 3-i$ ，所以 $z+3 = \frac{3-i}{i} = -1-3i$ ，得到 $z = -4-3i$ ，

所以 $|z| = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = 5$ ，

故选：C.

2. B

【分析】根据向量垂直得出向量数量积为 0，再应用数量积定义计算即可.

【详解】因为 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp \vec{a}$ ，

可得 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{\pi}{3} = 1 - 2 \times 1 \times |\vec{b}| \times \frac{1}{2} = 0$ ，

可得 $|\vec{b}| = 1$.

故选：B.

3. C

【分析】由余弦定理求出 C ，再由面积公式求解即可.

【详解】若 $(a+b-c)(a+b+c) = 3ab$ ，则 $a^2 + b^2 - c^2 = ab$ ，

由余弦定理得 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{ab}{2ab} = \frac{1}{2}$ ，

因为 $0 < C < \pi$ ，所以 $C = \frac{\pi}{3}$ ，

则 $\triangle ABC$ 的面积是 $\frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

故选：C.

4. D

【分析】利用互斥事件的定义，即可判断出选项 A，B 和 D 的正误，对于选项 C，分别求出事件甲、事件乙发生的概率，事件甲、乙同时发生的概率，再利用相互独立事件的判断方法，即可求解.

【详解】对于选项 A，当第二次骰子正面向上的数字是 3 时，事件甲与事件乙可以同时发生，所以选项 A 错误；

对于选项 B，抛掷一枚质地均匀的骰子 2 次，正面向上的数字之和可能是

2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12，所以乙丙互斥但不对立；

对于选项 C，设事件甲，事件乙发生的概率分别为 $P(A), P(B)$ ，事件甲、乙同时发生的概率为 $P(AB)$ ，

因为 $P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ ，又 $P(AB) = \frac{1}{36}$ ，所以 $P(A)P(B) \neq P(AB)$ ，故选项 C 错误；

对于选项 D，因为事件甲与事件乙不能同时发生，所以甲丙互斥，故选项 D 正确；

故选：D.

5. D

【分析】根据线面关系及充分条件和必要条件的定义分析判断.

【详解】当 $\alpha \perp \beta$ ， $m \perp \alpha$ 时， $m \parallel \beta$ 或 $m \subset \alpha$ ，

当 $\alpha \perp \beta$ ， $m \parallel \beta$ 时， m 与平面 α 可能垂直，可能平行，也可能相交不垂直，

所以“ $m \perp \alpha$ ”是“ $m \parallel \beta$ ”的既不充分也不必要条件.

故选：D

6. B

【分析】由 $a \cos B = 2c \cos A - b \cos A$ 根据正弦定理和两角和的正弦公式可求得 $A = \frac{\pi}{3}$ ，再根据

$\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} \right) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ 可得 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，即可判断.

【详解】因为 $a \cos B = 2c \cos A - b \cos A$ ，所以 $\sin A \cos B = 2 \sin C \cos A - \sin B \cos A$ ，

所以 $\sin A \cos B + \sin B \cos A = 2 \sin C \cos A$ ，

所以 $\sin(A+B) = \sin C = 2 \sin C \cos A$ ，

因为 $C \in (0, \pi)$ ，所以 $\sin C \neq 0$ ，所以 $\cos A = \frac{1}{2}$ ，

因为 $A \in (0, \pi)$ ，所以 $A = \frac{\pi}{3}$ ，

如图所示，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/877126020134006146>