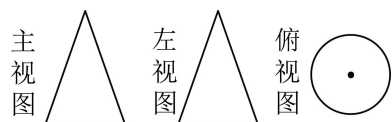


2023-2024 学年北京市海淀区首都师范大学附属中学九年级下学期中

考二模数学试题

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图是某几何体的三视图，则该几何体是【】

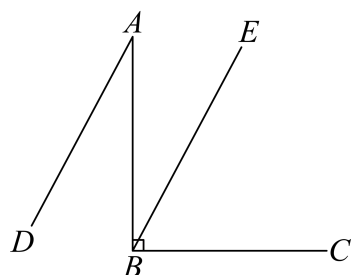


- A. 圆锥 B. 圆柱 C. 三棱柱 D. 三棱锥

2. 据报道，2024 年春节假期北京接待游客约 1750 万人次，旅游收入同比增长近四成。将 17500000 用科学记数法表示应为()

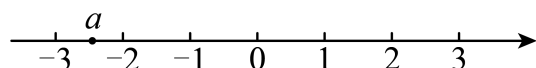
- A. 175×10^5 B. 1.75×10^6 C. 1.75×10^7 D. 0.175×10^8

3. 如图， $AB \perp BC$ ， $AD \parallel BE$ ，若 $\angle BAD = 28^\circ$ ，则 $\angle CBE$ 的大小为()



- A. 66° B. 64° C. 62° D. 60°

4. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是()



- A. $a \geq -2$ B. $a < -3$ C. $-a > 2$ D. $-a \geq 3$

5. 每一个外角都是 40° 的正多边形是()

- A. 正四边形 B. 正六边形 C. 正七边形 D. 正九边形

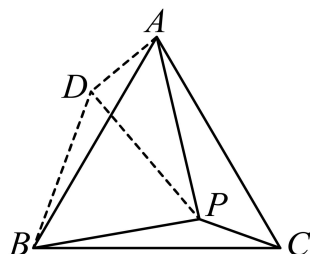
6. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值为()

- A. -1 B. 1 C. -4 D. 4

7. 2024 年央视春晚的主题为“龙行龘龘，欣欣家国”。“龙行龘龘”寓意中华儿女奋发有为、昂扬向上的精神风貌。将分别印有“龙”“行”“龘”“龘”四张质地均匀、大小相同的卡片放入盒中，从中随机抽取一张不放回，再从中随机抽取一张，则抽取的两张卡片上恰有一张印有汉字“龘”的概率为()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

8. 如图, 在等边三角形 ABC 中, 有一点 P , 连接 PA 、 PB 、 PC , 将 BP 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BD , 连接 PD 、 AD , 有如下结论: ① $\triangle BPC \cong \triangle BDA$; ② $\triangle BDP$ 是等边三角形; ③如果 $\angle BPC = 150^\circ$, 那么 $PA = PB + PC$. 以上结论正确的是()



- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分。

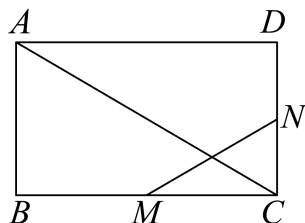
9. 若代数式 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式 $a^3 - 4a =$ _____.

11. 方程 $\frac{1}{x} = \frac{2}{3x-1}$ 的解为_____.

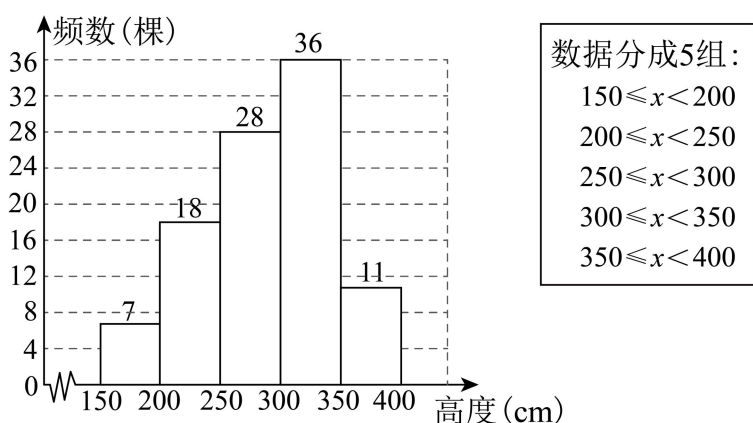
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(a, 2)$ 和 $B(b, -2)$. 则 $a + b$ 的值为_____.

13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, M , N 分别为 BC , CD 的中点, 则 $\frac{MN}{AC}$ 的值为_____.

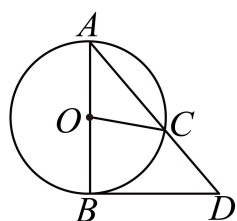


14. 某实验基地为全面掌握“无絮杨”树苗的生长规律, 定期对 2000 棵该品种树苗进行抽测. 近期从中随机抽测了 100 棵树苗, 获得了它们的高度 x (单位: cm). 数据经过整理后绘制的频数分布直方图如右图所示. 若高度不低于 $300cm$ 的树苗为长势良好, 则估计此时该基地培育的 2000 棵“无絮杨”树苗中长势良好

的有_____棵.



15. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 过点 B 作 $\odot O$ 的切线与直线 AC 交于点 D . 若 $\angle D = 50^\circ$, 则 $\angle BOC =$ _____ $^\circ$.



16. 小明是某蛋糕店的会员, 他有一张会员卡, 在该店购买的商品均按定价打八五折. 周末他去蛋糕店, 发现店内正在举办特惠活动: 任选两件商品, 第二件打七折, 如果两件商品不同价, 则按照低价商品的价格打折, 并且特惠活动不能使用会员卡. 小明打算在该店购买两个面包, 他计算后发现, 使用会员卡与参加特惠活动两者的花费相差 0.9 元, 则_____花费较少 (直接填写序号: ①使用会员卡; ②参加特惠活动); 两个面包的定价相差_____元.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 共 12 分.

17. 计算: $2 \sin 60^\circ + |-1| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{12}$;

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 4x - 3 < 5 \\ \frac{2x + 1}{3} > 2 - x \end{cases}$$

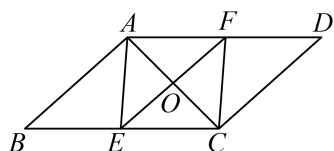
四、解答题: 本题共 10 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

19. (本小题 8 分)

已知 $b^2 - 4a = 0$, 求代数式 $\frac{4a + 1}{(b - 1)^2 + 2b}$ 的值.

20. (本小题 8 分)

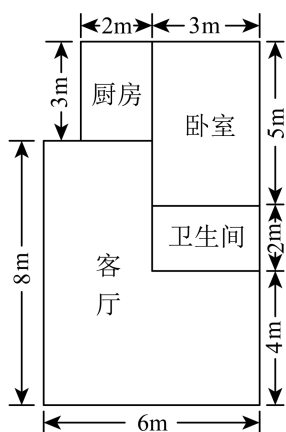
如图, 在 $\square ABCD$ 中, O 为 AC 的中点, 点 E, F 分别在 BC, AD 上, EF 经过点 O , $AE = AF$.



- (1) 求证：四边形 $AECF$ 为菱形；
- (2) 若 E 为 BC 的中点， $AE = 3$ ， $AC = 4$. 求 AB 的长.

21. (本小题 8 分)

下图是某房屋的平面示意图. 房主准备将客厅和卧室地面铺设木地板, 厨房和卫生间地面铺设瓷砖. 将房间地面全部铺设完预计需要花费 10000 元, 其中包含安装费 1270 元. 若每平方米木地板的价格之比是 5 : 3, 求每平方米木地板和瓷砖的价格.



22. (本小题 8 分)

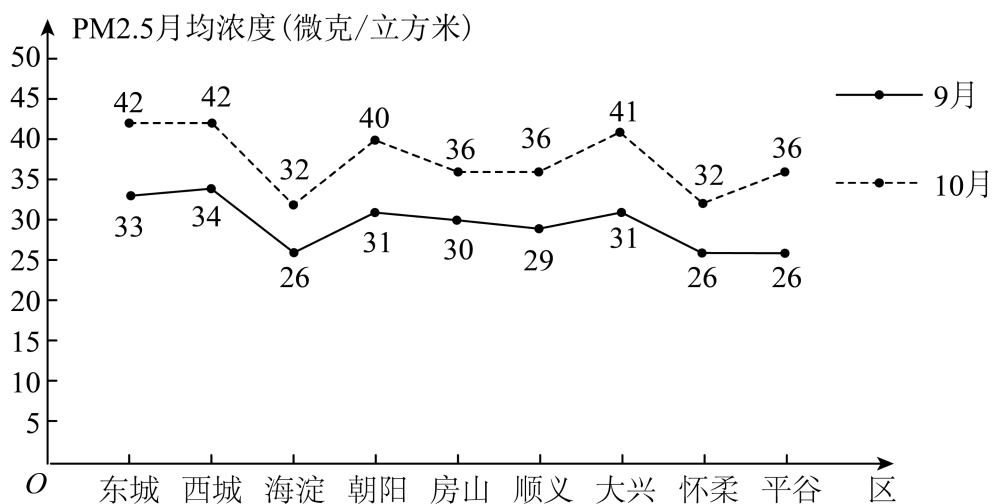
在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = 2x$ 的图象向下平移 4 个单位长度得到, 且与 x 轴交于点 A .

- (1) 求该一次函数的解析式及点 A 的坐标;
- (2) 当 $x > 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = x + n$ 的值小于一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值且大于 -3 , 直接写出 n 的取值范围.

23. (本小题 8 分)

2024 年 1 月 3 日北京市生态环境局召开了“2023 年北京市空气质量”新闻发布会, 通报了 2023 年北京市空气质量状况: 北京 2023 年 $PM_{2.5}$ 年均浓度为 32 微克/立方米, $PM_{2.5}$ 最长连续优良天数为 192 天, “北京蓝”已成为常态. 下面对 2023 年北京市九个区 $PM_{2.5}$ 月均浓度的数据进行整理, 给出了部分信息:

a. 2023 年 9 月和 10 月北京市九个区 $PM_{2.5}$ 月均浓度的折线图:



b.2023年9月和10月北京

市九个区 $PM_{2.5}$ 月均浓度的平均数、中位数、众数:

$PM_{2.5}$ 月均浓度	平均数	中位数	众数
9月	29.6	m	n
10月	37.4	36	36

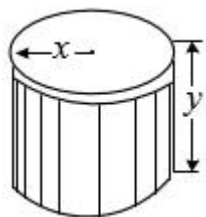
(1) 写出表中 m , n 的值;

(2) 2023年9月北京市九个区 $PM_{2.5}$ 月均浓度的方差为 S_1^2 , 2023年10月北京市九个区 $PM_{2.5}$ 月均浓度的方差为 S_2^2 , 则 $S_1^2 S_2^2$ (填 “>”, “=” 或 “<”);

(3) 2013年至2023年, 北京市空气优良级别达标天数显著增加, 2013年空气优良达标天数为176天, 2023年比2013年增幅达到约54%, 2023年达标天数约为天.

24. (本小题8分)

数学学习小组的同学共同探究体积为 $330mL$ 圆柱形有盖容器(如图所示)的设计方案. , 他们想探究容器表面积与底面半径的关系.



具体研究过程如下, 请补充完整:

(1) 建立模型: 设该容器的表面积为 $S cm^2$, 底面半径为 $x cm$, 高为 $y cm$, 则

$$330 = \pi x^2 y, \quad ①$$

$$S = 2\pi x^2 + 2\pi xy, \quad ②$$

由①式得 $y = \frac{330}{\pi x^2}$, 代入②式得

$$S = 2\pi x^2 + \frac{660}{x}. \quad \textcircled{3}$$

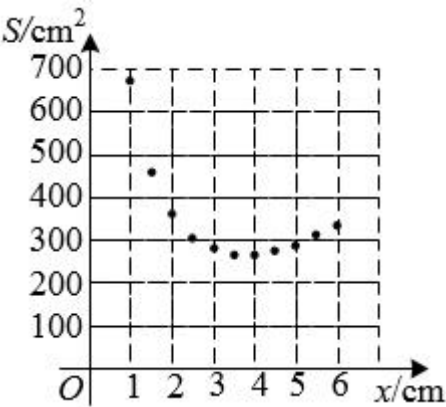
可知， S 是 x 的函数，自变量 x 的取值范围是 $x > 0$.

(2) 探究函数：

根据函数解析式③，按照下表中自变量 x 的值计算（精确到个位），得到了 S 与 x 的几组对应值：

x/cm	...	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	...
S/cm^2	...	666	454	355	303	277	266	266	274	289	310	336	...

在下面平面直角坐标系中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点．根据描出的点，画出该函数的图象：



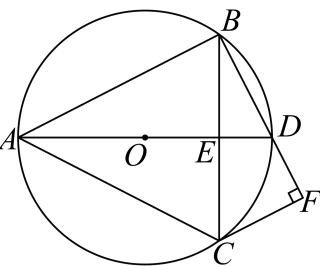
(3) 解决问题：根据图表回答，

①半径为 2.4cm 的圆柱形容器比半径为 4.4cm 的圆柱形容器表面积_____。(填“大”或“小”)；

②若容器的表面积为 300cm^2 ，容器底面半径约为_____ cm (精确到 0.1) .

25. (本小题 8 分)

如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\odot O$ 的直径 AD 交 BC 于点 E ，点 D 为 $\widehat{BC}$ 的中点，连接 BD .



(1) 求证： $\angle DBC = \angle BAD$ ；

(2) 过点 C 作 $CF \perp BD$ ，交 BD 的延长线于点 F ，若 $\cos \angle DBC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $DF = 3$ ，求 AC 的长.

26. (本小题 8 分)

已知抛物线 $y = -x^2 + 2tx$ ，若点 $P(-1, y_1)$ ， $Q\left(\frac{t}{2}, y_2\right)$ ， $M(m, y_3)$ 在抛物线上.

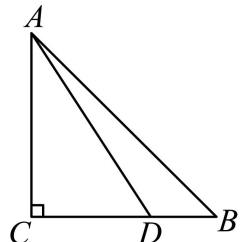
(1) 该抛物线的对称轴为_____ (用含 t 的式子表示)；

(2) 若当 $m = 2$ 时, $y_3 = 0$, 则 t 的值为_____;

(3) 若对于 $2 \leq m \leq 3$ 时, 都有 $y_1 < y_3 < y_2$, 求 t 的取值范围.

27. (本小题 8 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在 BC 边上 (不与点 B , C 重合), 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 90° , 得到线段 AE , 连接 DE .



(1) 根据题意补全图形, 并证明: $\angle EAC = \angle ADC$;

(2) 过点 C 作 AB 的平行线, 交 DE 于点 F , 用等式表示线段 EF 与 DF 之间的数量关系, 并证明.

28. (本小题 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 2. 对于直线 l 和线段 BC , 给出如下定义: 若将线段 BC 关于直线 l 对称, 可以得到 $\odot O$ 的弦 $B'C'$ (B' , C' 分别是 B , C 的对应点), 则称线段 BC 是以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”. 例如, 图 1 中线段 BC 是以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”.

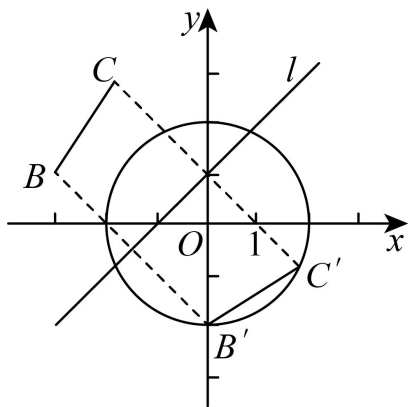


图 1

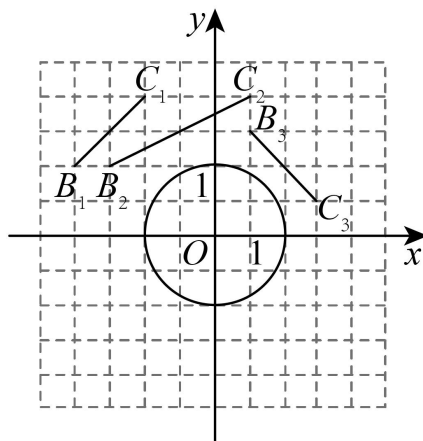


图 2

(1) 如图 2, 点 B_1 , C_1 , B_2 , C_2 , B_3 , C_3 的横、纵坐标都是整数.

① 在线段 B_1C_1 , B_2C_2 , B_3C_3 中, 以直线 $l_1: y = x + 4$ 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”是;

② 在线段 B_1C_1 , B_2C_2 , B_3C_3 中, 存在以直线 $l_2: y = -x + b$ 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”, 求 b 的值;

(2) 已知直线 $l_3: y = -\sqrt{3}x + m$ ($m > 0$) 交 x 轴于点 A . 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $BC = 2$, 若线段 BC 是以直线 l_3 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”, 直接写出 m 的最大值与最小值, 以及相应的 AC 的长.

答案和解析

1. 【答案】A

【解析】解：主视图和左视图都是等腰三角形，那么此几何体为锥体，由俯视图为圆，可得此几何体为圆锥.

故选：A.

由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状.

主视图和左视图的大致轮廓为长方形的几何体为锥体.

2. 【答案】C

【解析】本题考查了科学记数法“将一个数表示成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，这种记数的方法叫做科学记数法”，熟记科学记数法的定义是解题关键. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 根据科学记数法的定义即可得.

【详解】解： $17500000 = 1.75 \times 10^7$ ，

故选：C.

3. 【答案】C

【解析】【分析】本题平行线的性质，垂直的定义. 根据平行线的性质得 $\angle ABE = \angle BAD = 28^\circ$ ，再根据垂直定义得 $\angle ABC = 90^\circ$ ，即可由 $\angle CBE = \angle ABC - \angle ABE$ 求解.

【详解】解： $\because AD \parallel BE$

$$\therefore \angle ABE = \angle BAD = 28^\circ$$

$$\because AB \perp BC$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBE = \angle ABC - \angle ABE = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

故选：C.

4. 【答案】C

【解析】本题考查了利用数轴比较数的大小；由 a 所在位置，得出 a 的取值范围，即可判断 A 、 B ，根据数轴得出 $-a$ 的取值范围，即可判断 C 、 D ，即可求解.

【详解】解：由数轴可知： $-3 < a < -2$ ，则 A 、 B 错误，不符合题意；

$\therefore 2 < -a < 3$ ，则： C 正确，符合题意， D 错误，不符合题意.

故选：C.

5.【答案】D

【解析】本题主要考查了多边形的外角和定理. 根据多边形的外角和是 360° 和这个多边形的每一个外角都等于 40° , 即可求得多边形的边数.

【详解】解: $\because$ 多边形的外角和是 360° , 这个多边形的每一个外角都等于 40° ,
 $\therefore$ 这个多边形的边数是 $360^\circ \div 40^\circ = 9$,
故选: D.

6.【答案】B

【解析】根据方程有两个相等的实数根, 判别式等于零, 进行求解即可.

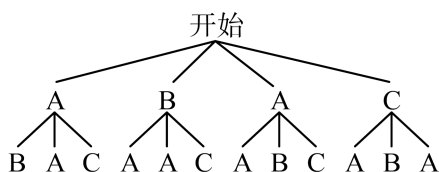
【详解】解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根,
 $\therefore b^2 - 4ac = 4 - 4m = 0$,
 $\therefore m = 1$.
故选 B.

7.【答案】A

【解析】【分析】此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件; 解题时要注意此题是放回实验还是不放回实验. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

画树状图, 共有 12 个等可能的结果, 抽取完两张卡片后, 恰有一张印有汉字“龍”的结果有 8 个, 再由概率公式求解即可.

【详解】解: 把“龍”“龙”“行”分别记为 A、B、C, 画树状图如图:



共有 12 个等可能的结果, 欢欢抽取完两张卡片后, 恰有一张印有汉字“龍”的结果有 8 个,

$\therefore$ 抽取完两张卡片后, 恰有一张印有汉字“龍”的概率为 $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

故答案为: A.

8.【答案】D

【解析】【分析】①根据等边三角形的性质得出 $AB = BC$, $\angle ABC = 60^\circ$, 根据旋转的性质得出 $BD = BP$, $\angle DBP = 60^\circ$, 即可求证; ②根据旋转的性质得出 $BD = BP$, $\angle DBP = 60^\circ$, 即可证明 $\triangle BDP$

是等边三角形；③根据等边三角形的性质得出 $\angle BDP = 60^\circ$ 根据全等三角形的性质得出 $\angle ADB = 150^\circ$ ，则 $\angle ADP = \angle ADB - \angle BDP = 90^\circ$ ，即可推出 $PA = PB + PC$ 。

【详解】解：① $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore AB = BC, \angle ABC = 60^\circ,$$

$\because BP$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BD ,

$$\therefore BD = BP, \angle DBP = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC - \angle ABP = \angle DBP - \angle ABP, \text{ 即 } \angle ABD = \angle CBP,$$

$$\because AB = BC, \angle ABD = \angle CBP, BD = BP,$$

$\therefore \triangle BPC \cong \triangle BDA$ ，故①正确，符合题意；

② $\because BP$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BD ,

$$\therefore BD = BP, \angle DBP = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BDP$ 是等边三角形，故②正确，符合题意；

③ $\because \triangle BDP$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BDP = 60^\circ$$

$$\because \triangle BPC \cong \triangle BDA, \angle BPC = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ADP = \angle ADB - \angle BDP = 90^\circ,$$

$\therefore PA = PB + PC$ ，故③正确，符合题意；

综上：正确的有①②③，

故选：D.

【点睛】本题考查了等边三角形的判定和性质，旋转的性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理，解题的关键的掌握旋转前后对应边相等；全等三角形的判定方法以及全等三角形对应角相等；等边三角形的判定方法以及等边三角形三个角都是 60° ；直角三角形两直角边平方和等于斜边平方。

9. 【答案】 $x \geq 1$

【解析】先根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可。

【详解】解： $\because \sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，

$$\therefore x - 1 \geq 0,$$

解得 $x \geq 1$ 。

故答案为： $x \geq 1$ 。

本题考查的是二次根式有意义的条件，即被开方数大于等于0.

10.【答案】 $a(a+2)(a-2)$

【解析】本题考查因式分解. 先提公因式 a ，再运用平方差公式分解即可.

【详解】解： $a^3 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a+2)(a-2)$.

故答案为： $a(a+2)(a-2)$.

11.【答案】 $x=1$

【解析】本题考查分式方程的解法. 根据题意先去分母，再解整式方程，最后检验即可.

【详解】解：去分母，得 $3x-1=2x$

解得 $x=1$

检验：经检验 $x=1$ 是原分式方程的解.

故答案为： $x=1$.

12.【答案】0

【解析】此题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，理解反比例函数图象上的点满足反比例函数的表达式是解决问题的关键. 将点 $A(a, 2)$ 和 $B(b, -2)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 之中得 $a = \frac{k}{2}$, $b = -\frac{k}{2}$, 由此可得 $a+b$ 的值.

【详解】解： $\because$ 函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(a, 2)$ 和 $B(b, -2)$,

$$\therefore 2 = \frac{k}{a}, \quad -2 = \frac{k}{b},$$

$$\therefore a = \frac{k}{2}, \quad b = -\frac{k}{2},$$

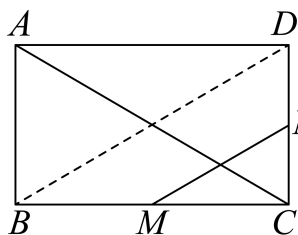
$$\therefore a + b = \frac{k}{2} + \left(-\frac{k}{2}\right) = 0.$$

故答案为：0.

13.【答案】 $\frac{1}{2}/0.5$

【解析】【分析】此题考查矩形的性质，三角形中位线定理. 连接 BD ，利用三角形中位线定理得出 $\frac{MN}{BD} = \frac{1}{2}$ ，进而利用矩形的性质解答即可.

【详解】解：连接 BD ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AC = BD,$$

$\because M, N$ 分别为 BC, CD 的中点,

$\therefore MN$ 是 $\triangle CDB$ 是中位线,

$$\therefore \frac{MN}{BD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{MN}{AC} = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

14. 【答案】 940

【解析】 本题主要考查了根据样本所占百分比估计总体频数, 用 2000 乘样本中高度不低于 300cm 的树苗的百分比, 即可求出结果.

【详解】 解: 该基地培育的 2000 棵 “无絮杨” 树苗中长势良好的有:

$$2000 \times \frac{36 + 11}{100} = 940(\text{棵}),$$

故答案为: 940.

15. 【答案】 80

【解析】 【分析】 本题考查了切线的性质, 圆周角定理, 直角三角形的性质, 熟练掌握圆周角定理是解题的关键. 先根据圆的切线垂直于经过切点的半径得到 $\angle ABD = 90^\circ$, 根据直角三角形两个锐角互余计算出 $\angle A = 40^\circ$, 然后根据圆周角定理即可求解.

【详解】 解: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, BD 为 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore AB \perp BD,$$

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\because \angle D = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 80^\circ.$$

故答案为: 80.

16. 【答案】 ②

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/878014031013007001>