北师版九年级数学上册

第二章 一元二次方程

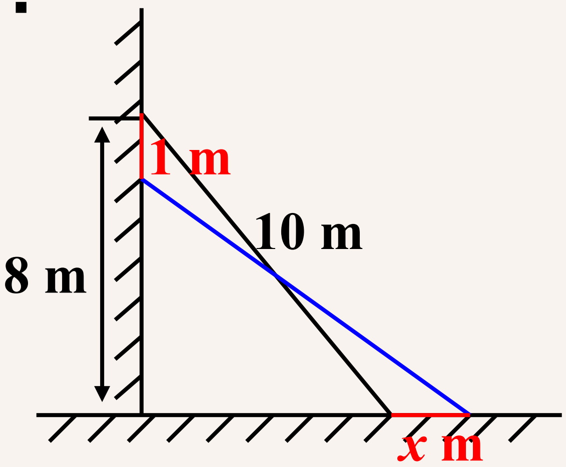
2 用配方法求解一元二次方程

第1课时 用配方法解简单的一元二次方程

326805 km^2

一 复习导入

在上一课中，梯子的底端滑动的距离 x 满足方程 $x^2+12x-15=0$. 我们已经求出了 x 的近似值，你能设法求出它的精确值吗？



二 新课探究

试一试 （1）你能解哪些特殊的一元二次方程?

$x^2=4$;　　解：根据平方根的意义，得 $x_1=2$，$x_2=-2$.

$x^2=0$;　　解：根据平方根的意义，得 $x_1=x_2=0$.

$x^2+1=0$.　　解：移项，得 $x^2=-1$.

∵ 负数没有平方根，

∴ 原方程无解.

一般的，对于可化为 $x^2=n$ 的方程①

（1）当 $n>0$ 时，根据平方根的意义，方程①有两个不相等的实数根 $x_1=\sqrt{n}$，$x_2=-\sqrt{n}$；

（2）当 $n=0$ 时，方程①有两个相等的实数根 $x_1=x_2=0$；

（3）当 $n<0$ 时，因为对任意实数 x，都有 $x^2\geq 0$，所以方程①无实数根.

利用平方根的定义直接开平方求一元二次方程的根的方法叫直接开平方法.

（2）你会解下列一元二次方程吗？你是怎么做的？

$x^2 = 5$

解：开平方，得

$x = \pm\sqrt{5}$

$x_1 = \sqrt{5}$

$x_2 = -\sqrt{5}$

$2x^2 + 3 = 5$

解：$2x^2 + 3 = 5$

移项，得 $2x^2 = 2$

$x^2 = 1$

$x_1 = 1$

$x_2 = -1$

$x^2+2x+1=5$,

解：在解方程①时，由方程 $x^2=25$ 得 $x=\pm5$.

由此想到：$\boxed{(x+1)^2}=5$，

看成是一个整体，可以用直接开平方法求解.

得 $x+1=\pm\sqrt{5}$，

$\therefore x+1=\sqrt{5}$ 或 $x+1=-\sqrt{5}$.

于是，原方程的两个根为

$\therefore\ x_1=-1+\sqrt{5}$，$x_2=-1-\sqrt{5}$.

- 实质上是把一个一元二次方程"降次"，转化为两个一元一次方程.

$(x+6)^2+7^2=10^2.$

解析：先将 7^2 移到方程的右边，再同第 1 小题一样地解.

解：移项，得 $(x+6)^2=51.$

两边开平方，得 $x+6=\pm\sqrt{51},$

即 $x+6=\sqrt{51}$ 或 $x+6=-\sqrt{51}.$

所以 $x_1=\sqrt{51}-6$，$x_2=-\sqrt{51}-6.$

（3）你能解方程 $x^2+12x-15=0$ 吗？你遇到的困难是什么？

你能设法将这个方程转化成上面的形式吗？与同伴进行交流.

$x^2+12x-15=0$

移项，得 $x^2+12x=15$

两边都加 6^2，得 $x^2+12x+6^2=15+6^2$

即 $(x+6)^2=51$

两边开平方，得 $x+6=\pm\sqrt{51}$

$x_1=-6+\sqrt{51}$ $x_2=-6-\sqrt{51}$

解一元二次方程的基本思路是什么？

$x^2+12x-15=0 \longrightarrow (x+6)^2=51$

解一元二次方程的思路是将方程转化为 $(x+m)^2=n$ 的形式.

一元二次方程 $\xrightarrow{\text{转化}}$ (代数式)^2=常数 $\xrightarrow{\text{开平方}}$ 一元一次方程

降次

做一做　填上适当的数，使下列等式成立：

$$x^2+12x+\underline{\quad 6^2 \quad}=(x+6)^2$$

$$x^2-4x+\underline{\quad 2^2 \quad}=(x-\underline{\ 2\ })^2$$

$$x^2+8x+\underline{\quad 4^2 \quad}=(x+\underline{\ 4\ })^2$$

上面等式的左边常数项和一次项系数有什么关系？

一次项系数一半的平方。

配方的方法

二次项系数为 1 的完全平方式：

常数项等于一次项系数一半的平方.

填一填： $x^2 + px + (\underline{\quad \frac{p}{2} \quad})^2 = (x + \underline{\quad \frac{p}{2} \quad})^2$

例1 解方程：$x^2+8x-9=0.$

解: 可以把常数项移到方程的右边，得

$$x^2+8x=9.$$

两边都加上一次项系数 8 的一半的平方，得

$$x^2+8x+4^2=9+4^2,$$

$$(x+4)^2=25.$$

两边开平方，得 $x+4=\pm5,$

即 $x+4=5$，或 $x+4=-5.$

所以 $x_1=1$，$x_2=-9.$

配方法的定义

$x^2+12x-15=0 \longrightarrow (x+6)^2=51$

$x^2+8x-9=0 \longrightarrow (x+4)^2=25$

- 通过配成完全平方式的方法得到一元二次方程的根，这种解一元二次方程的方法称为**配方法**.

配方法解方程的基本思路

- 把一元二次方程化为 $(x+m)^2=n$ 的形式，通过开平方将方程降次，转化为一元一次方程求解.