

2023-2024 学年广西贺州市平桂区高级中学人教 A 版高中数学试题高三二轮函数的图 象与性质测试

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $a = \sqrt{3}, b = 1, B = 30^\circ$ ，则 A 为()

- A. 60° B. 120° C. 60° 或 150° D. 60° 或 120°

2. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ ， $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ，则 $f(x)$ 的极大值点为()

- A. $-\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$

3. 已知六棱锥 $P-ABCDEF$ 各顶点都在同一个球（记为球 O ）的球面上，且底面 $ABCDEF$ 为正六边形，顶点 P 在底面上的射影是正六边形 $ABCDEF$ 的中心 G ，若 $PA = \sqrt{6}$ ， $AB = \sqrt{2}$ ，则球 O 的表面积为()

- A. $\frac{16\pi}{3}$ B. $\frac{9\pi}{4}$ C. 6π D. 9π

4. 已知 $(2 - mx)(1 - \frac{1}{x})^3$ 的展开式中的常数项为 8，则实数 $m =$ ()

- A. 2 B. -2 C. -3 D. 3

5. 在明代程大位所著的《算法统宗》中有这样一首歌谣，“放牧人粗心大意，三畜偷偷吃苗青，苗主扣住牛马羊，要求赔偿五斗粮，三畜户主愿赔偿，牛马羊吃得异样。马吃了牛的一半，羊吃了马的一半。”请问各畜赔多少？它的大意是放牧人放牧时粗心大意，牛、马、羊偷吃青苗，青苗主人扣住牛、马、羊向其主人要求赔偿五斗粮食（1 斗=10 升），三畜的主人同意赔偿，但牛、马、羊吃的青苗量各不相同。马吃的青苗是牛的一半，羊吃的青苗是马的一半。问羊、马、牛的主人应该分别向青苗主人赔偿多少升粮食？()

- A. $\frac{25}{7}, \frac{50}{7}, \frac{100}{7}$ B. $\frac{25}{14}, \frac{25}{7}, \frac{50}{7}$ C. $\frac{100}{7}, \frac{200}{7}, \frac{400}{7}$ D. $\frac{50}{7}, \frac{100}{7}, \frac{200}{7}$

6. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 $F_1(-c, 0)$ ， $F_2(c, 0)$ ，以线段 F_1F_2 为直径的圆与双曲线在第二象限的交点为 P ，若直线 PF_2 与圆 $E: \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{b^2}{16}$ 相切，则双曲线的渐近线方程是()

- A. $y = \pm x$ B. $y = \pm 2x$ C. $y = \pm \sqrt{3}x$ D. $y = \pm \sqrt{2}x$

7. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 平面 α 与此正方体相交. 对于实数 d ($0 < d < \sqrt{3}$), 如果正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的八个顶点中恰好有 m 个点到平面 α 的距离等于 d , 那么下列结论中, 一定正确的是

- A. $m \neq 6$ B. $m \neq 5$
C. $m \neq 4$ D. $m \neq 3$

8. 已知命题 p : 任意 $x \geq 4$, 都有 $\log_2 x \geq 2$; 命题 q : $a > b$, 则有 $a^2 > b^2$. 则下列命题为真命题的是 ()

- A. $p \wedge q$ B. $p \wedge (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \vee q$

9. 《周易》是我国古代典籍, 用“卦”描述了天地世间万象变化. 如图是一个八卦图, 包含乾、坤、震、巽、坎、离、艮、兑八卦 (每一卦由三个爻组成, 其中“——”表示一个阳爻, “- - -”表示一个阴爻). 若从含有两个及以上阳爻的卦中任取两卦, 这两卦的六个爻中都恰有两个阳爻的概率为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

10. 等比数列 $\{a_n\}$, 若 $a_3 = 4, a_{15} = 9$ 则 $a_9 =$ ()

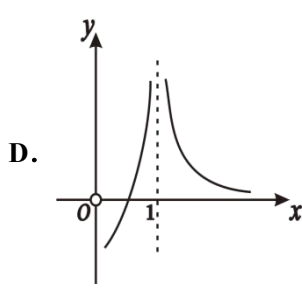
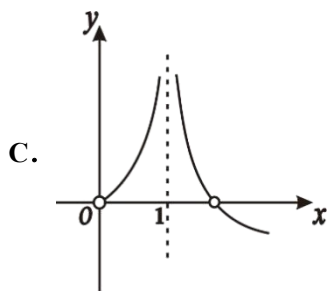
- A. ± 6 B. 6 C. -6 D. $\frac{13}{2}$

11. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 4\}, B = \{(x, y) | y = 2^x\}$, 则 $A \cap B$ 元素个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

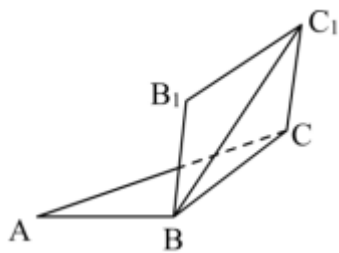
12. 函数 $f(x) = \frac{1}{x - \ln x - 1}$ 的图象大致是 ()





二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图所示，平面 $BCC_1B_1 \perp$ 平面 ABC ， $\angle ABC = 120^\circ$ ，四边形 BCC_1B_1 为正方形，且 $AB = BC = 2$ ，则异面直线 BC_1 与 AC 所成角的余弦值为_____.



14. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2$ ， $B = \frac{\pi}{4}$ ， $C = \frac{\pi}{6}$ ，点 P 是边 BC 的中点，则 $AC =$ _____， $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BC} =$ _____.

15. 过动点 M 作圆 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$ 的切线 MN ，其中 N 为切点，若 $|MN| = |MO|$ (O 为坐标原点)，则 $|MN|$ 的最小值是_____.

16. 已知 α 是第二象限角，且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $\tan(\alpha + \beta) = -2$ ，则 $\tan \beta =$ _____.

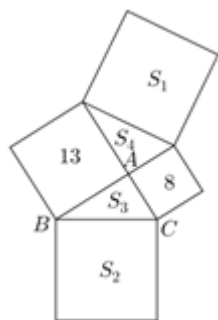
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $\sqrt{3}a = b(\sin C + \sqrt{3}\cos C)$.

(1) 求角 B 的大小；

(2) 若 $A = \frac{\pi}{3}$ ， D 为 $\triangle ABC$ 外一点， $DB = 2, CD = 1$ ，求四边形 $ABDC$ 面积的最大值.

18. (12 分) 某市计划在一片空地上建一个集购物、餐饮、娱乐为一体的大型综合园区，如图，已知两个购物广场的占地都呈正方形，它们的面积分别为 13 公顷和 8 公顷；美食城和欢乐大世界的占地也都呈正方形，分别记它们的面积为 S_1 公顷和 S_2 公顷；由购物广场、美食城和欢乐大世界围成的两块公共绿地都呈三角形，分别记它们的面积为 S_3 公顷和 S_4 公顷.



(1) 设 $\angle BAC = \theta$ ，用关于 θ 的函数 $S(\theta)$ 表示 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ ，并求 $S(\theta)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上的最大值的近似值（精确到 0.001 公顷）；

(2) 如果 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 52$ ，并且 $S_1 < S_2$ ，试分别求出 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 的值.

19. (12 分) 设函数 $f(x) = ax - (a+1)\ln(x+1)$.

(1) $a=1$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 当 $a > 0$ 时，设 $f(x)$ 的最小值为 $g(a)$ ，若 $g(a) < t$ 恒成立，求实数 t 的取值范围.

20. (12 分) 已知 $f(x) = |2x+5| - \left|x - \frac{1}{2}\right|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集；

(2) 记 $f(x)$ 的最小值为 m ，且正实数 a, b 满足 $\frac{4}{a-mb} + \frac{4}{b-ma} = a+b$. 证明： $a+b \leq 2$.

21. (12 分) 新高考，取消文理科，实行“3+3”，成绩由语文、数学、外语统一高考成绩和自主选考的 3 门普通高中学业水平考试等级性考试科目成绩构成. 为了解各年龄层对新高考的了解情况，随机调查 50 人（把年龄在 $[15, 45)$ 称为中青年，年龄在 $[45, 75)$ 称为中老年），并把调查结果制成下表：

年龄（岁）	$[15, 25)$	$[25, 35)$	$[35, 45)$	$[45, 55)$	$[55, 65)$	$[65, 75)$
频数	5	15	10	10	5	5
了解	4	12	6	5	2	1

(1) 分别估计中青年和中老年对新高考了解的概率；

(2) 请根据上表完成下面 2×2 列联表，是否有 95% 的把握判断对新高考的了解与年龄（中青年、中老年）有关？

	了解新高考	不了解新高考	总计

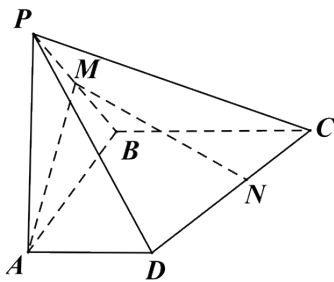
中青年			
中老年			
总计			

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

(3) 若从年龄在 $[55,65)$ 的被调查者中随机选取3人进行调查，记选中的3人中了解新高考的人数为 X ，求 X 的分布列以及 $E(X)$.

22. (10分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AD = 1$ ， $PA = AB = BC = 2$ ， M 是棱 PB 中点.



- (1) 已知点 E 在棱 BC 上，且平面 $AME \parallel$ 平面 PCD ，试确定点 E 的位置并说明理由；
- (2) 设点 N 是线段 CD 上的动点，当点 N 在何处时，直线 MN 与平面 PAB 所成角最大？并求最大角的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

由正弦定理可求得 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，再由角 A 的范围可求得角 A 。

【详解】

由正弦定理可知 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，所以 $\frac{\sqrt{3}}{\sin A} = \frac{1}{\sin 30^\circ}$ ，解得 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，又 $0^\circ < A < 180^\circ$ ，且 $a > b$ ，所以 $A = 60^\circ$ 或 120° 。

故选：D。

【点睛】

本题主要考查正弦定理，注意角的范围，是否有两解的情况，属于基础题。

2、A

【解析】

求出函数的导函数，令导数为零，根据函数单调性，求得极大值点即可。

【详解】

因为 $f(x) = \frac{1}{2}x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{1}{2}x - \sin x$ ，

故可得 $f'(x) = -\cos x + \frac{1}{2}$ ，

令 $f'(x) = 0$ ，因为 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ，

故可得 $x = -\frac{\pi}{3}$ 或 $x = \frac{\pi}{3}$ ，

则 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}\right)$ 单调递增，

在 $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ 单调递减，在 $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增，

故 $f(x)$ 的极大值点为 $-\frac{\pi}{3}$ 。

故选：A。

【点睛】

本题考查利用导数求函数的极值点，属基础题。

3、D

【解析】

由题意，得出六棱锥 $P-ABCDEF$ 为正六棱锥，求得 $PG = \sqrt{PA^2 - AG^2} = 2$ ，再结合球的性质，求得球的半径

$R = \frac{3}{2}$ ，利用表面积公式，即可求解.

【详解】

由题意，六棱锥 $P-ABCDEF$ 底面 $ABCDEF$ 为正六边形，顶点 P 在底面上的射影是正六边形 $ABCDEF$ 的中心 G ，可得此六棱锥为正六棱锥，

又由 $AB = \sqrt{2}$ ，所以 $AG = \sqrt{2}$ ，

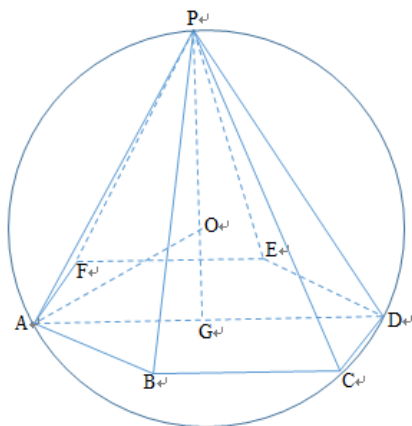
在直角 $\triangle PAG$ 中，因为 $PA = \sqrt{6}$ ，所以 $PG = \sqrt{PA^2 - AG^2} = 2$ ，

设外接球的半径为 R ，

在 $\triangle AOG$ 中，可得 $AO^2 = AG^2 + OG^2$ ，即 $R^2 = (2-R)^2 + (\sqrt{2})^2$ ，解得 $R = \frac{3}{2}$ ，

所以外接球的表面积为 $S = 4\pi R^2 = 9\pi$.

故选:D.



【点睛】

本题主要考查了正棱锥的几何结构特征，以及外接球的表面积的计算，其中解答中熟记几何体的结构特征，熟练应用球的性质求得球的半径是解答的关键，着重考查了空间想象能力，以及推理与计算能力，属于中档试题.

4、A

【解析】

先求 $(1 - \frac{1}{x})^3$ 的展开式，再分类分析 $(2 - mx)$ 中用哪一项与 $(1 - \frac{1}{x})^3$ 相乘，将所有结果为常数的相加，即为 $(2 - mx)(1 - \frac{1}{x})^3$ 展开式的常数项，从而求出 m 的值.

【详解】

$(1 - \frac{1}{x})^3$ 展开式的通项为 $T_{r+1} = C_3^r \cdot 1^{3-r} \cdot (-\frac{1}{x})^r = C_3^r \cdot (-1)^r x^{-r}$ ，

当 $(2 - mx)$ 取 2 时, 常数项为 $2 \times C_3^0 = 2$,

当 $(2 - mx)$ 取 $-mx$ 时, 常数项为 $-m \times C_3^1 \times (-1)^1 = 3m$

由题知 $2 + 3m = 8$, 则 $m = 2$.

故选: A.

【点睛】

本题考查了两个二项式乘积的展开式中的系数问题, 其中对 $(2 - mx)$ 所取的项要进行分类讨论, 属于基础题.

5、D

【解析】

设羊户赔粮 a_1 升, 马户赔粮 a_2 升, 牛户赔粮 a_3 升, 易知 a_1, a_2, a_3 成等比数列, $q = 2, a_1 + a_2 + a_3 = 50$, 结合等比数列的性质可求出答案.

【详解】

设羊户赔粮 a_1 升, 马户赔粮 a_2 升, 牛户赔粮 a_3 升, 则 a_1, a_2, a_3 成等比数列, 且公比 $q = 2, a_1 + a_2 + a_3 = 50$, 则

$$a_1(1 + q + q^2) = 50, \text{ 故 } a_1 = \frac{50}{1 + 2 + 2^2} = \frac{50}{7}, a_2 = 2a_1 = \frac{100}{7}, a_3 = 2^2 a_1 = \frac{200}{7}.$$

故选: D.

【点睛】

本题考查数列与数学文化, 考查了等比数列的性质, 考查了学生的运算求解能力, 属于基础题.

6、B

【解析】

先设直线 PF_2 与圆 $E: \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{b^2}{16}$ 相切于点 M , 根据题意, 得到 $EM \parallel PF_1$, 再由 $\frac{F_2E}{F_2F_1} = \frac{1}{4}$, 根据勾股定理

求出 $b = 2a$, 从而可得渐近线方程.

【详解】

设直线 PF_2 与圆 $E: \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{b^2}{16}$ 相切于点 M ,

因为 $\triangle PF_1F_2$ 是以圆 O 的直径 F_1F_2 为斜边的圆内接三角形, 所以 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$,

又因为圆 E 与直线 PF_2 的切点为 M , 所以 $EM \parallel PF_1$,

$$\text{又 } \frac{F_2E}{F_2F_1} = \frac{1}{4}, \text{ 所以 } |PF_1| = 4 \cdot \frac{b}{4} = b,$$

因此 $|PF_2| = 2a + b$,

因此有 $b^2 + (2a + b)^2 = 4c^2$,

所以 $b = 2a$, 因此渐近线的方程为 $y = \pm 2x$.

故选 B

【点睛】

本题主要考查双曲线的渐近线方程, 熟记双曲线的简单性质即可, 属于常考题型.

7、B

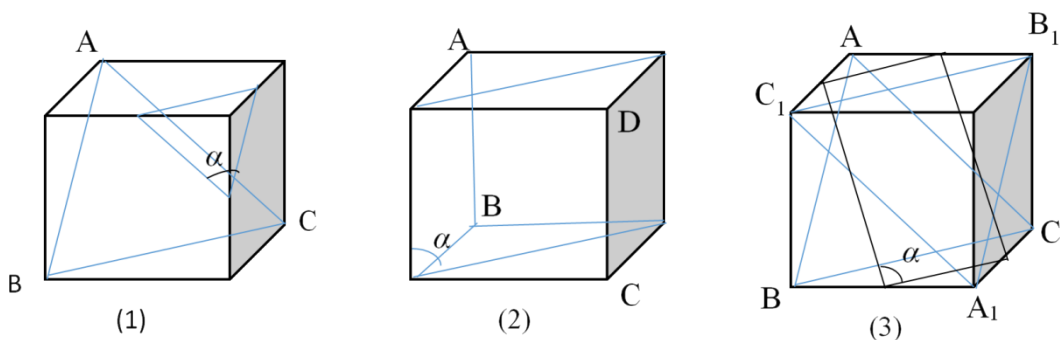
【解析】

此题画出正方体模型即可快速判断 m 的取值.

【详解】

如图 (1) 恰好有 3 个点到平面 α 的距离为 d ; 如图 (2) 恰好有 4 个点到平面 α 的距离为 d ; 如图 (3) 恰好有 6 个点到平面 α 的距离为 d .

所以本题答案为 B.



【点睛】

本题以空间几何体为载体考查点, 面的位置关系, 考查空间想象能力, 考查了学生灵活应用知识分析解决问题的能力
和知识方法的迁移能力, 属于难题.

8、B

【解析】

先分别判断命题 p, q 真假, 再由复合命题的真假性, 即可得出结论.

【详解】

p 为真命题; 命题 q 是假命题, 比如当 $0 > a > b$,

或 $a=1, b=-2$ 时, 则 $a^2 > b^2$ 不成立.

则 $p \wedge q, (\neg p) \wedge (\neg q), (\neg p) \vee q$ 均为假.

故选: B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/878055063030006134>