

山东省德州市武城县第二中学 2024-2025 学年高二上学期开

学考试数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 若复数 $z=1+i-2i^3$, 则 $|z|$ = ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{3}$

2. 设 $x \in \mathbf{R}$, 向量 $\vec{a}=(x,1), \vec{b}=(2,-4)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{a}+\vec{b}|$ = ()

- A. 3 B. 5 C. 9 D. 25

3. 某校在五四青年节举行了班班有歌声比赛.现从该校随机抽取 20 个班级的比赛成绩,得到以下数据,由此可得这 20 个比赛成绩的第 80 百分位数是 ()

比赛成绩	6	7	8	9	10
班级数	3	5	4	4	4

- A. 8.5 B. 9 C. 9.5 D. 10

4. 设 m,n 是两条不同的直线, α,β 是两个不同的平面, 则下列命题中正确的是 ()

A. 若 $\alpha \perp \beta, m \parallel \alpha$, 则 $m \perp \beta$

B. 若 $m \parallel \alpha, n \perp \alpha$, 则 $m \perp n$

C. 若 $m \perp n, n \perp \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$

D. 若 $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha, m \parallel n$, 则 $n \parallel \beta$

5. 已知一个圆台的上底面半径为 1, 下底面半径为 4, 高为 4, 则该圆台的体积为 ()

- A. 9π B. 24π C. 28π D. 84π

6. 一个不透明的盒子中装有大小、材质均相同的四个球, 其中有两个红球和两个黄球, 现从盒子中一次性随机摸取两个球, 则这两球不同色的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

7. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$, 若 $\overrightarrow{EF} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AD} (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$,

则 $\frac{\lambda}{\mu} = (\quad)$

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

8. 在三角形 ABC 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $c + c \cos A = \sqrt{3}a \sin C$,

$a = 3$, $b + c = 3\sqrt{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 $(\quad)$

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

二、多选题

9. 已知 $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 则下列正确的是 $(\quad)$

- A. $|z| = 1$ B. $\bar{z}$ 在复平面内所对应的点在第二象限

- C. $z^2 + z + 1 = 0$ D. $z^{2004} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $a \cos B + b \sin A = c$,

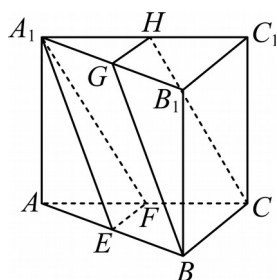
$a = 2\sqrt{10}$, $a^2 + b^2 - c^2 = ab \sin C$, 则 $(\quad)$

- A. $\tan C = 2$ B. $A = \frac{\pi}{3}$
- C. $b = 6\sqrt{2}$ D. $\triangle ABC$ 的面积为 $12\sqrt{2}$

11. 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 已知点 G, H 分别在 A_1B_1, A_1C_1 上, 且 GH 经过

$\triangle A_1B_1C_1$ 的重心, 点 E, F 分别是 AB, AC 的中点, 且平面 $A_1EF \parallel$ 平面 $BCHG$, 下列结

论正确的是 ()



A. $EF \parallel GH$

B. $GH \parallel$ 平面 A_1EF

C. $\frac{GH}{EF} = \frac{4}{3}$

D. 平面 $A_1EF \parallel$ 平面 BCC_1B_1

三、填空题

12. 已知事件 A 和 B 互斥, 且 $P(A \cup B) = 0.8$, $P(\bar{B}) = 0.6$, 则 $P(A) =$ ____.

13. 已知在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $A = 60^\circ, b = 3c, a = 2\sqrt{7}$, 则

$\triangle ABC$ 的面积为 ____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, AC = 2, \angle BAC = 120^\circ, \overrightarrow{BM} = \lambda \overrightarrow{BC}, N$ 为 AC 中点, 若 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NB} = -\frac{1}{6}$,

则实数 λ 的值为 ____.

四、解答题

15. 已知 X, Y 两组各有 5 位病人, 他们服用某种药物后的康复时间 (单位: 天) 记录如下:

X 组: 10, 11, 12, 13, 14,

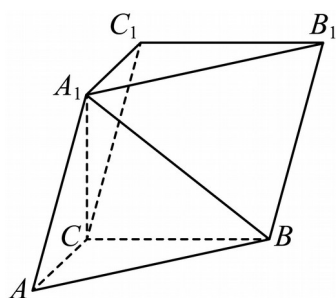
Y 组: 12, 13, 15, 14, a .

假设所有病人的康复时间相互独立, 从 X, Y 两组随机各选 1 人, X 组选出的人记为甲, Y 组选出的人记为乙.

(1) 如果 $a=8$, 求甲的康复时间比乙的康复时间长的概率;

(2) 如果 $a=16$, 事件 M : “甲康复时间为 11 天”, 事件 N : “甲乙康复时间之和为 25 天”, 事件 M, N 是否相互独立?

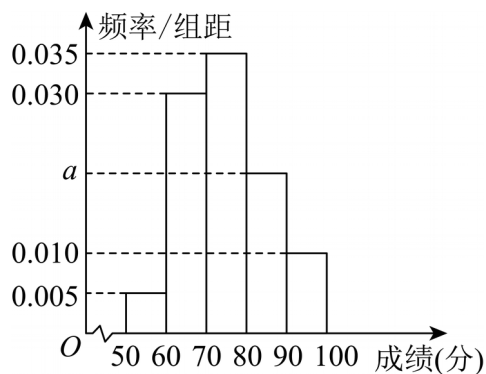
16. 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $A_1C \perp$ 平面 ABC , $\angle ACB = 90^\circ$.



(1) 证明: 平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 BB_1C_1C ;

(2) 设 $AB = A_1B$, $AA_1 = 2$, 求四棱锥 $A_1-BB_1C_1C$ 的高.

17. 某中学高一年级举行了一次数学竞赛, 从中随机抽取了一批学生的成绩, 经统计, 这批学生的成绩全部介于 50 至 100 之间, 将数据按照 $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$ 的分组作出频率分布直方图如图所示.



(1)求频率分布直方图中 a 的值，并估计本次竞赛成绩的中位数和平均数；

(2)若按照分层随机抽样从成绩在 $[80,90)$, $[90,100]$ 的两组中抽取 6 人，再从这 6 人中随机抽取 2 人，求至少有 1 人的成绩在 $[90,100]$ 内的概率.

18. 在① $\frac{b+c}{\sin B + \sin C} = 4$ ，② $\triangle ABC$ 外接圆面积为 4π ，这两个条件中任选一个，补充在下面横线上，并作答.

面横线上，并作答.

在锐角 $\triangle ABC$ 中， A ， B ， C 的对边分别为 a ， b ， c ，若 $a \sin C = 2 \sin A$ ，且_____.

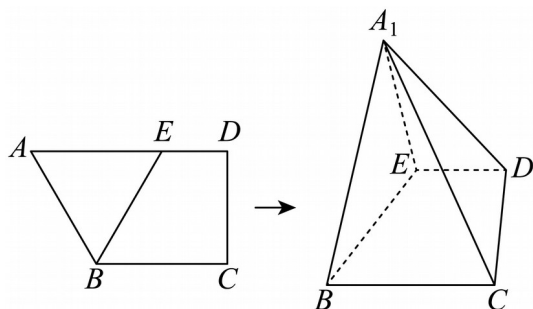
(1)求 C ；

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $16 - 8\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长.

19. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $BC \parallel AD$ ， $AD \perp CD$ ， $BC = 2$ ， $AD = 3$ ， $CD = \sqrt{3}$ ，边

AD 上一点 E 满足 $DE = 1$ ，现将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起到 $\triangle A_1BE$ 的位置，使平面 $A_1BE \perp$ 平面

$BCDE$ ，如图所示.



(1)在棱 A_1C 上是否存在点 F ，使直线 $DF \parallel$ 平面 A_1BE ，若存在，求出 $\frac{A_1F}{A_1C}$ ，若不存在，请

说明理由；

(2)求二面角 A_1-BC-D 的平面角的正切值.

参考答案:

1. C

【分析】整理可得 $z=1+3i$ ，结合复数的模长公式运算求解.

【详解】由题意可得： $z=1+i-2i^3=1+i+2i=1+3i$ ，

所以 $|z|=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

故选：C.

2. B

【分析】根据向量垂直得到方程，求出 $x=2$ ，进而得到 $\vec{a}+\vec{b}=(4,-3)$ ，求出模长.

【详解】由题意得 $\vec{a}\cdot\vec{b}=(x,1)\cdot(2,-4)=2x-4=0$ ，解得 $x=2$ ，

故 $\vec{a}+\vec{b}=(2,1)+(2,-4)=(4,-3)$ ，

所以 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$.

故选：B

3. C

【分析】根据百分位数的定义和求解步骤直接计算求解即可.

【详解】因为 $80\%\times 20=16$ ，

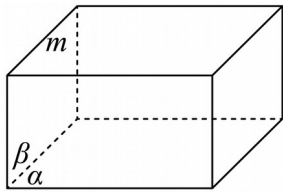
所以由表格数据可知这 20 个比赛成绩的第 80 百分位数是 $\frac{9+10}{2}=9.5$.

故选：C.

4. B

【分析】运用线面垂直平行的定理，结合长方体模型举反例即可判断.

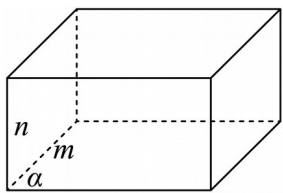
【详解】对于 A，如图， $\alpha\perp\beta, m\parallel\alpha$ ，此时 $m\subset\beta$ ，故 A 错误；



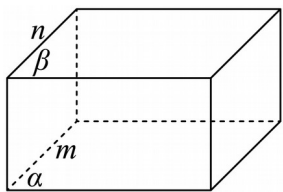
对于 B，若 $m \parallel \alpha$ ， α 面内可以找一条直线 c ，使得 $m \parallel c$ ；

而 $n \perp \alpha$ ， n 与 α 内任意一条直线 c 都垂直，则 $n \perp c$ ，则 $m \perp n$ ，故 B 正确；

对于 C，如图， $m \perp n, n \perp \alpha$ ，此时 $m \subset \alpha$ ，故 C 错误；



对于 D，如图， $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha, m \parallel n$ ，此时 $n \subset \beta$ ，故 D 错误。



故选：B.

5. C

【分析】根据圆台的体积公式计算得出结果

【详解】该圆台的体积 $V = \frac{1}{3} \times (1^2 + \sqrt{1 \times 4^2} + 4^2) \times 28\pi$.

故选：C.

6. D

【分析】借助列举法，找出所有情况及符合要求的情况后计算即可得.

【详解】将两个红球编号为 1，2，两个黄球编号为 3，4，

一次性随机摸取两个球的情况有 (1,2)，(1,3)，(1,4)，(2,3)，(2,4)，(3,4)，共 6 种，

其中两球不同色的情况有 (1,3)，(1,4)，(2,3)，(2,4)，共 4 种，

故两球不同色的概率为 $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故选：D.

7. D

【分析】根据向量的加减运算及数乘运算可得 $\overrightarrow{EF} = \frac{8}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ，从而得解.

【详解】 $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ，

$\therefore \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + 2(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE})$ ，

$\therefore \overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ，

$\therefore \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{8}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ，

$\therefore \overrightarrow{EF} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AD}$ ，

$\therefore \lambda = \frac{8}{3}$ ， $\mu = \frac{1}{3}$ ， $\therefore \frac{\lambda}{\mu} = 8$ 。

故选：D.

8. B

【分析】由正弦定理和辅助角公式得到 $A = \frac{\pi}{3}$ ，结合余弦定理得到 $bc = 3$ ，利用三角形面积

公式求出答案.

【详解】 $c + c \cos A = \sqrt{3}a \sin C$ ，由正弦定理得 $\sin C + \sin C \cos A = \sqrt{3} \sin A \sin C$ ，

因为 $C \in (0, \pi)$ ，所以 $\sin C \neq 0$ ，

故 $1 + \cos A = \sqrt{3} \sin A$ ，即 $2 \sin\left(A - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ ，故 $\sin\left(A - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ ，

因为 $A \in (0, \pi)$, 所以 $A - \frac{\pi\pi}{6} \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$,

故 $A - \frac{\pi\pi}{6} = -\frac{\pi}{6}$, 解得 $A = \frac{\pi}{3}$,

由余弦定理得 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, 即 $\frac{(b+c)^2 - 2bc - a^2}{2bc} = \frac{1}{2}$,

因为 $a=3$, $b+c=3\sqrt{2}$, 所以 $\frac{18-2bc-9}{2bc} = \frac{1}{2}$, 解得 $bc=3$,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

故选: B

9. AC

【分析】利用复数乘方运算, 结合复数模、共轭复数的意义及复数的几何意义判断即可.

【详解】对于 A, $|z| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$, A 正确;

对于 B, $\bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 在复平面内对应的点 $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 在第三象限, B 错误;

对于 C, $z^2 + z + 1 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + 1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 0$, C 正确;

对于 D, 由选项 C 知, $z^2 + z + 1 = 0$, 则 $(z-1)(z^2 + z + 1) = 0$, 即 $z^3 = 1$, 因此

$z^{2004} = (z^3)^{668} = 1$, D 错误.

故选: AC

10. AC

【分析】根据 $a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C = ab \sin C$ 及余弦定理可判断 A; 根据 $a \cos B + b \sin A = c$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/878062040131006121>