

一、解答题

1. 如图1, 在平面直角坐标系中, $A(a,0), C(b,2)$, 且满足 $(a+2)^2 + |b-2| = 0$, 过 C 作 $CB \perp x$ 轴于 B .

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(2) 若过 B 作 $BD \parallel AC$ 交 y 轴于 D , 且 AE, DE 分别平分 $\angle CAB, \angle ODB$, 如图2, 求 $\angle AED$ 的度数.

(3) 在 y 轴上存在点 P 使得 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACP$ 的面积相等, 请直接写出 P 点坐标.

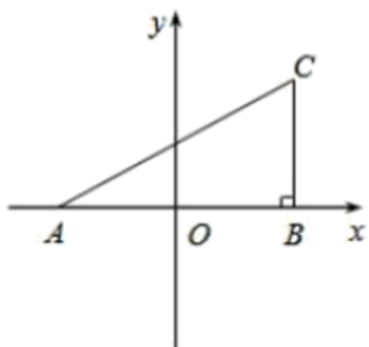


图 1

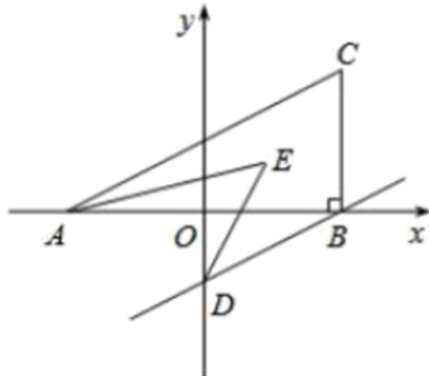
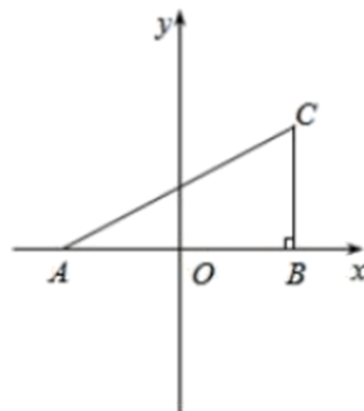


图 2



备用图

解析: (1) 4; (2) 45° ; (2) $P(0,3)$ 或 $(0,-1)$.

【分析】

(1) 根据非负数的性质易得 $a = -2$, $b = 2$, 然后根据三角形面积公式计算;

(2) 过 E 作 $EF \parallel AC$, 根据平行线性质的得 $BD \parallel AC \parallel EF$, 且 $\angle 3 = \frac{1}{2} \angle CAB = \angle 1$,

$\angle 4 = \frac{1}{2} \angle ODB = \angle 2$, 所以 $\angle AED = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle CAB + \angle ODB)$; 然后把 $\angle CAB + \angle ODB = 90^\circ$

代入计算即可;

(3) 分类讨论: 设 $P(0,t)$, 当 P 在 y 轴正半轴上时, 过 P 作 $MN \parallel x$ 轴, $AN \parallel y$ 轴,

$BM \parallel y$ 轴, 利用 $S_{\triangle APC} = S_{\text{梯形}MNAC} - S_{\triangle ANP} - S_{\triangle CMP} = 4$ 可得到关于 t 的方程, 再解方程求出 t ;

当 P 在 y 轴负半轴上时, 运用同样方法可计算出 t .

【详解】

解: (1) $\because (a+2)^2 + |b-2| = 0$,

$\therefore a+2=0, b-2=0$,

$\therefore a=-2, b=2$,

$\because CB \perp AB$

$\therefore A(-2,0), B(2,0), C(2,2)$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$;

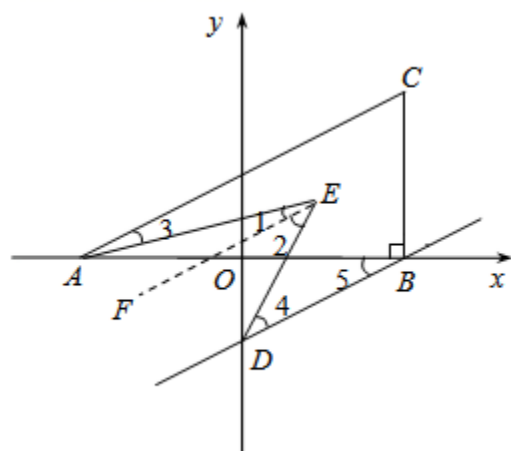
(2) 解: $\because CB \parallel y$ 轴, $BD \parallel AC$,

$\therefore \angle CAB = \angle 5$,

又 $\because \angle ODB + \angle 5 = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAB + \angle ODB = 90^\circ$,

过 E 作 $EF \parallel AC$, 如图①,



图①

$\because BD \parallel AC$,

$\therefore BD \parallel AC \parallel EF$,

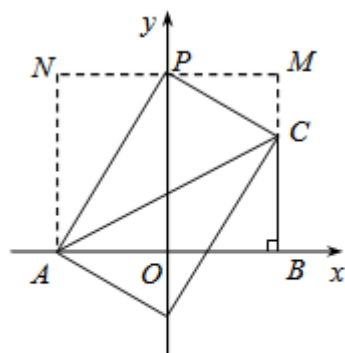
$\therefore \angle 3 = \angle 1, \angle 4 = \angle 2$

$\because AE, DE$ 分别平分 $\angle CAB, \angle ODB$, 即: $\angle 3 = \frac{1}{2}\angle CAB, \angle 4 = \frac{1}{2}\angle ODB$,

$\therefore \angle AED = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle CAB + \angle ODB) = 45^\circ$;

(3) $P(0, -1)$ 或 $(0, 3)$.

解: ①当 P 在 y 轴正半轴上时, 如图②,



图②

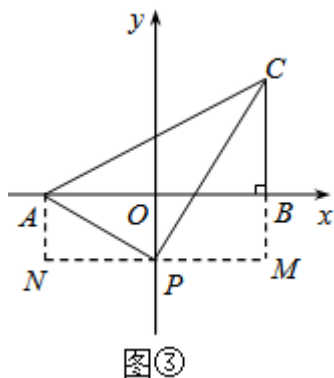
设 $P(0, t)$,

过 P 作 $MN \parallel x$ 轴, $AN \parallel y$ 轴, $BM \parallel y$ 轴,

$\because S_{\triangle APC} = S_{\text{梯形}MNAC} - S_{\triangle ANP} - S_{\triangle CMP} = 4$,

$\therefore \frac{4(t-2+t)}{2} - t - (t-2) = 4$, 解得 $t = 3$,

②当 P 在 y 轴负半轴上时, 如图③



$$QS_{\triangle APC} = S_{\text{梯形}MNAC} - S_{\triangle ANP} - S_{\triangle CMP} = 4$$

$$\therefore \frac{4(-t+2-t)}{2} + t - (2-t) = 4, \text{ 解得 } t = -1,$$

综上所述: $P(0,3)$ 或 $(0,-1)$.

【点睛】

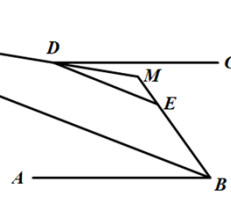
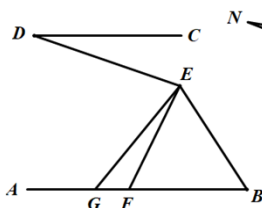
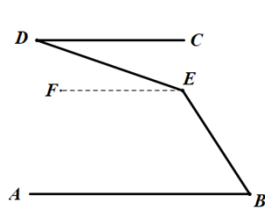
本题考查了平行线的判定与性质：两直线平行，内错角相等. 也考查了非负数的性质、坐标与图形性质以及三角形面积公式. 构造矩形求三角形面积是解题关键.

2. 如图1, 点 E 在直线 AB 、 DC 之间, 且 $\angle DEB + \angle ABE - \angle CDE = 180^\circ$.

(1) 求证: $AB \parallel DC$;

(2) 若点 F 是直线 BA 上的一点, 且 $\angle BEF = \angle BFE$, EG 平分 $\angle DEB$ 交直线 AB 于点 G , 若 $\angle D = 20^\circ$, 求 $\angle FEG$ 的度数;

(3) 如图3, 点 N 是直线 AB 、 DC 外一点, 且满足 $\angle CDM = \frac{1}{4}\angle CDE$, $\angle ABN = \frac{1}{4}\angle ABE$, ND 与 BE 交于点 M . 已知 $\angle CDM = \alpha (0^\circ < \alpha < 12^\circ)$, 且 $BN \parallel DE$, 则 $\angle NMB$ 的度数为_____ (请直接写出答案, 用含 α 的式子表示).



解析: (1) 见解析; (2) 10° ; (3) $180^\circ - 15\alpha$

【分析】

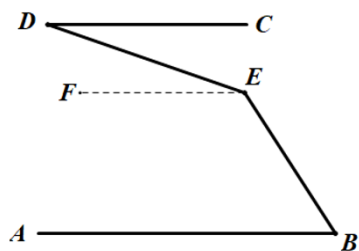
(1) 过点E作 $EF \parallel CD$, 根据平行线的性质, 两直线平行, 内错角相等, 得出 $\angle CDE = \angle DEF$, 结合已知条件 $\angle DEB + \angle ABE - \angle CDE = 180^\circ$, 得出 $\angle FEB + \angle ABE = 180^\circ$, 即可证明;

(2) 过点E作 $HE \parallel CD$ ，设 $\angle GEF = x, \angle FEB = \angle EFB = y$ ，
由(1)得 $AB \parallel CD$ ，则 $AB \parallel CD \parallel HE$ ，由平行线的性质，得出 $\angle DEF = \angle D + \angle EFB = 20^\circ + y$ ，再
由EG平分 $\angle DEB$ ，得出 $\angle DEG = \angle GEB = \angle GEF + \angle FEB = x + y$ ，则
 $\angle DEF = \angle DEG + \angle GEF = 2x + y$ ，则可列出关于x和y的方程，即可求得x，即 $\angle GEF$ 的度
数；

(3) 过点 N 作 $NP\parallel CD$, 过点 M 作 $QM\parallel CD$, 由(1)得 $AB\parallel CD$, 则 $NP\parallel CD\parallel AB\parallel QM$, 根据 $\angle CDM = \frac{1}{4}\angle CDE$ 和 $\angle CDM = \alpha$, 得出 $\angle MDE = 3\alpha$, 根据 $CD\parallel PN\parallel QM, DE\parallel NB$, 得出 $\angle PND = \angle CDM = \angle DMQ = \alpha$, $\angle EDM = \angle BNM = 3\alpha$, 即 $\angle BNP = 4\alpha$, 根据 $NP\parallel AB$, 得出 $\angle PNB = \angle ABN = 4\alpha$, 再由 $\angle ABN = \frac{1}{4}\angle ABE$, 得出 $\angle ABM = 16\alpha$, 由 $AB\parallel QM$, 得出 $\angle QMB = 180^\circ - 16\alpha$, 因为 $\angle NMB = \angle NMQ + \angle QMB$, 代入 α 的式子即可求出 $\angle BMN$.

【详解】

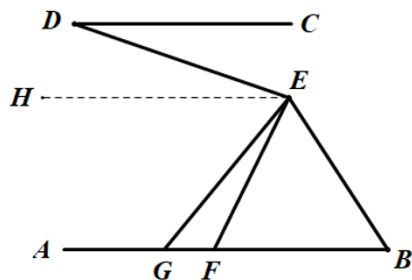
(1) 过点 E 作 $EF\parallel CD$, 如图,



$\because EF\parallel CD$,
 $\therefore \angle CDE = \angle DEF$,
 $\therefore \angle DEB - \angle CDE = \angle DEB - \angle DEF = \angle FEB$,
 $\because \angle DEB + \angle ABE - \angle CDE = 180^\circ$,
 $\therefore \angle FEB + \angle ABE = 180^\circ$,
 $\therefore EF\parallel AB$,
 $\therefore CD\parallel AB$;

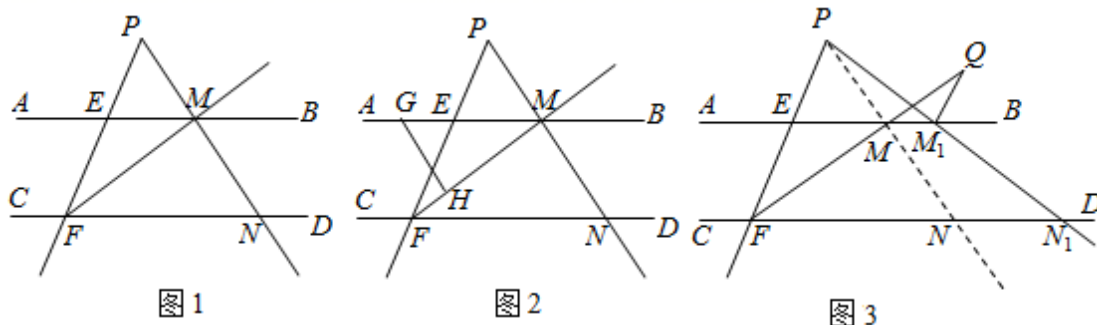
(2) 过点 E 作 $HE\parallel CD$, 如图,

设 $\angle GEF = x$, $\angle FEB = \angle EFB = y$,
 由(1)得 $AB\parallel CD$, 则 $AB\parallel CD\parallel HE$,
 $\therefore \angle D = \angle DEH = 20^\circ$, $\angle HEF = \angle EFB = y$,
 $\therefore \angle DEF = \angle DEH + \angle HEF = \angle D + \angle EFB = 20^\circ + y$,
 又 $\because EG$ 平分 $\angle DEB$,
 $\therefore \angle DEG = \angle GEB = \angle GEF + \angle FEB = x + y$,
 $\therefore \angle DEF = \angle DEG + \angle GEF = x + y + x = 2x + y$,
 即 $2x + y = 20^\circ + y$,
 解得: $x = 10^\circ$, 即 $\angle GEF = 10^\circ$;



(3) 过点 N 作 $NP\parallel CD$, 过点 M 作 $QM\parallel CD$, 如图,

$\frac{\angle FPN_1}{\angle O}$ 的值变不变？若不变，请求出其值；若变化，请说明理由。



解析：（1）35，35，平行；（2） $\angle FMN + \angle GHF = 180^\circ$ ，证明见解析；（3）不变，2

【分析】

（1）根据 $(\alpha - 35)^2 + |\beta - \alpha| = 0$ ，即可计算 α 和 β 的值，再根据内错角相等可证 $AB \parallel CD$ ；

（2）先根据内错角相等证 $GH \parallel PN$ ，再根据同旁内角互补和等量代换得出 $\angle FMN + \angle GHF = 180^\circ$ ；

（3）作 $\angle PEM_1$ 的平分线交 M_1Q 的延长线于 R ，先根据同位角相等证 $ER \parallel FQ$ ，得 $\angle FQM_1 = \angle R$ ，
 设 $\angle PER = \angle REB = x$ ， $\angle PM_1R = \angle RM_1B = y$ ，得出 $\angle EPM_1 = 2\angle R$ ，即可得 $\frac{\angle FPN_1}{\angle Q} = 2$ 。

【详解】

解：（1） $\because (\alpha - 35)^2 + |\beta - \alpha| = 0$ ，

$$\therefore \alpha = \beta = 35,$$

$$\therefore \angle PFM = \angle MFN = 35^\circ, \angle EMF = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle EMF = \angle MFN,$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

$$(2) \angle FMN + \angle GHF = 180^\circ;$$

理由：由（1）得 $AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle MNF = \angle PME,$$

$$\because \angle MGH = \angle MNF,$$

$$\therefore \angle PME = \angle MGH,$$

$$\therefore GH \parallel PN,$$

$$\therefore \angle GHM = \angle FMN,$$

$$\because \angle GHF + \angle GHM = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle FMN + \angle GHF = 180^\circ;$$

$$(3) \frac{\angle FPN_1}{\angle Q} \text{ 的值不变, 为 } 2,$$

理由：如图3中，作 $\angle PEM_1$ 的平分线交 M_1Q 的延长线于 R ，

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle PEM_1 = \angle PFN,$$

$$\because \angle PER = \frac{1}{2} \angle PEM_1, \angle PFQ = \frac{1}{2} \angle PFN,$$

$$\therefore \angle PER = \angle PFQ,$$

$$\therefore ER \parallel FQ,$$

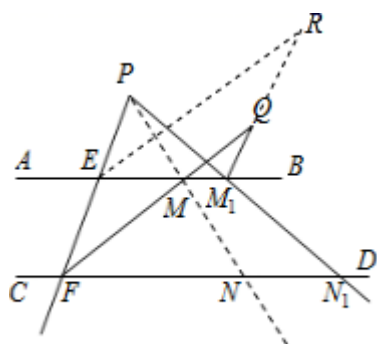


图 3

$$\therefore \angle FQM_1 = \angle R,$$

$$\text{设 } \angle PER = \angle REB = x, \angle PM_1R = \angle RM_1B = y,$$

$$\text{则有: } \begin{cases} y = x + \angle R \\ 2y = 2x + \angle EPM_1 \end{cases},$$

$$\text{可得 } \angle EPM_1 = 2\angle R,$$

$$\therefore \angle EPM_1 = 2\angle FQM_1,$$

$$\therefore \frac{\angle EPM_1}{\angle FQM_1} = \frac{\angle FPN_1}{\angle Q} = 2.$$

【点睛】

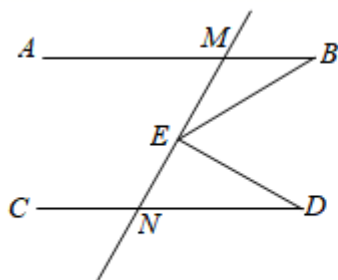
本题主要考查平行线的判定与性质，熟练掌握内错角相等证平行，平行线同旁内角互补等知识是解题的关键。

4. 已知：AB∥CD，截线MN分别交AB、CD于点M、N.

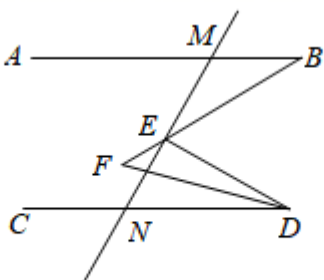
(1) 如图①，点B在线段MN上，设 $\angle EBM = \alpha^\circ$ ， $\angle DNM = \beta^\circ$ ，且满足 $\sqrt{a-30} + (\beta - 60)^2 = 0$ ，求 $\angle BEM$ 的度数；

(2) 如图②，在(1)的条件下，射线DF平分 $\angle CDE$ ，且交线段BE的延长线于点F；请写出 $\angle DEF$ 与 $\angle CDF$ 之间的数量关系，并说明理由；

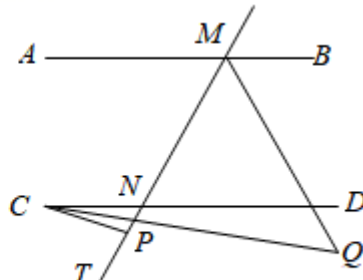
(3) 如图③，当点P在射线NT上运动时， $\angle DCP$ 与 $\angle BMT$ 的平分线交于点Q，则 $\angle Q$ 与 $\angle CPM$ 的比值为_____（直接写出答案）.



图①



图②



图③

解析：(1) 30° ；(2) $\angle DEF + 2\angle CDF = 150^\circ$ ，理由见解析；(3) $\frac{1}{2}$

【分析】

(1) 由非负性可求 α ， β 的值，由平行线的性质和外角性质可求解；

(2) 过点E作直线EH∥AB，由角平分线的性质和平行线的性质可求 $\angle DEF = 180^\circ - 30^\circ - 2x^\circ = 150^\circ - 2x^\circ$ ，由角的数量可求解；

(3) 由平行线的性质和外角性质可求 $\angle PMB=2\angle Q+\angle PCD$, $\angle CPM=2\angle Q$, 即可求解.

【详解】

解: (1) $\because \sqrt{\alpha-30} + (\beta-60)^2=0$,

$\therefore \alpha=30$, $\beta=60$,

$\because AB\parallel CD$,

$\therefore \angle AMN=\angle MND=60^\circ$,

$\because \angle AMN=\angle B+\angle BEM=60^\circ$,

$\therefore \angle BEM=60^\circ-30^\circ=30^\circ$;

(2) $\angle DEF+2\angle CDF=150^\circ$.

理由如下: 过点E作直线 $EH\parallel AB$,

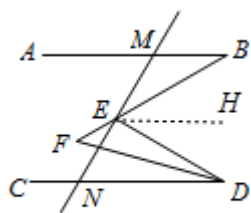


图2

$\because DF$ 平分 $\angle CDE$,

$\therefore$ 设 $\angle CDF=\angle EDF=x^\circ$;

$\because EH\parallel AB$,

$\therefore \angle DEH=\angle EDC=2x^\circ$,

$\therefore \angle DEF=180^\circ-30^\circ-2x^\circ=150^\circ-2x^\circ$;

$\therefore \angle DEF=150^\circ-2\angle CDF$,

即 $\angle DEF+2\angle CDF=150^\circ$;

(3) 如图3, 设MQ与CD交于点E,

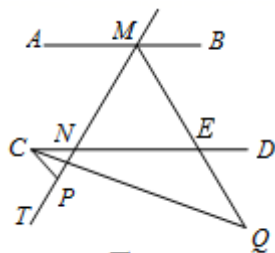


图3

$\because MQ$ 平分 $\angle BMT$, QC 平分 $\angle DCP$,

$\therefore \angle BMT=2\angle PMQ$, $\angle DCP=2\angle DCQ$,

$\because AB\parallel CD$,

$\therefore \angle BME=\angle MEC$, $\angle BMP=\angle PND$,

$\because \angle MEC=\angle Q+\angle DCQ$,

$\therefore 2\angle MEC=2\angle Q+2\angle DCQ$,

$\therefore \angle PMB=2\angle Q+\angle PCD$,

$\because \angle PND=\angle PCD+\angle CPM=\angle PMB$,

$\therefore \angle CPM=2\angle Q$,

$\therefore \angle Q$ 与 $\angle CPM$ 的比值为 $\frac{1}{2}$,

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点睛】

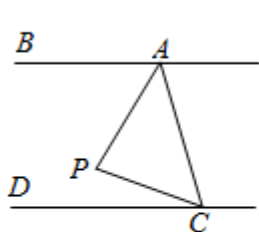
本题主要考查了平行线的性质、角平分线的性质,准确计算是解题的关键.

5. 直线 $AB \parallel CD$, 点 P 为平面内一点, 连接 AP , CP .

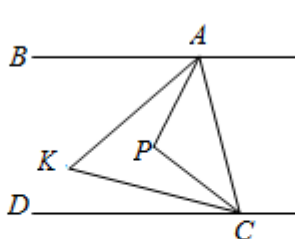
(1) 如图①, 点 P 在直线 AB , CD 之间, 当 $\angle BAP = 60^\circ$, $\angle DCP = 20^\circ$ 时, 求 $\angle APC$ 的度数;

(2) 如图②, 点 P 在直线 AB , CD 之间, $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线相交于 K , 写出 $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 之间的数量关系, 并说明理由;

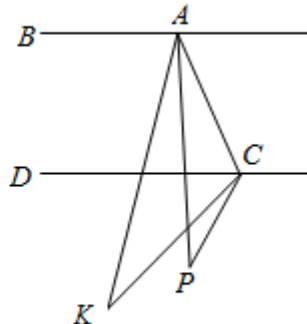
(3) 如图③, 点 P 在直线 CD 下方, 当 $\angle BAK = \frac{2}{3} \angle BAP$, $\angle DCK = \frac{2}{3} \angle DCP$ 时, 写出 $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 之间的数量关系, 并说明理由.



图①



图②



图③

解析: (1) 80° ; (2) $\angle AKC = \frac{1}{2} \angle APC$, 理由见解析; (3) $\angle AKC = \frac{2}{3} \angle APC$, 理由见解析

【分析】

(1) 先过 P 作 $PE \parallel AB$, 根据平行线的性质即可得到 $\angle APE = \angle BAP$, $\angle CPE = \angle DCP$, 再根据 $\angle APC = \angle APE + \angle CPE = \angle BAP + \angle DCP$ 进行计算即可;

(2) 过 K 作 $KE \parallel AB$, 根据 $KE \parallel AB \parallel CD$, 可得 $\angle AKE = \angle BAK$, $\angle CKE = \angle DCK$, 进而得到 $\angle AKC = \angle AKE + \angle CKE = \angle BAK + \angle DCK$, 同理可得, $\angle APC = \angle BAP + \angle DCP$, 再根据角平分线的定义, 得出 $\angle BAK + \angle DCK = \frac{1}{2} \angle BAP + \frac{1}{2} \angle DCP = \frac{1}{2} (\angle BAP + \angle DCP) = \frac{1}{2} \angle APC$, 进而得到 $\angle AKC = \frac{1}{2} \angle APC$;

(3) 过 K 作 $KE \parallel AB$, 根据 $KE \parallel AB \parallel CD$, 可得 $\angle BAK = \angle AKE$, $\angle DCK = \angle CKE$, 进而得到 $\angle AKC = \angle BAK - \angle DCK$, 同理可得, $\angle APC = \angle BAP - \angle DCP$, 再根据已知得出 $\angle BAK - \angle DCK = \frac{2}{3} \angle BAP - \frac{2}{3} \angle DCP = \frac{2}{3} \angle APC$, 进而得到 $\angle BAK - \angle DCK = \frac{2}{3} \angle APC$.

【详解】

(1) 如图1, 过 P 作 $PE \parallel AB$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore PE \parallel AB \parallel CD$,

$\therefore \angle APE = \angle BAP$, $\angle CPE = \angle DCP$,

$$\therefore \angle APC = \angle APE + \angle CPE = \angle BAP + \angle DCP = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ;$$

$$(2) \angle AKC = \frac{1}{2} \angle APC.$$

理由：如图2，过K作KE∥AB，

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore KE \parallel AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AKE = \angle BAK, \angle CKE = \angle DCK,$$

$$\therefore \angle AKC = \angle AKE + \angle CKE = \angle BAK + \angle DCK,$$

过P作PF∥AB，

同理可得， $\angle APC = \angle BAP + \angle DCP$ ，

$\therefore \angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线相交于点K，

$$\therefore \angle BAK + \angle DCK = \frac{1}{2} \angle BAP + \frac{1}{2} \angle DCP = \frac{1}{2} (\angle BAP + \angle DCP) = \frac{1}{2} \angle APC,$$

$$\therefore \angle AKC = \frac{1}{2} \angle APC;$$

$$(3) \angle AKC = \frac{2}{3} \angle APC$$

理由：如图3，过K作KE∥AB，

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore KE \parallel AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAK = \angle AKE, \angle DCK = \angle CKE,$$

$$\therefore \angle AKC = \angle AKE - \angle CKE = \angle BAK - \angle DCK,$$

过P作PF∥AB，

同理可得， $\angle APC = \angle BAP - \angle DCP$ ，

$$\therefore \angle BAK = \frac{2}{3} \angle BAP, \angle DCK = \frac{2}{3} \angle DCP,$$

$$\therefore \angle BAK - \angle DCK = \frac{2}{3} \angle BAP - \frac{2}{3} \angle DCP = \frac{2}{3} (\angle BAP - \angle DCP) = \frac{2}{3} \angle APC,$$

$$\therefore \angle AKC = \frac{2}{3} \angle APC.$$

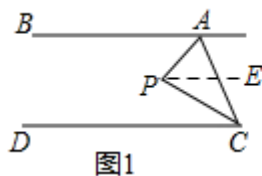


图1

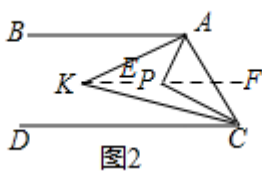


图2

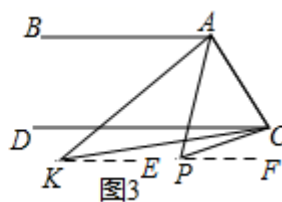


图3

【点睛】

本题考查了平行线的性质和角平分线的定义，解题的关键是作出平行线构造内错角相等计算．

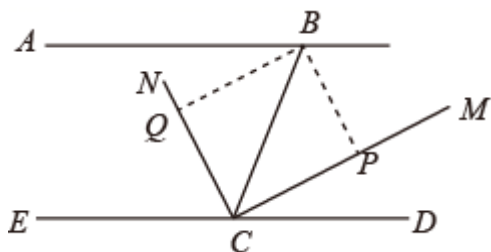
6. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， CN 是 $\angle BCE$ 的平分线．

(1) 若 CM 平分 $\angle BCD$ ，求 $\angle MCN$ 的度数；

(2) 若 CM 在 $\angle BCD$ 的内部，且 $CM \perp CN$ 于 C ，求证： CM 平分 $\angle BCD$ ；

(3) 在 (2) 的条件下，过点 B 作 $BP \perp BQ$ ，分别交 CM 、 CN 于点 P 、 Q ， $\angle PBQ$ 绕着

B 点旋转, 但与 CM 、 CN 始终有交点, 问: $\angle BPC + \angle BQC$ 的值是否发生变化? 若不变, 求其值; 若变化, 求其变化范围.



解析: (1) 90° ; (2) 见解析; (3) 不变, 180°

【分析】

(1) 根据邻补角的定义及角平分线的定义即可得解;

(2) 根据垂直的定义及邻补角的定义、角平分线的定义即可得解;

(3) $\angle BPC + \angle BQC = 180^\circ$, 过 Q , P 分别作 $QG \parallel AB$, $PH \parallel AB$, 根据平行线的性质及平角的定义即可得解.

【详解】

解 (1) QC , CM 分别平分 $\angle BCE$ 和 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle BCN = \frac{1}{2} \angle BCE, \quad \angle BCM = \frac{1}{2} \angle BCD,$$

$$\angle BCE + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle MCN = \angle BCN + \angle BCM = \frac{1}{2} \angle BCE + \frac{1}{2} \angle BCD = \frac{1}{2} (\angle BCE + \angle BCD) = 90^\circ;$$

(2) $QC \perp CM$,

$$\therefore \angle MCN = 90^\circ, \text{ 即 } \angle BCN + \angle BCM = 90^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BCN + 2\angle BCM = 180^\circ,$$

QC 是 $\angle BCE$ 的平分线,

$$\therefore \angle BCE = 2\angle BCN,$$

$$\therefore \angle BCE + 2\angle BCM = 180^\circ,$$

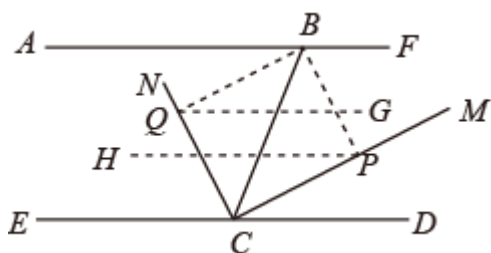
$$\text{又 } \angle BCE + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 2\angle BCM,$$

又 CM 在 $\angle BCD$ 的内部,

$\therefore CM$ 平分 $\angle BCD$;

(3) 如图, 不发生变化, $\angle BPC + \angle BQC = 180^\circ$, 过 Q , P 分别作 $QG \parallel AB$, $PH \parallel AB$,



则有 $QG \parallel AB \parallel PH \parallel CD$,

$$\therefore \angle BQG = \angle ABQ, \quad \angle CQG = \angle ECQ, \quad \angle BPH = \angle FBP, \quad \angle CPH = \angle DCP,$$

$$QB \perp BQ, CP \perp CQ,$$

$$\therefore \angle PBQ = \angle PCQ = 90^\circ,$$

$$\angle ABQ + \angle PBQ + \angle FBP = 180^\circ, \angle ECQ + \angle PCQ + \angle DCP = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABQ + \angle FBP + \angle ECQ + \angle DCP = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC + \angle BQC = \angle BPH + \angle CPH + \angle BQG + \angle CQG$$

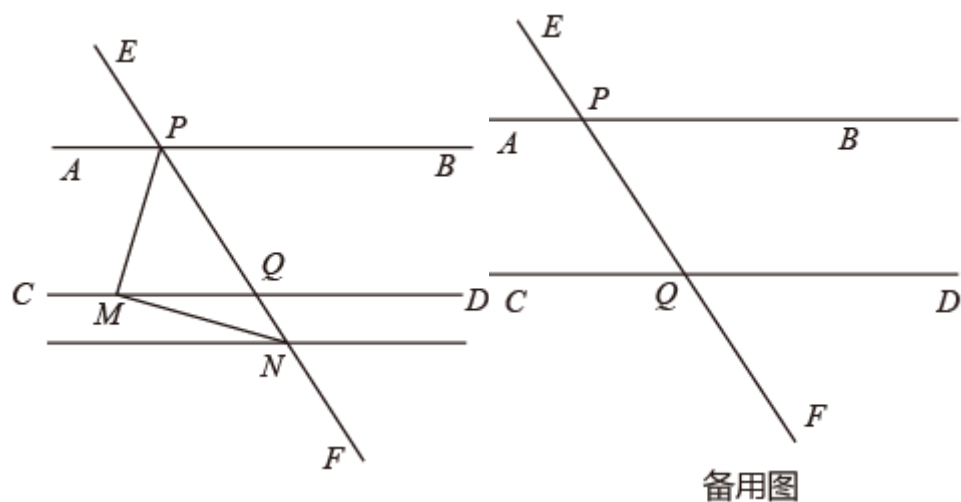
$$= \angle ABQ + \angle FBP + \angle ECQ + \angle DCP = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC + \angle BQC = 180^\circ \text{ 不变}.$$

【点睛】

此题考查了平行线的性质，熟记平行线的性质及作出合理的辅助线是解题的关键。

7. 已知：如图，直线 $AB \parallel CD$ ，直线 EF 交 AB, CD 于 P, Q 两点，点 M, N 分别是直线 CD, EF 上一点（不与 P, Q 重合），连接 PM, MN 。



(1) 点 M, N 分别在射线 QC, QF 上（不与点 Q 重合），当 $\angle APM + \angle QMN = 90^\circ$ 时，

① 试判断 PM 与 MN 的位置关系，并说明理由；

② 若 PA 平分 $\angle EPM$ ， $\angle MNQ = 20^\circ$ ，求 $\angle EPB$ 的度数。（提示：过 N 点作 AB 的平行线）

(2) 点 M, N 分别在直线 CD, EF 上时，请在备用图中画出满足 $PM \perp MN$ 条件的图形，并直接写出此时 $\angle APM$ 与 $\angle QMN$ 的关系。（注：此题说理时不能使用没有学过的定理）

解析：(1) ① $PM \perp MN$ ，理由见解析；② $\angle EPB$ 的度数为 125° ；(2) $\angle APM + \angle QMN = 90^\circ$ 或 $\angle APM - \angle QMN = 90^\circ$ 。

【分析】

(1) ① 利用平行线的性质得到 $\angle APM = \angle PMQ$ ，再根据已知条件可得到 $PM \perp MN$ ；

② 过点 N 作 $NH \parallel CD$ ，利用角平分线的定义以及平行线的性质求得 $\angle MNH = 35^\circ$ ，即可求解；

(2) 分三种情况讨论，利用平行线的性质即可解决。

【详解】

解：(1) ① $PM \perp MN$ ，理由见解析：

$$\because AB \parallel CD,$$

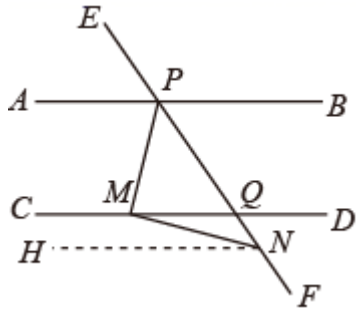
$$\therefore \angle APM = \angle PMQ,$$

$$\because \angle APM + \angle QMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PMQ + \angle QMN = 90^\circ,$$

$\therefore PM \perp MN$;

②过点N作NH//CD,



$\because AB \parallel CD$,

$\therefore AB \parallel NH \parallel CD$,

$\therefore \angle QMN = \angle MNH$, $\angle EPA = \angle ENH$,

$\because PA$ 平分 $\angle EPM$,

$\therefore \angle EPA = \angle MPA$,

$\because \angle APM + \angle QMN = 90^\circ$,

$\therefore \angle EPA + \angle MNH = 90^\circ$, 即 $\angle ENH + \angle MNH = 90^\circ$,

$\therefore \angle MNQ + \angle MNH + \angle MNH = 90^\circ$,

$\because \angle MNQ = 20^\circ$,

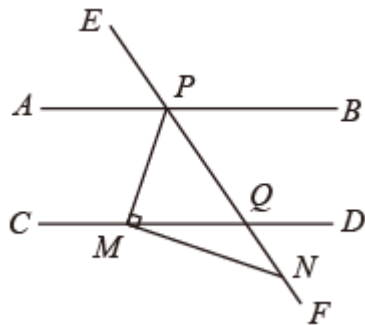
$\therefore \angle MNH = 35^\circ$,

$\therefore \angle EPA = \angle ENH = \angle MNQ + \angle MNH = 55^\circ$,

$\therefore \angle EPB = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$,

$\therefore \angle EPB$ 的度数为 125° ;

(2) 当点M, N分别在射线QC, QF上时, 如图:

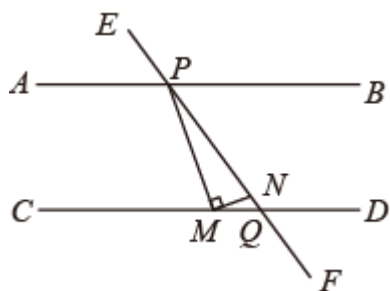


$\because PM \perp MN$, $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle PMQ + \angle QMN = 90^\circ$, $\angle APM = \angle PMQ$,

$\therefore \angle APM + \angle QMN = 90^\circ$;

当点M, N分别在射线QC, 线段PQ上时, 如图:



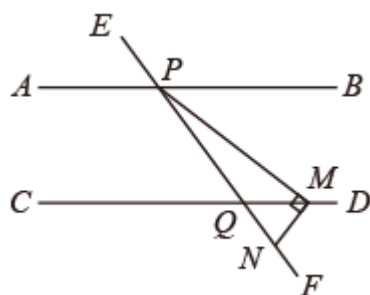
$\because PM \perp MN, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle PMN = 90^\circ, \angle APM = \angle PMQ,$

$\therefore \angle PMQ - \angle QMN = 90^\circ,$

$\therefore \angle APM - \angle QMN = 90^\circ;$

当点M, N分别在射线QD, QF上时, 如图:



$\because PM \perp MN, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle PMQ + \angle QMN = 90^\circ, \angle APM + \angle PMQ = 180^\circ,$

$\therefore \angle APM + 90^\circ - \angle QMN = 180^\circ,$

$\therefore \angle APM - \angle QMN = 90^\circ;$

综上, $\angle APM + \angle QMN = 90^\circ$ 或 $\angle APM - \angle QMN = 90^\circ$.

【点睛】

本题主要考查了平行线的判定与性质, 熟练掌握两直线平行, 内错角相等; 两直线平行, 同旁内角互补; 两直线平行, 同位角相等知识是解题的关键.

8. 已知, $AB \parallel CD$. 点M在AB上, 点N在CD上.

(1) 如图1中, $\angle BME, \angle E, \angle END$ 的数量关系为: _____; (不需要证明)

如图2中, $\angle BMF, \angle F, \angle FND$ 的数量关系为: _____; (不需要证明)

(2) 如图3中, NE平分 $\angle FND$, MB平分 $\angle FME$, 且 $2\angle E + \angle F = 180^\circ$, 求 $\angle FME$ 的度数;

(3) 如图4中, $\angle BME = 60^\circ$, EF平分 $\angle MEN$, NP平分 $\angle END$, 且 $EQ \parallel NP$, 则 $\angle FEQ$ 的大小是否发生变化, 若变化, 请说明理由, 若不变化, 求出 $\angle FEQ$ 的度数.

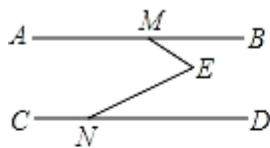


图1

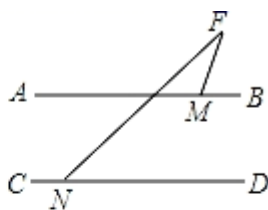


图2

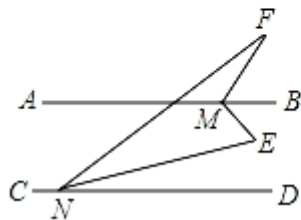


图3

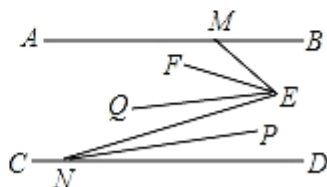


图4

解析：（1） $\angle BME = \angle MEN - \angle END$ ； $\angle BMF = \angle MFN + \angle FND$ ；（2） 120° ；（3）不变， 30°

【分析】

（1）过E作 $EH \parallel AB$ ，易得 $EH \parallel AB \parallel CD$ ，根据平行线的性质可求解；过F作 $FH \parallel AB$ ，易得 $FH \parallel AB \parallel CD$ ，根据平行线的性质可求解；

（2）根据（1）的结论及角平分线的定义可得 $2(\angle BME + \angle END) + \angle BMF - \angle FND = 180^\circ$ ，可求解 $\angle BMF = 60^\circ$ ，进而可求解；

（3）根据平行线的性质及角平分线的定义可推知 $\angle FEQ = \frac{1}{2} \angle BME$ ，进而可求解。

【详解】

解：（1）过E作 $EH \parallel AB$ ，如图1，

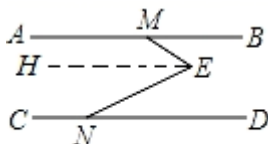


图1

$$\therefore \angle BME = \angle MEH,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore HE \parallel CD,$$

$$\therefore \angle END = \angle HEN,$$

$$\therefore \angle MEN = \angle MEH + \angle HEN = \angle BME + \angle END,$$

$$\text{即 } \angle BME = \angle MEN - \angle END.$$

如图2，过F作 $FH \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle BMF = \angle MFK,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore FH \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FND = \angle KFN,$$

$$\therefore \angle MFN = \angle MFK - \angle KFN = \angle BMF - \angle FND,$$

$$\text{即： } \angle BMF = \angle MFN + \angle FND.$$

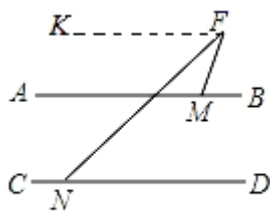


图2

故答案为 $\angle BME = \angle MEN - \angle END$; $\angle BMF = \angle MFN + \angle FND$.

(2) 由(1)得 $\angle BME = \angle MEN - \angle END$; $\angle BMF = \angle MFN + \angle FND$.

$\because NE$ 平分 $\angle FND$, MB 平分 $\angle FME$,

$\therefore \angle FME = \angle BME + \angle BMF$, $\angle FND = \angle FNE + \angle END$,

$\therefore 2\angle MEN + \angle MFN = 180^\circ$,

$\therefore 2(\angle BME + \angle END) + \angle BMF - \angle FND = 180^\circ$,

$\therefore 2\angle BME + 2\angle END + \angle BMF - \angle FND = 180^\circ$,

即 $2\angle BMF + \angle FND + \angle BMF - \angle FND = 180^\circ$,

解得 $\angle BMF = 60^\circ$,

$\therefore \angle FME = 2\angle BMF = 120^\circ$;

(3) $\angle FEQ$ 的大小没发生变化, $\angle FEQ = 30^\circ$.

由(1)知: $\angle MEN = \angle BME + \angle END$,

$\because EF$ 平分 $\angle MEN$, NP 平分 $\angle END$,

$\therefore \angle FEN = \frac{1}{2} \angle MEN = \frac{1}{2} (\angle BME + \angle END)$, $\angle ENP = \frac{1}{2} \angle END$,

$\because EQ \parallel NP$,

$\therefore \angle NEQ = \angle ENP$,

$\therefore \angle FEQ = \angle FEN - \angle NEQ = \frac{1}{2} (\angle BME + \angle END) - \frac{1}{2} \angle END = \frac{1}{2} \angle BME$,

$\because \angle BME = 60^\circ$,

$\therefore \angle FEQ = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$.

【点睛】

本题主要考查平行线的性质及角平分线的定义, 作平行线的辅助线是解题的关键.

9. 在平面直角坐标系中, 已知线段 AB , 点 A 的坐标为 $(1, -2)$, 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 如图 1 所示.

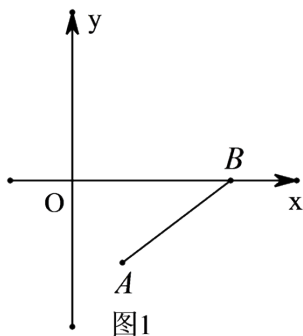


图1

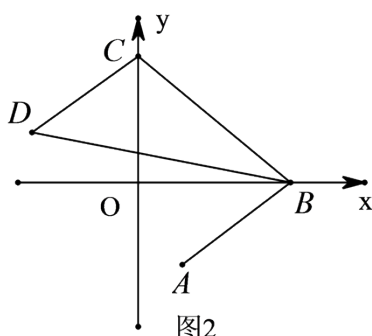


图2

(1) 平移线段 AB 到线段 CD , 使点 A 的对应点为 C , 点 B 的对应点为 D , 若点 C 的坐标为

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/878066027116007030>