专题 14　直角三角形、等腰三角形、等边三角形

（时间：60 分钟，满分 120 分）

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1．下列几组数中，不能作为直角三角形三边长的是(　　)

A．5，12，13　　B．9，40，41　　C．3，4，5　　D．2，3，4

【解答】解：A．$\because 5^2+12^2=13^2$，

$\therefore$以 5，12，13 为边能组成直角三角形，故本选项不符合题意；

B．$\because 9^2+40^2=41^2$，

$\therefore$以 9，40，41 为边能组成直角三角形，故本选项不符合题意；

C．$\because 3^2+4^2=5^2$，

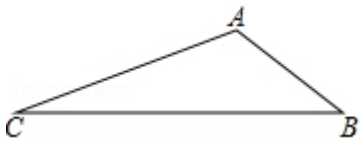
$\therefore$以 3，4，5 为边能组成直角三角形，故本选项不符合题意；

D．$\because 2^2+3^2\neq 4^2$，

$\therefore$以 2，3，4 为边不能组成直角三角形，故本选项符合题意；

故选：D．

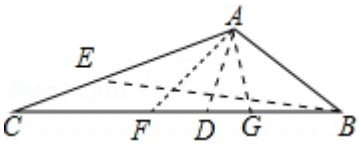
2．如图，已知$\triangle ABC$中，AB＝3，AC＝5，BC＝7，在$\triangle ABC$所在平面内一条直线，将$\triangle ABC$分割成两个三角形，使其中有一个边长为 3 的等腰三角形，则这样的直线最多可画（　　）



A．5 条　　B．4 条　　C．3 条　　D．2 条

【分析】根据等腰三角形的性质分别利用 AB 为底以及 AB 为腰得出符合题意的图形即可．

【解答】解：如图所示，当 AB＝AF＝3，BA＝BD＝3，AB＝AE＝3，BG＝AG 时，都能得到符合题意的等腰三角形．



故选：B．

3．（2022·黑龙江大庆）下列说法不正确的是(　　)

A．有两个角是锐角的三角形是直角或钝角三角形

B．有两条边上的高相等的三角形是等腰三角形

C．有两个角互余的三角形是直角三角形

D．底和腰相等的等腰三角形是等边三角形

【答案】A

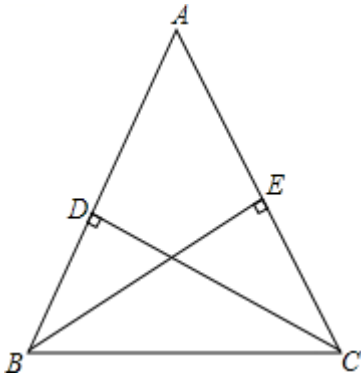
【分析】利用等腰三角形的性质与判定、等边三角形的性质与判定、直角三角形的判定，对各选项逐项分析可得出正确答案.

【详解】解：A、设∠1、∠2 为锐角，

因为：∠1+∠2+∠3=180°，

所以：∠3 可以为锐角、直角、钝角，所以该三角形可以是锐角三角形，也可以是直角或钝角三角形，故 A 选项不正确，符合题意；

B、如图，在△*ABC* 中，*BE*⊥*AC*，*CD*⊥*AB*，且 *BE*=*CD*.



∵*BE*⊥*AC*，*CD*⊥*AB*，

∴∠*CDB*=∠*BEC*=90°，

在 *Rt*△*BCD* 与 *Rt*△*CBE* 中，

$$\begin{cases} CD = BE \\ BC = CB \end{cases},$$

∴*Rt*△*BCD*≌*Rt*△*CBE*（HL），

∴∠*ABC*=∠*ACB*，

∴*AB*=*AC*，即△*ABC* 是等腰三角形．，

故 B 选项正确，不符合题意；

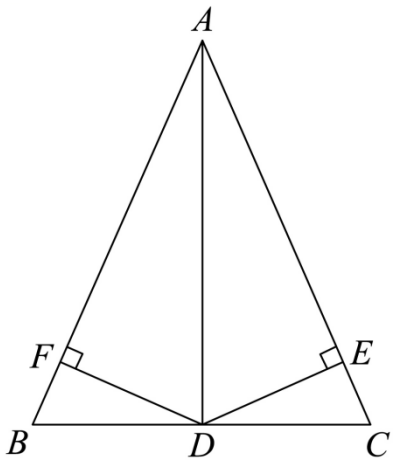
C、根据直角三角形的判定：有两个角互余的三角形是直角三角形，，

故 C 选项正确，不符合题意；

D、底和腰相等的等腰三角形是等边三角形，

故 D 选项正确，不符合题意；故选：A.

4．（2022·广西梧州）如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AD是$\triangle ABC$的角平分线，过点D分别作$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，垂足分别是点E，F，则下列结论错误的是（　　）



A．$\angle ADC=90°$　　B．$DE=DF$　　C．$AD=BC$　　D．$BD=CD$

【答案】C

【分析】根据等腰三角形底边上的高线、顶角的角平分线、底边上的中线这三线合一及角平分线的性质即可判断求解．

【详解】解：$\because AB=AC$，AD是$\triangle ABC$的角平分线，

$\therefore AD\perp BC$，$BD=CD$，

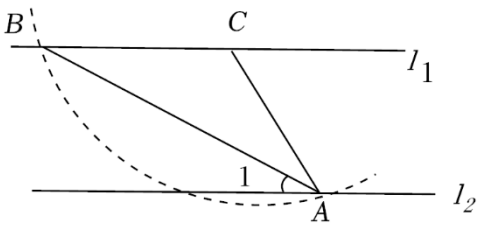
$\therefore\angle ADC=90°$，故选项A、D结论正确，不符合题意；

又AD是$\angle BAC$的角平分线，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，

$\therefore DE=DF$，故选项B结论正确，不符合题意；

由已知条件推不出$AD=BC$，故选项C结论错误，符合题意；故选：C．

5．（2022·湖北鄂州）如图，直线$l_1\parallel l_2$，点C、A分别在l_1、l_2上，以点C为圆心，CA长为半径画弧，交l_1于点B，连接AB．若$\angle BCA=150°$，则$\angle1$的度数为（　　）



A．10°　　B．15°　　C．20°　　D．30°

【答案】B

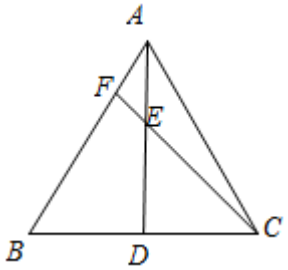
【分析】由作图得$\triangle ABC$为等腰三角形，可求出$\angle ABC=15°$，由$l_1\parallel l_2$得$\angle1=\angle ABC$，从而可得结论．

【详解】解：由作图得，$CA=CB$，$\therefore \Delta ABC$为等腰三角形，$\therefore \angle ABC=\angle CAB$

$\because \angle BCA=150°$，$\therefore \angle ABC=\frac{1}{2}(180°-\angle ACB)=\frac{1}{2}(180°-150°)=15°$

$\because l_1 // l_2 \therefore \angle 1=\angle ABC=15°$故选 B

6．（2021·辽宁九年级一模）如图，$\triangle ABC$是等边三角形，AD是BC边上的中线，点E在AD上，且$DE=\frac{1}{2}BC$，则$\angle AFE=$（　　）



A．100°　　B．105°　　C．110°　　D．115°

【答案】B

【分析】由$\triangle ABC$是等边三角形，可得$\angle B=60°$，由AD是BC边上的中线，可得$BD=CD=\frac{1}{2}BC$，$AD\perp BC$，由$DE=\frac{1}{2}BC$，$ED=CD$，可求$\angle ECD=45°$，由三角形外角性质可求$\angle AFC=105°$．

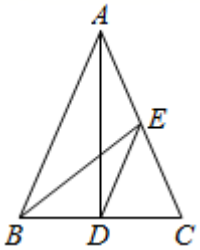
【详解】解：$\because \triangle ABC$是等边三角形，$\therefore \angle B=60°$，$AB=AC$，

$\because AD$是BC边上的中线，$\therefore BD=CD=\frac{1}{2}BC$，$AD\perp BC$，

$\because DE=\frac{1}{2}BC$，$\therefore ED=CD$，$\angle EDC=90°$，$\therefore \angle ECD=\angle DEC=45°$，

$\because \angle AFC$是ΔFBC的外角，$\therefore \angle AFC=\angle B+\angle FCD=60°+45°=105°$．故选择：$B$．

7．（2021·广东九年级一模）如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC=8$，AD是角平分线，BE是中线，则DE的长（　）



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【答案】B

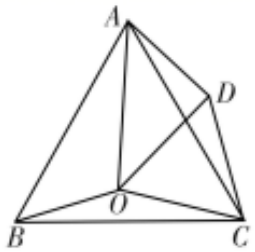
【分析】由等腰三角形的性质推出 $AD \perp BC$，再根据直角三角形斜边中线的性质即可求得 DE.

【详解】解：∵ $AB = AC = 8$， AD 是角平分线，

∴ $AD \perp BC$，∴ $\angle ADC = 90°$，

∵ BE 是中线，∴ $AE = CE$，∴ $DE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$，故选：$B$.

8. 如图，点 O 是等边三角形 ABC 内一点，连接 OA、OB、OC，并以 OC 为一边向外作等边三角形 OCD，连接 AD．若∠AOB=110°， ∠BOC=150°，则∠OAD 的度数为（　）



A．45°　　B．50°　　C．55°　　D．60°

【答案】B

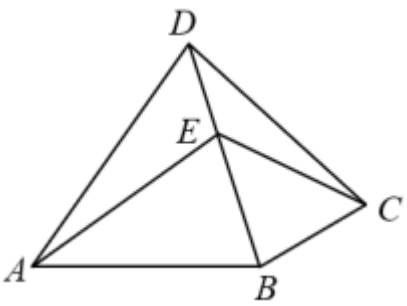
【分析】根据已知易证△ACD≌BCO，得出∠ADC=∠BOC=150°，又因△OCD 是等边三角形， 易证∠ADO=90°，又由∠AOB+∠BOC+∠AOC=360°，求出∠AOC=100°，从而得∠AOD=40°，再根据直角三角形的两个内角互余即可求出∠OAD 的度数.

【解析】解：∵△ABC 和△OCD 是等边三角形，∴AC=BC，OC=CD， ∠ODC=∠DCO=∠COD=∠ACB=60°，∴∠DCO-∠ACO=∠ACB-∠ACO 即∠ACD=∠BCO.

在△ACD 和△BCO 中 $\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCO \\ DC = OC \end{cases}$ ∴△ACD≌△BCO．∴∠ADC=∠BOC=150°．∴∠ADO=90°，

∵∠AOB+∠BOC+∠AOC=360°，∴∠AOC=100°，∴∠AOD=40°，∴∠OAD=90°-40°=50°．故选 B.

9．对角线互相垂直的四边形叫做“垂美”四边形，现有如图所示的“垂美”四边形 $ABCD$，点 E 为对角线 BD 上任意一点，连接 AE、CE． 若 AB=5，BC=3，则 AE^2-CE^2 等于(　　)



A．7　　B．9　　C．16　　D．25

【答案】C

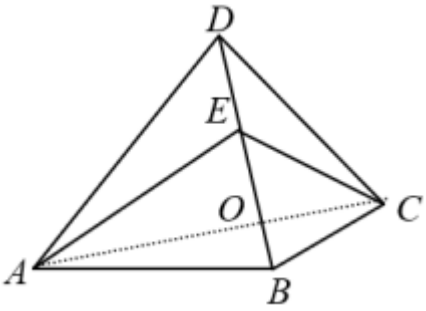
【解析】

【分析】

连接 AC，与 BD 交于点 O，根据题意可得 $AC\perp BD$，在在 $Rt\triangle AOE$ 与 $Rt\triangle COE$ 中，利用勾股定理可得 $AE^2-CE^2=AO^2-CO^2$，在在 $Rt\triangle AOB$ 与 $Rt\triangle COB$ 中，继续利用勾股定理可得 $AO^2-CO^2=AB^2-BC^2$，求解即可得.

【详解】

解：如图所示：连接 AC，与 BD 交于点 O，



∵对角线互相垂直的四边形叫做“垂美”四边形，

$\therefore AC\perp BD$，

在 $Rt\triangle AOE$ 中，$AE^2=AO^2+OE^2$，

在 $Rt\triangle COE$ 中，$CE^2=CO^2+OE^2$，

$\therefore AE^2-CE^2=AO^2-CO^2$，

在 $Rt\triangle AOB$ 中，$AO^2=AB^2-OB^2$，

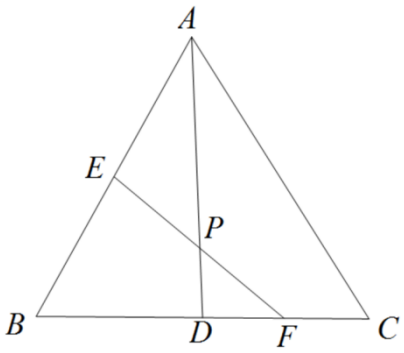
在 $Rt\triangle COB$ 中，$CO^2=BC^2-OB^2$，

$\therefore AO^2-CO^2=AB^2-BC^2=5^2-3^2=16$，

$\therefore AE^2-CE^2=16$，

故选：C.

10．（2022·黑龙江）如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AD 平分 $\angle BAC$ 与 BC 相交于点 D，点 E 是 AB 的中点，点 F 是 DC 的中点，连接 EF 交 AD 于点 P．若 $\triangle ABC$ 的面积是 24，$PD=1.5$，则 PE 的长是（　　）



A．2.5　　B．2　　C．3.5　　D．3

【答案】A

【分析】连接 DE，取 AD 的中点 G，连接 EG，先由等腰三角形“三线合一“性质，证得 $AD\perp BC$，$BD=CD$，再由 E 是 AB 的中点，G 是 AD 的中点，求出 $S_{\triangle EGD}=3$，然后证$\triangle EGP\cong\triangle FDP$（AAS），得 $GP=CP=1.5$，从而得 $DG=3$，即可由三角形面积公式求出 EG 长，由勾股定理即可求出 PE 长．

【详解】解：如图，连接 DE，取 AD 的中点 G，连接 EG，

∵$AB=AC$，AD 平分 $\angle BAC$ 与 BC 相交于点 D，

∴$AD\perp BC$，$BD=CD$，

∴$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 24=12$，

∵E 是 AB 的中点，

∴$S_{\triangle AED}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\times 12=6$，

∵G 是 AD 的中点，

∴$S_{\triangle EGD}=\frac{1}{2}S_{\triangle AED}=\frac{1}{2}\times 6=3$，

∵E 是 AB 的中点，G 是 AD 的中点，

∴$EG\parallel BC$，$EG=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}CD$，

∴$\angle EGP=\angle FDP=90°$，

∵F 是 CD 的中点，

∴$DF=\frac{1}{2}CD$，

∴$EG=DF$，

∵$\angle EPG=\angle FPD$，

∴$\triangle EGP\cong\triangle FDP$（AAS），

∴$GP=PD=1.5$，

∴$GD=3$，

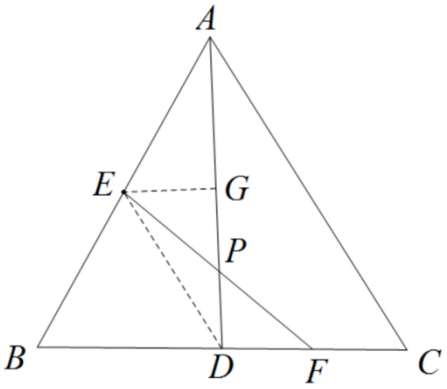
∵$S_{\triangle EGD}=\frac{1}{2}GD\cdot EG=3$，即$\frac{1}{2}EG\times 3=3$，

∴$EG=2$，

在$Rt\triangle EGP$中，由勾股定理，得

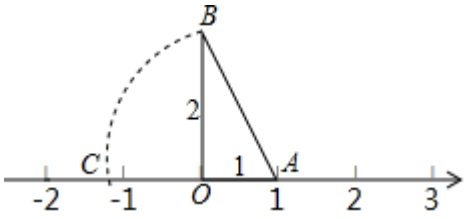
$PE=\sqrt{EG^2+GP^2}=\sqrt{2^2+1.5^2}=2.5$，

故选：A.



二、填空题（每题 4 分，共 24 分）

11．如图，点 C 所表示的数是（　　）



【答案】$1-\sqrt{5}$

【分析】根据勾股定理求出 AB 的长为$\sqrt{5}$，根据弧的半径相等得 $AC=AB=\sqrt{5}$，根据两点之间的距离求得点 C 表示的数.

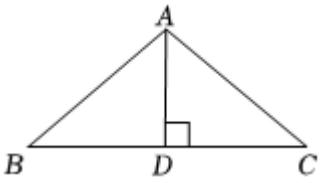
【详解】解：根据勾股定理得：$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∴$AC=AB=\sqrt{5}$，

∴点 C 表示的数是 $1-\sqrt{5}$.

故答案为：$1-\sqrt{5}$

12．（2022·湖南岳阳）如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$AD\perp BC$于点D，若$BC=6$，则$CD=$_____.



【答案】3

【分析】根据等腰三角形的性质可知 D 是 BC 的中点，即可求出 CD 的长.

【详解】解：$\because AB=AC$，$AD\perp BC$，

$\therefore CD=BD$，

$\because BC=6$，

$\therefore CD=3$，

故答案为：3.

13．已知等腰三角形的底边长为 6，一条腰上的中线把三角形的周长分为两部分，其中一部分比另外一部分长 2，则三角形的腰长是_____.

【分析】其中一部分比另外一部分长 2，分两种情况：腰比底大 2 或底比腰大 2，分别求出腰即可.

【解答】解：等腰三角形一条腰上的中线把三角形的周长分为两部分，这两部分的差即是腰与底的差的绝对值，

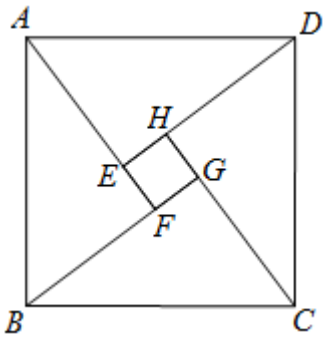
∵其中一部分比另外一部分长 2，

∴腰比底大 2 或底比腰大 2，

∴腰为 8 或 4.

故答案为：8 或 4.

14．（2022·湖南永州）我国古代数学家赵爽创制了一幅“赵爽弦图”，极富创新意识地给出了勾股定理的证明.如图所示，“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形，若大正方形的面积是 25，小正方形的面积是 1，则 $AE=$_____.



【答案】3

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/878067077106007007