

§7.2线性常系数差分方程的求解

一. 常系数线性差分方程

1. 常系数线性差分方程的一般形式

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

2. 求解方法

- ①迭代法 (缺点: 通常不能给出完整解析解;
优点: 概念清楚, 比较简便。适合于计算机求解)
- ②时域经典法 (齐次解+特解) 主要适用于 $n = \sim$
都有 $x(n)$ 加入
- ③零输入、零状态 (适用于 $n \geq 0$ 激励加入)
- ④变换域法 (Z变换)

3. 迭代法

例1: $y(n) - ay(n-1) = x(n)$ **已知:** $y(-1)=0, x(n)=\delta(n)$

解: $y(0) = ay(-1) \quad x(0) = 1 \quad y(-1) = 0$

$y(1) = ay(0) \quad x(1) = a \quad y(-2) = 0$

.....

.....

$y(n) = a^n$

$y(\quad) = 0$

故 $y(n) = a^n u(n)$

例2: $y(n) = y(n-1)$

已知: $y(0) = 0, y(1) = 1$

解:

$$y(n) = y(n-1) + y(n-2)$$

→ $y(2) = y(1) + y(0) = 1$
 $y(3) = y(2) + y(1) = 2$

.....

{0,1,1,2,3,5,8

无法给出闭式解集

二. 时域经典法----齐次解+特解

1. 齐次解---自由响应

① 齐次方程: $\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = 0$

② 特征根
 $y(n) - ay(n-1) = 0 \Rightarrow a = \frac{y(n)}{y(n-1)} \Rightarrow y(n) =$

一般情况下: 令 $y = c\alpha^n$ 代入 $\sum_{k=0}^N a_k y(n-k)$

$$\sum_{k=0}^N a_k c \alpha^{n-k} = 0 \quad \text{消去 } c, \text{ 除以 } \alpha^{n-N}$$

可得 $a_0 \alpha^N - a_1 \alpha^{N-1} + \dots + a_{N-1} \alpha - a_N = 0$ **特征方程**

有 N 个根 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ **特征根**

③ 齐次解一般形式

i) 特征根互不相同的实根

齐次解 $y_h(n) = c_1 \alpha^n$

连续: $r_h(t) = c_1 e^{\alpha_1 t}$

ii) α_1 与 α_2 互为共轭 $\alpha_1 = A \cdot e^{jB}, \alpha_2 = A \cdot e^{-jB}$

α_1 与 α_2 对应的齐次解部分 $= A^n (C_1 \cos Bn \quad C_2 \sin Bn)$

(连续: $\alpha_1 = A \cdot e^{jB}, \alpha_2 = A \cdot e^{-jB}$)

α_1 与 α_2 对应的齐次解部分 $= e^{At} (C_1 \cos Bt \quad C_2 \sin Bt)$

iii) α_1 为 k 重

α_1 对应齐次解部分 $= \alpha_1^n (C_1 \quad C_2 n \quad C_3 n^2 \quad \dots \quad C_k n^{k-1})$

(连续: α_1 为 k 重, 齐次解 $= e^{\alpha_1 t} (C_1 \quad C_2 t \quad C_3 t^2 \quad \dots \quad C_k t^{k-1})$)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/886033021105010042>