

湖北省武汉市第四中学 2022-2023 学年高三第二学期综合练习（一）数学试题试卷

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列命题是真命题的是（ ）

- A. 若平面 α, β, γ ，满足 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ ，则 $\alpha \parallel \beta$ ；
- B. 命题 $P: \forall x \in R, 1-x^2 \leq 1$ ，则 $\neg P: \exists x_0 \in R, 1-x_0^2 \leq 1$ ；
- C. “命题 $p \vee q$ 为真”是“命题 $p \wedge q$ 为真”的充分不必要条件；
- D. 命题“若 $(x-1)e^x + 1 = 0$ ，则 $x = 0$ ”的逆否命题为：“若 $x \neq 0$ ，则 $(x-1)e^x + 1 \neq 0$ ”。

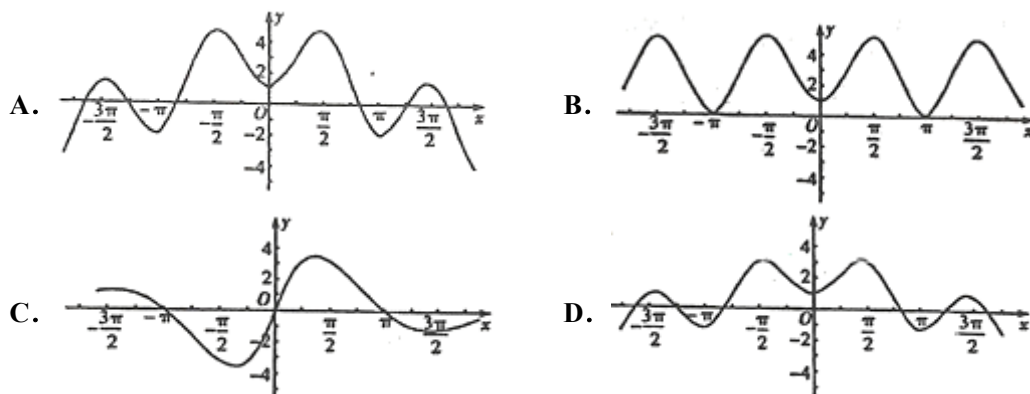
2. 设集合 $A = \{x | -2 < x, 2, x \in Z\}, B = \{x | \log_2 x < 1\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）

- A. $(0, 2)$ B. $(-2, 2]$ C. $\{1\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

3. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形，点 D, E 分别是边 AB, BC 的中点，连接 DE 并延长到点 F ，使得 $DE = 2EF$ ，则 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值为（ ）

- A. $\frac{11}{8}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

4. 函数 $f(x) = 6^{|\sin x|} - \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$ 的图象大致为（ ）



5. 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，准线为 l ， A, B 是抛物线上的两个动点，且满足 $\angle AFB = \frac{2\pi}{3}$ ，设线段 AB

的中点 M 在 l 上的投影为 N ，则 $\frac{|MN|}{|AB|}$ 的最大值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

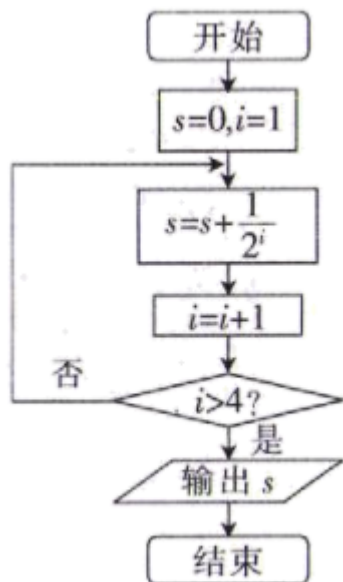
6. 设函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{5}\right)$ ($\omega > 0$)，若 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上有且仅有 5 个零点，则 ω 的取值范围为 ()

- A. $\left[\frac{12}{5}, \frac{29}{10}\right)$ B. $\left(\frac{12}{5}, \frac{29}{10}\right]$ C. $\left(\frac{12}{5}, \frac{29}{10}\right)$ D. $\left[\frac{12}{5}, \frac{29}{10}\right]$

7. 胡夫金字塔是底面为正方形的锥体，四个侧面都是相同的等腰三角形. 研究发现，该金字塔底面周长除以 2 倍的塔高，恰好为祖冲之发现的密率 $\frac{355}{113} \approx \pi$. 设胡夫金字塔的高为 h ，假如对胡夫金字塔进行亮化，沿其侧棱和底边布设单条灯带，则需要灯带的总长度约为

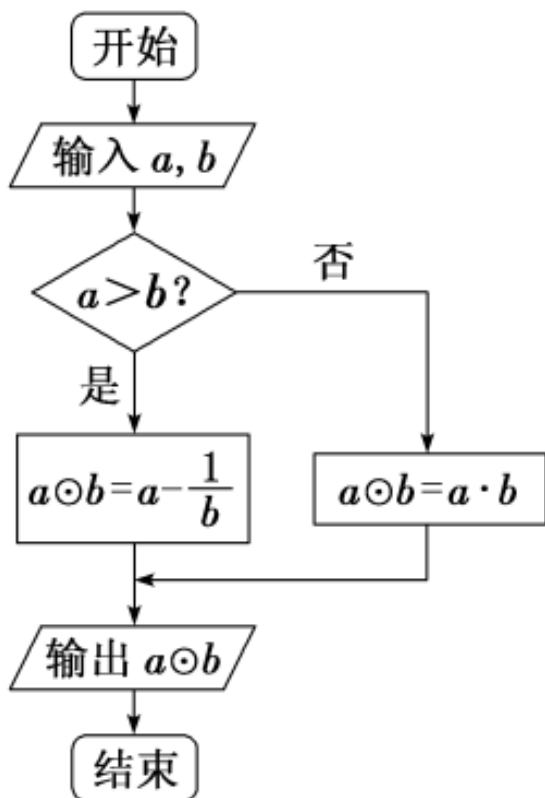
- A. $(4\pi + \frac{\sqrt{2\pi^2 + 4}}{2})h$ B. $(2\pi + \frac{\sqrt{\pi^2 + 16}}{4})h$
C. $(8\pi + 4\sqrt{2\pi^2 + 1})h$ D. $(2\pi + \sqrt{2\pi^2 + 16})h$

8. 执行如图所示的程序框图，输出的结果为 ()



- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{15}{8}$ C. $\frac{31}{16}$ D. $\frac{15}{16}$

9. 执行如图所示的程序框图，若输入 $a = \ln 10$ ， $b = \lg e$ ，则输出的值为 ()



- A. 0 B. 1 C. $2\lg e$ D. $2\lg 10$

10. 地球上的风能取之不尽, 用之不竭. 风能是清洁能源, 也是可再生能源. 世界各国致力于发展风力发电, 近 10 年来, 全球风力发电累计装机容量连年攀升, 中国更是发展迅猛, 2014 年累计装机容量就突破了 100GW, 达到 114.6GW, 中国的风力发电技术也日臻成熟, 在全球范围的能源升级换代行动中体现出大国的担当与决心. 以下是近 10 年全球风力发电累计装机容量与中国新增装机容量图. 根据所给信息, 正确的统计结论是 ()



- A. 截止到 2015 年中国累计装机容量达到峰值
 B. 10 年来全球新增装机容量连年攀升
 C. 10 年来中国新增装机容量平均超过 20GW
 D. 截止到 2015 年中国累计装机容量在全球累计装机容量中占比超过 $\frac{1}{3}$

11. 已知 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 给出四个命题:

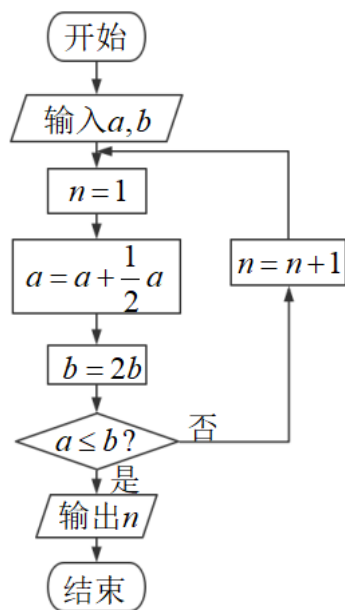
- ①若 $\alpha \perp \beta = m, n \subset \alpha, n \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$; ②若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$;

③若 $m \parallel n$, $m \subset \alpha$, $\alpha \parallel \beta$, 则 $n \parallel \beta$; ④若 $m \perp \alpha$, $n \perp \beta$, $m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$

其中正确的是 ()

- A. ①② B. ③④ C. ①④ D. ②④

12. 元代数学家朱世杰的数学名著《算术启蒙》是中国古代代数学的通论, 其中关于“松竹并生”的问题: 松长五尺, 竹长两尺, 松日自半, 竹日自倍, 松竹何日而长等. 下图是源于其思想的一个程序图, 若 $a = 32$, $b = 12$, 则输出的 $n =$ ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 二项式 $\left(\frac{1}{x} - 2x\right)^6$ 的展开式的各项系数之和为____, 含 x^2 项的系数为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega \in \mathbb{N}$) 在 $[0, \pi]$ 上仅有 2 个零点, 设 $g(x) = \sqrt{2}f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$, 则 $g(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的取值范围为_____.

15. 设 $(\sqrt{2} + x)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$, 则 $a_2 =$ _____,
 $(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10})^2 - (a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_9)^2$ 的值为_____.

16. 已知向量 $\vec{m} = (-2, 1)$, $\vec{n} = (4, y)$, 若 $\vec{m} \perp \vec{n}$, 则 $|2\vec{m} + \vec{n}| =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在极坐标系 Ox 中, 曲线 C 的极坐标方程为 $\frac{\rho^2}{\sqrt{2} - \rho \sin \theta} = \sqrt{2} + \rho \sin \theta$, 直线 l 的极坐标方程为

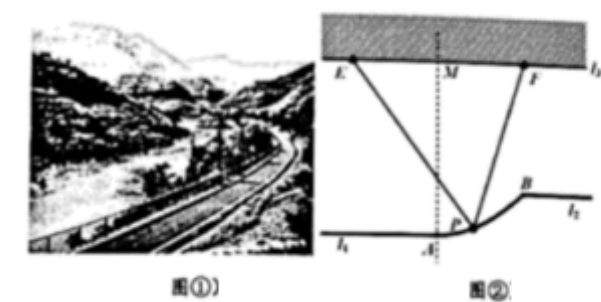
$\rho(\cos \theta - \sin \theta) = 1$, 设 l 与 C 交于 A 、 B 两点, AB 中点为 M , AB 的垂直平分线交 C 于 E 、 F . 以 O

为坐标原点，极轴为 x 轴的正半轴建立直角坐标系 xOy .

(1) 求 C 的直角坐标方程与点 M 的直角坐标；

(2) 求证： $|MA| \cdot |MB| = |ME| \cdot |MF|$.

18. (12 分) 某地为改善旅游环境进行景点改造. 如图, 将两条平行观光道 l_1 和 l_2 通过一段抛物线形状的栈道 AB 连通 (道路不计宽度), l_1 和 l_2 所在直线的距离为 0.5 (百米), 对岸堤岸线 l_3 平行于观光道且与 l_2 相距 1.5 (百米) (其中 A 为抛物线的顶点, 抛物线的对称轴垂直于 l_3 , 且交 l_3 于 M), 在堤岸线 l_3 上的 E, F 两处建造建筑物, 其中 E, F 到 M 的距离为 1 (百米), 且 F 恰在 B 的正对岸 (即 $BF \perp l_3$).



(1) 在图②中建立适当的平面直角坐标系, 并求栈道 AB 的方程;

(2) 游客 (视为点 P) 在栈道 AB 的何处时, 观测 EF 的视角 ($\angle EPF$) 最大? 请在 (1) 的坐标系中, 写出观测点 P 的坐标.

19. (12 分) 已知中心在原点 O 的椭圆 C 的左焦点为 $F_1(-1,0)$, C 与 y 轴正半轴交点为 A , 且 $\angle AF_1O = \frac{\pi}{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过点 A 作斜率为 $k_1, k_2 (k_1 k_2 \neq 0)$ 的两条直线分别交 C 于异于点 A 的两点 M, N . 证明: 当 $k_2 = \frac{k_1}{k_1 - 1}$ 时, 直线 MN 过定点.

20. (12 分) 在综合素质评价的某个维度的测评中, 依据评分细则, 学生之间相互打分, 最终将所有的数据合成一个分数, 满分 100 分, 按照大于或等于 80 分的为优秀, 小于 80 分的为合格, 为了解学生的在该维度的测评结果, 在毕业班中随机抽出一个班的数据. 该班共有 60 名学生, 得到如下的列联表:

	优秀	合格	总计
男生	6		
女生		18	
合计			60

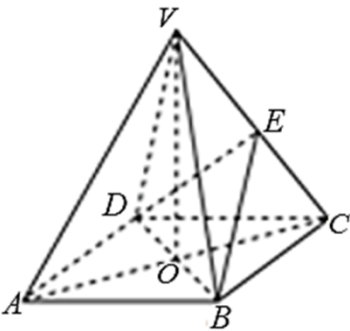
已知在该班随机抽取 1 人测评结果为优秀的概率为 $\frac{1}{3}$.

- (1) 完成上面的列联表;
- (2) 能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为性别与测评结果有关系?
- (3) 现在如果想了解全校学生在该维度的表现情况, 采取简单随机抽样方式在全校学生中抽取少数一部分来分析, 请你选择一个合适的抽样方法, 并解释理由.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k)$	0.25	0.10	0.025
k	1.323	2.706	5.024

21. (12 分) 如图, 四棱锥 $V-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , $VO \perp$ 平面 $ABCD$, E 是棱 VC 的中点.



- (1) 求证: $VO \parallel$ 平面 BDE ;
- (2) 求证: 平面 $VAC \perp$ 平面 BDE .

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = e^x$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2) 若对任意的 $m \in \mathbf{R}$, 当 $x > 0$ 时, 都有 $m^2 \left(2f(x) + \frac{1}{x} \right) > 2\sqrt{2km} - 1$ 恒成立, 求最大的整数 k .

(参考数据: $e^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \approx 1.78$)

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. D

【解析】

根据面面关系判断 A；根据否定的定义判断 B；根据充分条件，必要条件的定义判断 C；根据逆否命题的定义判断 D.

【详解】

若平面 α , β , γ , 满足 $\alpha \perp \gamma$, $\beta \perp \gamma$, 则 α, β 可能相交, 故 A 错误;

命题“ $P: \forall x \in R, 1-x^2 \leq 1$ ”的否定为 $\neg P: \exists x_0 \in R, 1-x_0^2 > 1$, 故 B 错误;

$P \vee q$ 为真, 说明 P, q 至少一个为真命题, 则不能推出 $P \wedge q$ 为真; $P \wedge q$ 为真, 说明 P, q 都为真命题, 则 $P \vee q$ 为真, 所以“命题 $P \vee q$ 为真”是“命题 $P \wedge q$ 为真”的必要不充分条件, 故 C 错误;

命题“若 $(x-1)e^x + 1 = 0$, 则 $x = 0$ ”的逆否命题为: “若 $x \neq 0$, 则 $(x-1)e^x + 1 \neq 0$ ”, 故 D 正确;

故选 D

【点睛】

本题主要考查了判断必要不充分条件, 写出命题的逆否命题等, 属于中档题.

2. C

【解析】

解对数不等式求得集合 B , 由此求得两个集合的交集.

【详解】

由 $\log_2 x < 1 = \log_2 2$, 解得 $0 < x < 2$, 故 $B = (0, 2)$. 依题意 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, 所以 $A \cap B = \{1\}$.

故选: C

【点睛】

本小题主要考查对数不等式的解法, 考查集合交集的概念和运算, 属于基础题.

3. D

【解析】

设 $\vec{BA} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$, 作为一个基底, 表示向量 $\vec{DE} = \frac{1}{2}\vec{AC} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$, $\vec{DF} = \frac{3}{2}\vec{DE} = \frac{3}{4}(\vec{b} - \vec{a})$,

$\vec{AF} = \vec{AD} + \vec{DF} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{4}(\vec{b} - \vec{a}) = -\frac{5}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$, 然后再用数量积公式求解.

【详解】

设 $\vec{BA} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$,

$$\text{所以 } \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}), \quad \overrightarrow{DF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{DE} = \frac{3}{4}(\vec{b} - \vec{a}), \quad \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{4}(\vec{b} - \vec{a}) = -\frac{5}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b},$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{5}{4}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{3}{4}\vec{b} \cdot \vec{b} = \frac{1}{8}.$$

故选: D

【点睛】

本题主要考查平面向量的基本运算, 还考查了运算求解的能力, 属于基础题.

4. A

【解析】

用偶函数的图象关于 y 轴对称排除 C , 用 $f(\pi) < 0$ 排除 B , 用 $f(\frac{\pi}{2}) > 4$ 排除 D . 故只能选 A .

【详解】

$$\text{因为 } f(-x) = 6^{|\sin(-x)|} - \frac{(-x)^2}{\sqrt{1+(-x)^2}} = 6^{|\sin x|} - \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} = f(x),$$

所以函数 $f(x)$ 为偶函数, 图象关于 y 轴对称, 故可以排除 C ;

$$\text{因为 } f(\pi) = 6^{|\sin \pi|} - \frac{\pi^2}{\sqrt{1+\pi^2}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\pi^4} + \frac{1}{\pi^2}}} < 1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}} = 1 - 1 = 0, \text{ 故排除 } B,$$

$$\text{因为 } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6^{|\sin \frac{\pi}{2}|} - \frac{(\frac{\pi}{2})^2}{\sqrt{1+(\frac{\pi}{2})^2}} = 6 - \frac{1}{\sqrt{\frac{16}{\pi^4} + \frac{4}{\pi^2}}} > 6 - \frac{1}{\sqrt{\frac{16}{4^4} + \frac{4}{4^2}}} = 6 - \frac{4}{\sqrt{5}} > 6 - \frac{4}{2} = 6 - 2 = 4 \text{ 由图象知, 排除 } D.$$

故选: A

【点睛】

本题考查了根据函数的性质, 辨析函数的图像, 排除法, 属于中档题.

5. B

【解析】

试题分析: 设 A, B 在直线 l 上的投影分别是 A_1, B_1 , 则 $|AF| = |AA_1|$, $|BF| = |BB_1|$, 又 M 是 AB 中点, 所以

$$|MN| = \frac{1}{2}(|AA_1| + |BB_1|), \text{ 则 } \frac{|MN|}{|AB|} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|AA_1| + |BB_1|}{|AB|} = \frac{|AF| + |BF|}{2|AB|}, \text{ 在 } \triangle ABF \text{ 中}$$

$$|AB|^2 = |AF|^2 + |BF|^2 - 2|AF||BF|\cos \frac{2\pi}{3} = |AF|^2 + |BF|^2 + |AF||BF| = (|AF| + |BF|)^2 - |AF||BF| \geq (|AF| + |BF|)^2$$

$$- \left(\frac{|AF| + |BF|}{2} \right)^2 = \frac{3}{4}(|AF| + |BF|)^2, \text{ 所以 } \frac{(|AF| + |BF|)^2}{|AB|^2} \leq \frac{4}{3}, \text{ 即 } \frac{|AF| + |BF|}{|AB|} \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}, \text{ 所以 } \frac{|MN|}{|AB|} \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$$

, 故选 B.

考点: 抛物线的性质.

【名师点睛】

在直线与抛物线的位置关系问题中, 涉及到抛物线上的点到焦点的距离, 焦点弦长, 抛物线上的点到准线 (或与准线平行的直线) 的距离时, 常常考虑用抛物线的定义进行问题的转化. 象本题弦 AB 的中点 M 到准线的距离首先等于 A, B 两点到准线距离之和的一半, 然后转化为 A, B 两点到焦点 F 的距离, 从而与弦长 $|AB|$ 之间可通过余弦定理建立关系.

6. A

【解析】

由 $0 \leq x \leq 2\pi$ 求出 $\omega x + \frac{\pi}{5}$ 范围, 结合正弦函数的图象零点特征, 建立 ω 不等量关系, 即可求解.

【详解】

$$\text{当 } x \in [0, 2\pi] \text{ 时, } \omega x + \frac{\pi}{5} \in \left[\frac{\pi}{5}, 2\pi\omega + \frac{\pi}{5} \right],$$

$\because f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上有且仅有 5 个零点,

$$\therefore 5\pi \leq 2\omega\pi + \frac{\pi}{5} < 6\pi, \therefore \frac{12}{5} \leq \omega < \frac{29}{10}.$$

故选:A.

【点睛】

本题考查正弦型函数的性质, 整体代换是解题的关键, 属于基础题.

7. D

【解析】

设胡夫金字塔的底面边长为 a , 由题可得 $\frac{4a}{2h} = \pi$, 所以 $a = \frac{\pi h}{2}$,

$$\text{该金字塔的侧棱长为 } \sqrt{h^2 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2} = \sqrt{h^2 + \frac{\pi^2 h^2}{8}} = \frac{h\sqrt{2\pi^2 + 16}}{4},$$

$$\text{所以需要灯带的总长度约为 } 4 \times \frac{h\sqrt{2\pi^2 + 16}}{4} + 4 \times \frac{\pi h}{2} = (2\pi + \sqrt{2\pi^2 + 16})h, \text{ 故选 D.}$$

8. D

【解析】

由程序框图确定程序功能后可得出结论.

【详解】

执行该程序可得 $S = 0 + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} = \frac{15}{16}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查程序框图. 解题可模拟程序运行, 观察变量值的变化, 然后可得结论, 也可以由程序框图确定程序功能, 然后求解.

9. A

【解析】

根据输入的值大小关系, 代入程序框图即可求解.

【详解】

输入 $a = \ln 10$, $b = \lg e$,

因为 $\ln 10 > 1 > \lg e$, 所以由程序框图知,

输出的值为 $a - \frac{1}{b} = \ln 10 - \frac{1}{\lg e} = \ln 10 - \ln 10 = 0$.

故选：A

【点睛】

本题考查了对数式大小比较, 条件程序框图的简单应用, 属于基础题.

10. D

【解析】

先列表分析近 10 年全球风力发电新增装机容量, 再结合数据研究单调性、平均值以及占比, 即可作出选择.

【详解】

年份	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
累计装机容量	158.1	197.2	237.8	282.9	318.7	370.5	434.3	489.2	542.7	594.1
新增装机容量		39.1	40.6	45.1	35.8	51.8	63.8	54.9	53.5	51.4

中国累计装机容量逐年递增, A 错误; 全球新增装机容量在 2015 年之后呈现下降趋势, B 错误; 经计算, 10 年来中国新增装机容量平均每年为 19.77GW, 选项 C 错误; 截止到 2015 年中国累计装机容量 197.7GW, 全球累计装机容量 $594.1 - 158.1 = 436$ GW, 占比为 45.34%, 选项 D 正确.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/886213150105010235>