解三角形综合压轴小题归类（16 题型提分练）

题型盘点·直击高考

目录

题型突围·精准提分

题型一： 三角形几解求参

指I点I迷I津

判断三角形解的个数有 2 种：

画图法：以已知角的对边为半径画弧，通过与邻边的交点个数判断解的个数。

①若无交点，则无解；

②若有一个交点，则有一个解；

③若有两个交点，则有两个解；

④若交点重合，虽然有两个交点，但只能算作一个解。

公式法：运用正弦定理进行求解。

①a＝bsinA，△=0，则一个解；

②a＞bsinA，△>0，则两个解；

③a＜bsinA，△＜0，则无解。

1．(23-24 高三·陕西榆林·)在 $\triangle ABC$ 中，角A,B,C 的对边分别为a，b，c，若 $B=60^\circ$， $b=3\sqrt{3}$， $\triangle ABC$ 只有一个解，则c 的取值范围为(　　)

A．$\left(0,3\sqrt{3}\right)$　　B．$\left(0,3\sqrt{3}\right]$　　C．$\left(3\sqrt{3},6\right)$　　D．$\left(0,3\sqrt{3}\right]\cup\{6\}$

2．(23-24 高三·江苏南通·) 已知 $\triangle ABC$ 的内角A，B，C 所对的边分别为a，b，c，若满足条件 $A=\frac{\pi}{6}$，$c=2$ 的$\triangle ABC$ 有两个，则a 的取值范围为(　　)

A．$(1,2)$　　B．$(2,+\infty)$　　C．$[1,2)$　　D．$(1,2]$

3．(2023·四川绵阳·模拟预测）命题p：“若$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 满足：$AB=DE=x,BC=EF=2,\cos A=\cos D=\frac{4}{5}$，则 $\triangle ABC @ \triangle DEF$”．已知命题$p$ 是真命题，则x 的值不可以是(　　)

A．1　　B．2　　C．$\frac{10}{3}$　　D．$\frac{7}{3}$

4．(23-24 高三下·浙江·)在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=\frac{\pi}{3}, AB=4, BC=a$，且满足该条件的 $\triangle ABC$ 有两个，则 a 的取值范围是（   ）

A．$(0,2)$　　　B．$(2,2\sqrt{3})$　　　C．$(2,4)$　　　D．$(2\sqrt{3},4)$

5．(22-23 高三·北京）已知在$\triangle ABC$中，$\angle B=60^\circ$，$b=\sqrt{3}$，若满足条件的三角形有且只有一个，则 a 的取值范围是（　）

A．$\{a\mid 0<a<\sqrt{3}\}$　　B．$\{a\mid 0<a<\sqrt{3}$ 或 $a=2\}$

C．$\{a\mid 0<a\le\sqrt{3}\}$　　D．$\{a\mid 0<a\le\sqrt{3}$ 或 $a=2\}$

题型二：判断三角形形状：化角为边型

指I点I迷I津

正余弦定理：化角为边型

若式子中含有余弦的齐次式，优先考虑余弦定理"角化边"；

1．(2021 高三·全国·专题练习）设$\triangle ABC$的三边长为$BC=a$，$CA=b$，$AB=c$，若$\tan\frac{A}{2}=\frac{a}{b+c}$，$\tan\frac{B}{2}=\frac{b}{a+c}$，则$\triangle ABC$是（　）.

A．等腰三角形　　B．直角三角形

C．等腰三角形或直角三角形　　D．等腰直角三角形

2．(20-21 高三·上海浦东新·)已知 $\triangle ABC$ 的三条边a,b,c 和与之对应的三个角A,B,C 满足等式

$a\cos B+b\cos C+c\cos A=b\cos A+c\cos B+a\cos C$则此三角形的形状是（　）

A．等腰三角形　　B．直角三角形

C．等腰或直角三角形　　D．等腰直角三角形

3．(18-19 高三·四川雅安·阶段练习）在$\triangle ABC$中，$\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}=\frac{\sin(A+B)}{\sin(A-B)}$，则$\triangle ABC$的形状是（　）

A．等腰三角形但一定不是直角三角形

B．等腰直角三角形

C．直角三角形但一定不是等腰三角形

D．等腰三角形或直角三角形

4．(23-24 高三·江苏徐州）在$\triangle ABC$中，若$\frac{1-\cos 2C}{c\cdot\cos B}=\frac{1-\cos 2B}{b\cdot\cos C}$，则$\triangle ABC$的形状为（　）

A．等腰三角形　　B．直角三角形

C．等腰直角三角形　　D．等腰三角形或直角三角形

5．(23-24 高三·安徽芜湖·)已知a,b,c分别是$\triangle ABC$三个内角A,B,C的对边，下列关于$\triangle ABC$的形状判断一定正确的为(　　)

A．$\sin^2 A+\sin^2 B=\sin C$，则$\triangle ABC$为直角三角形

B．$\sin^2 A+\sin^2 B=\sin C$，则$\triangle ABC$为等腰三角形

C．$\sin^2 A+\sin^2 B+\sin^2 C=2$，则$\triangle ABC$为直角三角形

D．$\sin^2 A+\sin^2 B+\sin^2 C=2$，则$\triangle ABC$为等腰三角形

题型三：判断三角形形状：化边为角型

指I点I迷I津

正余弦定理：化边为角型

（1）若式子中含有正弦的齐次式，优先考虑正弦定理"角化边"；

1．(22-23 高三·上海青浦·阶段练习）已知$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别是a，b，c，下列命题中，真命题的个数是(　　)

（1）若$a^2\tan B=b^2\tan A$，则$\triangle ABC$是等腰三角形；

（2）若$\sin A=\cos B$，则$\triangle ABC$是直角三角形；

（3）若$\cos A\cos B\cos C<0$，则$\triangle ABC$是钝角三角形；

（4）若$\cos(A-B)\cos(B-C)\cos(C-A)=1$，则$\triangle ABC$是等边三角形.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．(22-23 高三·福建福州·)　$\triangle ABC$中三个角的对边分别记为a、b、c，其面积记为S，有以下命题：①$S=\frac{1}{2}a^2\frac{\sin B\sin C}{\sin A}$；②若$2\cos B\sin A=\sin C$，则$\triangle ABC$是等腰直角三角形；③$\sin^2 C=\sin^2 A+\sin^2 B-2\sin A\sin B\cos C$；④$(a^2+b^2)\sin(A-B)=(a^2-b^2)\sin(A+B)$，则$\triangle ABC$是等腰或直角三角形.其中正确的命题是

A. ①②③　　B. ①②④　　C. ②③④　　D. ①③④

3．(23-24 高三·重庆·)　$\triangle ABC$中，角A,B,C所对应的边分别是a,b,c，$c=a\cos B+c\cos A$，则$\triangle ABC$的形状是　(　　)

A．等腰三角形　　B．直角三角形

C．等腰直角三角形　　D．等腰或直角三角形

4．(23-24 高三·广东广州·)在 $\triangle ABC$ 中，角 A、B、C 所对的边为 a、b、c 若$\frac{b^2}{c^2}=\frac{\tan B}{\tan C}$，则 $\triangle ABC$ 的形状是(　　)

A．等腰三角形　　B．直角三角形

C．等腰三角形或直角三角形　　D．等腰直角三角形

5．(2024·山东·二模）在$\triangle ABC$ 中，设内角A,B,C 的对边分别为a,b,c，设甲：$b-c=a(\cos C-\cos B)$，设乙：$\triangle ABC$ 是直角三角形，则(　　)

A．甲是乙的充分条件但不是必要条件

B．甲是乙的必要条件但不是充分条件

C．甲是乙的充要条件

D．甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

题型四：面积公式的应用

指I点I迷I津

三角形面积，不仅仅有常见的“底乘高”，还有以下：

①$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{abc}{4R}$

②$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}(a+b+c)\cdot r$(r 是切圆的半径)

1．(23-24 高三·重庆·)已知 $\triangle ABC$ 的内角A，B，C 的对边分别为a，b，c，$\triangle ABC$ 的面积为S，$S=\left(\frac{1}{2}b^2-c^2\right)\sin A$，$\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan C}=\frac{2}{\tan B}$，则$A=$（　　）

A．120°　　B．135°　　C．150°　　D．165°

2．(2023·江西景德镇·模拟预测）已知$\triangle ABC$ 中，设角A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，$\triangle ABC$ 的面积为S，若$3\sin^2 B+2\sin^2 C=\sin A(\sin A+2\sin B\sin C)$，则 $\frac{S}{b^2}$ 的值为(　　)

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

3．(2023·海南·二模）在锐角三角形 ABC 中，角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c,已知

$a=\sqrt{3}$，$\left(b^2+c^2-3\right)\tan A=\sqrt{3}bc$，$2\cos^2\frac{A+B}{2}=\left(\sqrt{2}-1\right)\cos C$，则△ABC 的面积