

SMILE

HAPPINESS

JOYFUL

# 近世代数群的概念

Sunshine

REPORTING

ENRICH YOUR LIFE TODAY. TOMORROW IS MYSTERY.



# 目录

## CONTENT

- 群的定义与性质
- 群的基本运算
- 群的同态与同构
- 循环群与交换群
- 群的扩张与表示
- 群在数学中的应用



# 01

## 群的定义与性质

*REPORTING*

*ENRICH YOUR LIFE TODAY. TOMORROW IS MYSTERY.*



# 群的定义



01

群是由一个集合和一个在其上的二元运算所组成的一个代数结构。

02

群中的元素称为群元，通常用小写字母表示，而二元运算则表示群元之间的关系。

03

群中的运算满足结合律，即对于任意三个群元 $a, b, c$ ，有 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ 。



# 群的性质

01

## 封闭性

群中的二元运算满足封闭性，即对于任意两个群元  $a, b$ ，如果  $a \cdot b = e$ ，那么  $b = a^{-1}$ 。

02

## 单位元存在

群中存在一个特殊的元素  $e$ ，使得对于任意群元  $a$ ，有  $e \cdot a = a \cdot e = a$ 。

03

## 逆元存在

对于任意群元  $a$ ，存在一个唯一的元素  $a^{-1}$ ，使得  $a \cdot a^{-1} = e$ 。



# 子群与商群



## 子群

如果集合 $H$ 是群 $G$ 的子集，并且二元运算在 $H$ 上满足群的封闭性和结合律，那么称 $H$ 为群 $G$ 的子群。

## 商群

如果存在一个从群 $G$ 到另一个群 $H$ 的同态映射，那么称群 $H$ 为群 $G$ 的商群。



# 02

## 群的基本运算

*REPORTING*

*ENRICH YOUR LIFE TODAY. TOMORROW IS MYSTERY.*



# 群的乘法

1

## 总结词

群的基本运算之一，表示两个元素通过某种规则结合在一起。

2

## 详细描述

在群中，乘法是一种封闭的二元运算，即任意两个元素经过乘法运算后仍属于群，并且满足结合律和有单位元。

3

## 举例

在整数加法群中，乘法运算即为加法运算，满足结合律和有单位元0。



# 群的逆元



## 总结词

群中每个元素都存在一个逆元，使得两元素相乘得到单位元。



## 详细描述

在群中，每个元素 $x$ 都存在一个逆元 $x^{-1}$ ，使得 $x * x^{-1} = e$ （单位元）。逆元的性质是唯一的，即 $x^{-1} * x = e$ 。



## 举例

在模2加法群中，1的逆元是1，0的逆元是0。



# 群的单位元



## 总结词

群中唯一一个与任何元素相乘都得到该元素的元素。

## 详细描述

在群中，单位元是与任何元素相乘都得到该元素的唯一元素。

单位元的性质是唯一的，且每个群都至少有一个单位元。

## 举例

在整数加法群中，单位元是0；在模2加法群中，单位元是0。

。



# 03

## 群的同态与同构

*REPORTING*

*ENRICH YOUR LIFE TODAY. TOMORROW IS MYSTERY.*



# 群的同态

## 第一季度

### 总结词

群的同态是保持群运算的映射关系。

## 第二季度

### 详细描述

群的同态是群之间的一个映射关系，它保持了群中的运算。具体来说，如果存在一个映射  $f$ ，使得对于群  $G$  中的任意元素  $a$  和  $b$ ，都有  $f(a*b) = f(a) * f(b)$ ，那么这个映射  $f$  就是群  $G$  的一个同态。

## 第三季度

### 总结词

同态的核是同态映射中保持不变的元素集合。

## 第四季度

### 详细描述

同态的核是群  $G$  的一个子集，它包含了所有在同态映射下保持不变的元素。也就是说，如果一个元素在同态映射下保持不变，那么这个元素就属于同态的核。



# 群的同构

## 总结词

---

群的同构是群之间的双射映射关系。

## 详细描述

---

群的同构是群之间的一个双射映射关系，它不仅保持了群中的运算，而且还是一一对应的。也就是说，如果存在一个映射 $f$ ，使得对于群 $G$ 中的任意元素 $a$ ，都有 $f(a)$ 在另一个群 $H$ 中存在唯一确定的元素 $b$ ，使得 $a$ 和 $b$ 在各自的群中都属于相同的子集，那么这个映射 $f$ 就是群 $G$ 和群 $H$ 的一个同构。



# 群的同构

## 总结词

同构的核是同构映射中保持不变的元素集合。

## 详细描述

同构的核是群 $G$ 的一个子集，它包含了所有在同构映射下保持不变的元素。也就是说，如果一个元素在同构映射下保持不变，那么这个元素就属于同构的核。



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/887021045003006100>