

第 02 讲 6.2.1 排列+6.2.2 排列数

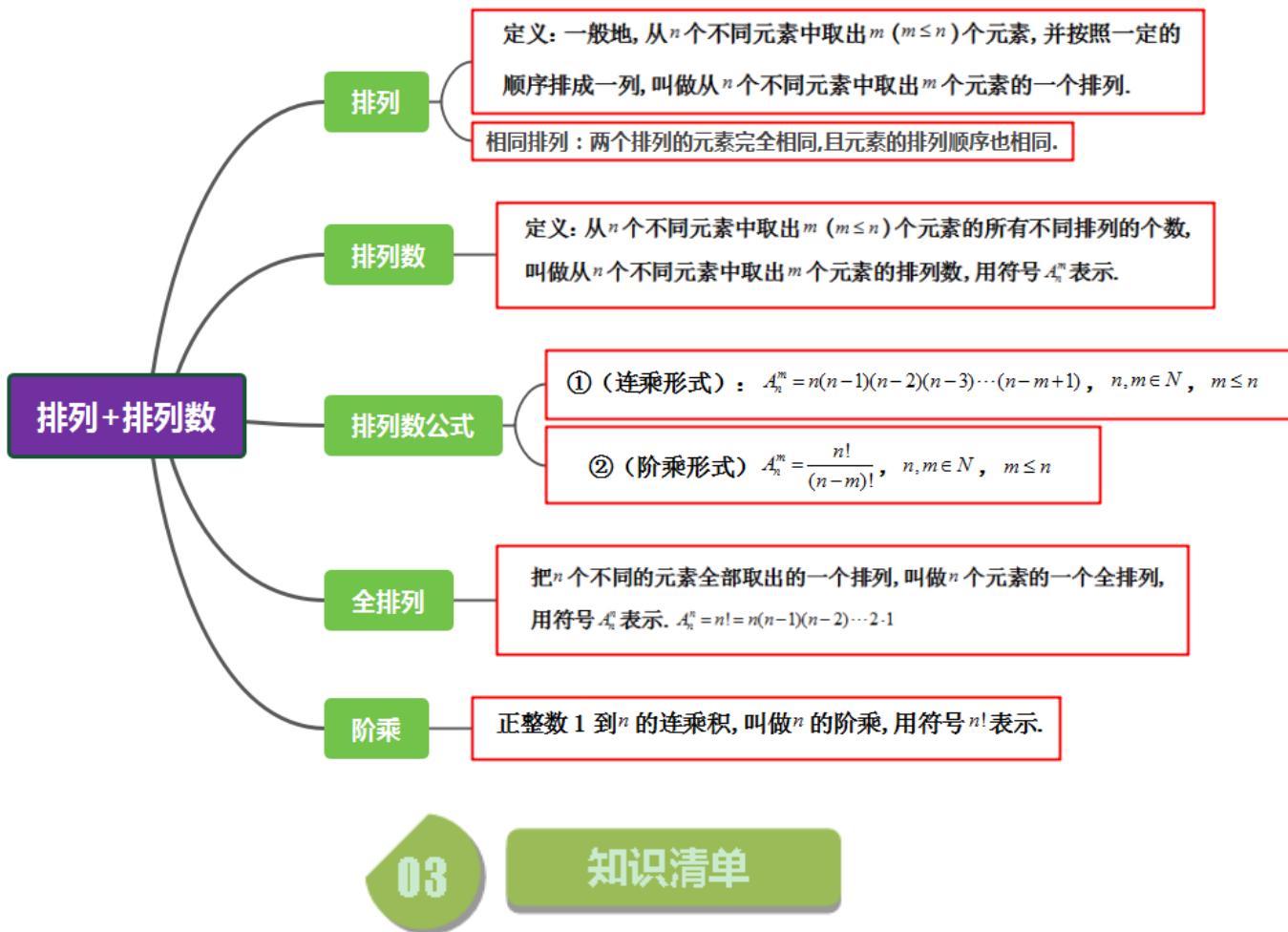
01

学习目标

| 课程标准                                                                                                                                                                                      | 学习目标                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>①了解排列的意义。</p> <p>②掌握常见的排列处理方法。</p> <p>③会用排列的相关方法解决简单的排列问题。</p> <p>④理解与掌握排列数公式</p> <p>⑤熟练应用排列数公式及性质求解与排列数有关的量，并能证明恒等式，求方程的解及不等式的解。</p> <p>⑥能解决一些简单的实际问题. 熟练应用公式表达排列的相关关系，及求解常见的排列问题</p> | <p>1. 通过本节课学习，要求在掌握排列的意义基础上，能解决简单的排列问题；</p> <p>2 能准确判断排列问题；</p> <p>3. 能准确用排列数公式表达排列的关系，并能应用排列数的公式求解与排列有关的实际问题与数学问题；</p> |

02

思维导图



### 知识点 01：排列

(1) **定义**：一般地，从  $n$  个不同元素中取出  $m$  ( $m \leq n$ ) 个元素，并按照一定的顺序排成一行，叫做从  $n$  个不同元素中取出  $m$  个元素的一个排列。

(2) **相同排列**：两个排列的元素完全相同，且元素的排列顺序也相同。

**【即学即练 1】**（2023·全国·高二课堂例题）从 5 位同学中选 3 位排成一行，共有多少种不同的排法？

**【答案】** 60 种

**【详解】** 从 5 位同学中选 3 位排成一行，对应于从 5 个不同元素中取出 3 个元素的一个排列，所以不同排法的种数是  $A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ （种）。

### 知识点 02：排列数与排列数公式

(1) **定义**：从  $n$  个不同元素中取出  $m$  ( $m \leq n$ ) 个元素的所有不同排列的个数，叫做从  $n$  个不同元素中取出  $m$  个元素的排列数，用符号  $A_n^m$  表示。

(2) **排列数公式**

①（连乘形式）： $A_n^m = n(n-1)(n-2)(n-3)\cdots(n-m+1)$ ， $n, m \in N$ ， $m \leq n$

② (阶乘形式)  $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ ,  $n, m \in \mathbb{N}$ ,  $m \leq n$

(3) **全排列**: 把  $n$  个不同的元素全部取出的一个排列, 叫做  $n$  个元素的一个全排列, 用符号  $A_n^n$  表示.

$$A_n^n = n! = n(n-1)(n-2)\cdots 2 \cdot 1$$

(4) **阶乘**: 正整数 1 到  $n$  的连乘积, 叫做  $n$  的阶乘, 用符号  $n!$  表示.

**【即学即练 2】** (2023 上·高二课时练习) 将 6 本不同的书排成一排, 有多少种不同的排法?

**【答案】** 720

**【详解】** 将 6 本不同的书排成一排, 一共有  $A_6^6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$  种不同的排法.

**【即学即练 3】** (2021·高二课时练习) 证明  $(n+1)! - n! = n \cdot n!$ , 并用它来化简

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \cdots + 10 \times 10!$$

**【答案】** 证明见详解;  $11! - 1$

**【详解】** 证明  $(n+1)! - n! = (n+1) \cdot n! - n! = (n+1-1) \cdot n! = n \cdot n!$ , 即证.

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \cdots + 10 \times 10!$$

$$= 2! - 1! + 3! - 2! + \cdots + 11! - 10! = 11! - 1! = 11! - 1$$

**【即学即练 4】** (2023·江苏·高二专题练习) 解方程:  $3A_8^x = 4A_9^{x-1}$ .

**【答案】**  $x=6$

**【详解】** 由题设  $\frac{3 \times 8!}{(8-x)!} = \frac{4 \times 9!}{(10-x)!}$ , 则  $\frac{12}{(10-x)(9-x)} = 1$ ,

所以  $x^2 - 19x + 78 = 0$ , 可得  $x=6$  或  $x=13$ ,

又  $\begin{cases} 0 < x \leq 8 \\ 0 < x-1 \leq 9 \end{cases}$  且  $x \in \mathbb{N}^*$ , 则  $1 < x \leq 8$  且  $x \in \mathbb{N}^*$ ,

所以  $x=6$ .

## 04

## 题型精讲

### 题型 01 排列的定义

**【典例 1】** 1 (2023 下·吉林长春·高二长春外国语学校校考阶段练习) 下面问题中, 是排列问题的是 ( )

- A. 由 1, 2, 3 三个数字组成无重复数字的三位数
- B. 从 40 人中选 5 人组成篮球队
- C. 从 100 人中选 2 人抽样调查
- D. 从 1, 2, 3, 4, 5 中选 2 个数组成集合

**【答案】** A

**【详解】** 根据排列及排列数的定义, 可得:

对于 A 中，由 1, 2, 3 三个数字组成无重复数字的三位数，符合排列的定义，是排列问题；

对于 B 中，从 40 人中选 5 人组成篮球队，与顺序无关的问题，不是排列问题；

对于 C 中，从 100 人中选 2 人抽样调查，与顺序无关的问题，不是排列问题；

对于 D 中，从 1, 2, 3, 4, 5 中选 2 个数组成集合，与顺序无关的问题，不是排列问题.

故选：A.

**【典例 2】**（2023·高二课时练习）给出下列问题：

①有 10 位同学，每两人互通一次电话，共通了多少次电话？

②有 10 位同学，每两人互写一封信，共写了多少封信？

③有 10 位同学，每两人互握一次手，共握了多少次手？

以上问题中，属于排列问题的是\_\_\_\_\_。（写出所有满足要求的问题序号）

**【答案】**②

**【详解】**对于①，假设 10 位同学中含甲乙，甲与乙通一次电话，也就是乙与甲通一次电话，没有顺序区别，故不是排列问题；

对于②，假设 10 位同学中含甲乙，甲给乙写一封信，跟乙给甲写一封信，是不一样的，是有顺序区别的，故属于排列问题；

对于③，假设 10 位同学中含甲乙，甲与乙握一次手，也就是乙与甲握一次手，没有顺序区别，故不是排列问题，

故答案为：②

**【典例 3】**（2023·高二课时练习）下列问题属于排列问题的是( )

①从 10 个人中选 2 人分别去种树和扫地；

②从 10 个人中选 2 人去扫地；

③从班上 30 名男生中选出 5 人组成一个篮球队；

④从数字 5, 6, 7, 8 中任取两个不同的数作幂运算.

A. ①④    B. ①②    C. ③④    D. ①③④

**【答案】**A

**【详解】**①从 10 个人中选 2 人分别去种树和扫地，与顺序有关，故是排列；②从 10 个人中选 2 人去扫地，与顺序无关，故不是排列；③从班上 30 名男生中选出 5 人组成一个篮球队，与顺序无关，故不是排列；④从数字 5, 6, 7, 8 中任取两个不同的数作幂运算，与顺序有关，故是排列，故选：A.

**【变式 1】**（2023·全国·高二专题练习）判断下列问题是否为排列问题：

(1)北京、上海、天津三个民航站之间的直达航线的飞机票的价格(假设来回的票价相同)；

(2)选 2 个小组分别去植树和种菜；

(3)选 2 个小组去种菜；

(4)选 10 人组成一个学习小组；

(5)选 3 个人分别担任班长、学习委员、生活委员；

(6)某班 40 名学生在假期相互打电话.

【答案】(1)不是(2)是(3)不是(4)不是(5)是(6)是

【详解】(1)票价只有三种,虽然机票是不同的,但票价是一样的,不存在顺序问题,所以不是排列问题.

(2)植树和种菜是不同的,存在顺序问题,属于排列问题.

(3)不存在顺序问题,不属于排列问题.

(4)不存在顺序问题,不属于排列问题.

(5)每个人的职务不同,例如甲当班长或当学习委员是不同的,存在顺序问题,属于排列问题.

(6) $A$ 给 $B$ 打电话与 $B$ 给 $A$ 打电话是不同的,所以存在着顺序问题,属于排列问题.

所以在上述各题中(2)(5)(6)是排列问题,(1)(3)(4)不是排列问题.

【变式 2】(2022·高二课时练习)下列问题是排列问题吗?

(1)北京、上海、天津三个民航站之间的直达航线的飞机票的价格(假设来回的票价相同);

(2)某班 40 名学生在假期相互写信;

(3)会场有 50 个座位,要求选出 3 个座位,有多少种方法?若选出 3 个座位安排三位客人,又有多少种方法?

(4)平面上有 5 个点,其中任意 3 个点不共线,这 5 个点最多可确定多少条直线?可确定多少条射线?

【答案】(1)不是排列问题.

(2)是排列问题.

(3)选 3 个座位不是排列问题;选 3 个座位安排三位客人是排列问题.

(4)确定直线不是排列问题,确定射线是排列问题

【详解】(1)来回的票价是一样的,不存在顺序问题,所以不是排列问题.

(2) $A$ 给 $B$ 写信与 $B$ 给 $A$ 写信是不同的两件事,所以存在着顺序,属于排列问题.

(3)任选 3 个座位,与顺序无关,不是排列问题;选 3 个座位安排三位客人,与顺序有关,故是排列问题.

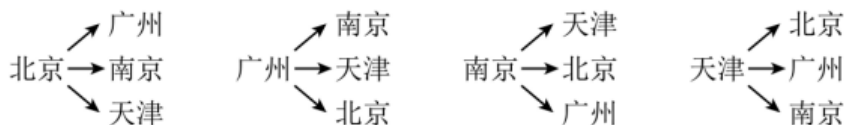
(4)直线与两点的顺序无关,故确定直线不是排列问题,射线与两点的顺序有关,故确定射线是排列问题.

## 题型 02 排列的列举问题

【典例 1】(2023·高二课时练习)北京、广州、南京、天津 4 个城市相互通航,应该有\_\_\_\_\_种机票.

【答案】12

【详解】列出每一个起点和终点情况,如图所示.



故符合题意的机票种类有:

北京 $\rightarrow$ 广州,北京 $\rightarrow$ 南京,北京 $\rightarrow$ 天津,广州 $\rightarrow$ 南京、广州 $\rightarrow$ 天津、广州 $\rightarrow$ 北京,

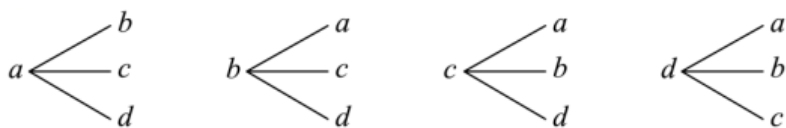
南京 $\rightarrow$ 天津,南京 $\rightarrow$ 北京,南京 $\rightarrow$ 广州,天津 $\rightarrow$ 北京,天津 $\rightarrow$ 广州,天津 $\rightarrow$ 南京,共 12 种,

故答案为: 12

【典例 2】（2023 上·高二课时练习）写出从  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  四个元素中任取两个不同元素的所有排列。

【答案】所有的排列是  $ab$ 、 $ac$ 、 $ad$ 、 $ba$ 、 $bc$ 、 $bd$ 、 $ca$ 、 $cb$ 、 $cd$ 、 $da$ 、 $db$ 、 $dc$ 。

【详解】先画出下面的树形图：



于是可知，所有的排列是  $ab$ 、 $ac$ 、 $ad$ 、 $ba$ 、 $bc$ 、 $bd$ 、 $ca$ 、 $cb$ 、 $cd$ 、 $da$ 、 $db$ 、 $dc$ 。

【典例 3】（2023·高二课时练习）请列出下列排列：

(1) 从 4 个不同元素  $a, b, c, d$  中任取 3 个元素的所有排列；

(2) 从 7 个不同元素  $a, b, c, d, e, f, g$  中任取 2 个元素的所有排列。

【答案】(1) 答案见解析

(2) 答案见解析

【详解】（1）根据题意，从 4 个不同元素  $a, b, c, d$  中任取 3 个元素的所有排列共有如下 24 种：

$abc, abd, acb, acd, adb, adc, bac, bad, bca, bcd, bda, bdc,$

$cab, cad, cba, cbd, cda, cdb, dab, dac, dba, dbc, dca, dcb.$

（2）从 7 个不同元素  $a, b, c, d, e, f, g$  中任取 2 个元素的所有排列共有如下 42 种：

$ab, ac, ad, ae, af, ag, ba, bc, bd, be, bf, bg, ca, cb, cd, ce, cf, cg$

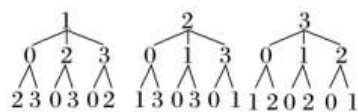
$da, db, dc, de, df, dg, ea, eb, ec, ed, ef, eg, fa, fb, fc, fd, fe, fg,$

$ga, gb, gc, gd, ge, gf.$

【变式 1】（2023·江苏·高二专题练习）从 0，1，2，3 这四个数字中，每次取出三个不同的数字排成一个三位数，能组成多少个不同的三位数？并写出这些三位数。

【答案】18 个，答案见解析。

【详解】画出树形图，如图：



由树形图知，符合条件的三位数共有 18 个，

它们是 102，103，120，123，130，132，201，203，210，213，230，231，301，302，310，312，320，321。

【变式 2】（2023·江苏·高二专题练习）写出下列问题的所有排列：

(1) 从 1，2，3，4 四个数字中任取两个数字组成两位数，共有多少个不同的两位数？

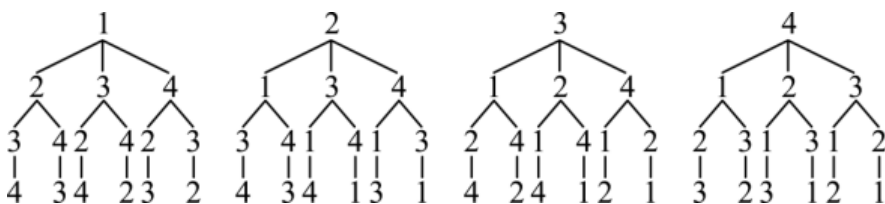
(2) 由 1，2，3，4 四个数字能组成多少个没有重复数字的四位数？试全部列出。

【答案】(1) 12；

(2) 24 个，答案见解析。

【详解】(1) 所有两位数是 12, 21, 13, 31, 14, 41, 23, 32, 24, 42, 34, 43, 共有 12 个不同的两位数.

(2) 画出树状图, 如图:



由树状图知, 所有的四位数为: 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431,

3124, 3142, 3214, 3241, 3412, 3421, 4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321, 共 24 个没有重复数字的四位数.

### 题型 03 排列数的计算、化简与证明

【典例 1】(2023 下·江苏苏州·高二江苏省苏州实验中学学校考阶段练习)

$(x-2)(x-3)(x-4)\cdots(x-15)$  ( $x \in \mathbb{N}_+, x > 15$ ) 可表示为 ( )

A.  $A_{x-2}^{13}$

B.  $A_{x-2}^{14}$

C.  $A_{x-15}^{13}$

D.  $A_{x-15}^{14}$

【答案】B

【详解】 $(x-2)(x-3)(x-4)\cdots(x-15) = \frac{(x-2)(x-3)(x-4)\cdots(x-15)(x-16)\cdots 2 \cdot 1}{(x-16)\cdots 2 \cdot 1}$   
 $= \frac{(x-2)!}{[(x-2)-14]!} = A_{x-2}^{14},$

故选: B.

【典例 2】(多选) (2023 上·河南·高二校联考阶段练习) 下列等式正确的是 ( )

A.  $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$

B.  $A_{30}^{14} = A_{30}^{16}$

C.  $A_n^m = nA_{n-1}^{m-1}$

D.  $A_{20}^7 = 20A_{20}^6$

【答案】AC

【详解】 $A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots[n-(m-1)] = \frac{n \times (n-1) \cdots 2 \times 1}{(n-m) \cdots 2 \times 1} = \frac{n!}{(n-m)!},$  故 A 正确;

由上述可知  $A_{30}^{14} = \frac{30!}{16!}, A_{30}^{16} = \frac{30!}{14!},$  因此  $A_{30}^{14} \neq A_{30}^{16},$  故 B 错误;

$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n \cdot \frac{(n-1)!}{[(n-1)-(m-1)]!} = nA_{n-1}^{m-1},$  故 C 正确;

由上述可知  $A_{20}^7 = 20A_{19}^6,$  故 D 错误.

---

故选:AC.



【典例 3】(2023·江苏·高二专题练习) 求不等式  $A_9^x > 6A_9^{x-2}$  的解集.

【答案】 $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

【详解】由题设  $\frac{9!}{(9-x)!} > 6 \times \frac{9!}{(11-x)!}$ , 则  $\frac{6}{(11-x)(10-x)} < 1$ ,

所以  $x^2 - 21x + 104 = (x-8)(x-13) > 0$ ,

又  $\begin{cases} 0 < x \leq 9 \\ 0 < x-2 \leq 9 \end{cases}$  且  $x \in \mathbb{N}^*$ , 则  $2 < x \leq 9$  且  $x \in \mathbb{N}^*$ ,

所以  $2 < x < 8$  且  $x \in \mathbb{N}^*$ , 则解集为  $\{3, 4, 5, 6, 7\}$ .

【变式 1】(2023 下·河北张家口·高二校联考阶段练习)

$(n-1998)(n-1999)\cdots(n-2023)(n-2024) (n \in \mathbb{N}, n > 2024)$  可表示为 ( )

A.  $A_{n-1998}^{27}$

B.  $A_{n-1998}^{26}$

C.  $A_{n-2024}^{27}$

D.  $A_{n-2024}^{26}$

【答案】A

【详解】 $(n-1998)(n-1999)\cdots(n-2023)(n-2024)$  中

总共有  $(n-1998)-(n-2024)+1=27$  个数连乘,

故  $(n-1998)(n-1999)\cdots(n-2023)(n-2024) = A_{n-1998}^{27}$ .

故选: A

【变式 2】(2023·江苏·高二专题练习)  $A_6^6 - 6A_5^5 + 5A_4^4 =$  \_\_\_\_\_.

【答案】120

【详解】由  $A_6^6 - 6A_5^5 + 5A_4^4 = A_6^6 - A_6^6 + A_5^5 = A_5^5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ .

故答案为: 120

【变式 3】(2023·江苏·高二专题练习) 解不等式:  $A_8^{x+2} < 6A_8^x$

【答案】6

【详解】由原不等式得  $\begin{cases} \frac{8!}{[8-(x+2)]!} < 6 \times \frac{8!}{(8-x)!} \\ x+2 \leq 8 \end{cases}$  且  $x \in \mathbb{N}^*$ ,

所以  $\begin{cases} (8-x)(7-x) < 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$ , 即  $\begin{cases} x^2 - 15x + 50 < 0 \\ x \leq 6 \end{cases}$ , 解得  $5 < x \leq 6$  且  $x \in \mathbb{N}^*$ ,

所以  $x=6$ .

## 题型 04 全排列问题

【典例 1】(2023 上·高二课时练习) A, B, C 三名同学照相留念, 成“一”字形排队, 所有排列的方法种数为 ( )

A. 3 种

B. 4 种

C. 6 种

D. 12 种

【答案】C

【详解】由题意所有排列的方法种数为  $A_3^3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$ ,

故答案为: C

【典例 2】(2023 下·江苏镇江·高二校考期末) 将 4 名乡村振兴志愿者分配到科技助农, 文艺文化, 科普宣传和乡村环境治理 4 个项目进行培训(每个项目都有志愿者参加), 每名志愿者只分配到 1 个项目, 志愿者小王不去文艺文化项目, 则不同的分配方案共有 ( )

- A. 12 种      B. 24 种      C. 18 种      D. 48 种

【答案】C

【详解】由题意, 4 名志愿者任意分配共有  $A_4^4 = 24$  种分法,

若志愿者小王去文艺文化项目, 其它 3 名任意分配有  $A_3^3 = 6$  种分法,

所以志愿者小王不去文艺文化项目的分配方法有  $24 - 6 = 18$  种.

故选: C

【典例 3】(2023·上海闵行·统考一模) 今年中秋和国庆共有连续 8 天小长假, 某单位安排甲、乙、丙三名员工值班, 每天都需要有人值班. 任选两名员工各值 3 天班, 剩下的一名员工值 2 天班, 且每名员工值班的日期都是连续的, 则不同的安排方法数为\_\_\_\_\_.

【答案】18

【详解】三人值班的天数分别为 3、3、2, 先确定值班 2 天的人, 有 3 种选择,

再将三个人全排即可, 所以, 不同的排法种数为  $3P_3^3 = 18$  种.

故答案为: 18.

【变式 1】(2023 下·云南曲靖·高二校考期中) 若把英语单词“word”的字母顺序写错了, 则可能出现的错误共有 ( )

- A. 24 种      B. 23 种      C. 12 种      D. 11 种

【答案】B

【详解】“word”一共有 4 个不同的字母,

这 4 个字母全排列有  $A_4^4 = 24$  种方法,

其中正确的有 1 种, 所以错误的有  $24 - 1 = 23$  种.

故选: B

【变式 2】(2023 下·黑龙江鸡西·高二鸡西实验中学校考期中) 5 月 12 日在鸡西实验中学报告厅开展了以“预防灾害风险, 守护美好家园”为主题的消防安全知识专题讲座, 还要到 3 所学校开讲, 一个学校讲一次, 不同的次序种数为 ( )

- A. 3      B.  $3^3$       C. 9      D. 6

【答案】D

【详解】要到 3 所学校开讲, 一个学校讲一次, 不同的次序种数为  $A_3^3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$ ,

**【变式3】**（2023 下·重庆沙坪坝·高三重庆一中校考阶段练习）8 个完全相同的球放入编号 1, 2, 3 的三个空盒中，要求放入后 3 个盒子不空且数量均不同，则有\_\_\_\_\_种放法.

**【详解】**共两类分组方法：将 8 个完全相同的小球分为 1, 2, 5 三堆或 1, 3, 4 三堆.

故共有  $2A_3^3 = 12$  种方法.

### 题型 05 元素（位置）有限制条件的排列问题

B. 10

D. 24

【详解】甲不站两边的有  $A_2^1 \cdot A_3^3 = 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$  种方法，

**【典例 2】**（2023 上·湖南邵阳·高三统考期中）某班派遣  $A, B, C, D, E$  五位同学到甲，乙，丙三个街道进行打扫卫生，每个街道至少有一位同学去，至多有一位同学去，且  $A, B$  两位同学去同一个街道，则不同的派遣方法有 \_\_\_\_\_ 种.

**【详解】**由题意得，学生的分配人数分别为 2，2，1，

再将剩余 3 人分别两组，和两个街道进行全排列，有  $C_3^2 A_2^2 = 6$

故答案为：18

**【典例 3】** (2023·全国·高三专题练习) 某生产过程有 4 道工序, 每道工序需要安排一人照看, 现从甲、乙、丙等 6 名工人中安排 4 人分别照看一道工序, 第一道工序只能从甲、乙两工人中安排 1 人, 第四道工序只能从甲、丙两工人中安排 1 人, 则不同的安排方案有\_\_\_\_\_种.

【详解】由于甲、乙、丙比较特殊，因此可以将他们先安排，以他们照看第一、四道工序分类讨论。

①当甲照看第一道工序、丙照看第四道工序时，剩下 4 个人选择 2 个照看中间两道工序，于是有  $A_4^2 = 12$  (种)；

②当乙照看第一道工序、甲照看第四道工序时，剩下 4 个人选择 2 个照看中间两道工序，于是有  $A_4^2 = 12$  (种)；

③当乙照看第一道工序、丙照看第四道工序时，剩下 4 个人选择 2 个照看中间两道工序，于是有  $A_4^2 = 12$  (种)。

综上所述，不同的安排方案一共有  $12 + 12 + 12 = 36$  (种)。

故答案为：36。

**【典例 4】** (2023 上·陕西汉中·高二校联考阶段练习) 从  $A, B, C$  等 7 人中选 5 人排成一排。(以下问题的结果均用数字作答)

(1) 若 A 必须在内，有多少种排法？

(2) 若  $A, B, C$  都在内，且  $A, B$  必须相邻， $C$  与  $A, B$  都不相邻，有多少种排法？

**【答案】** (1) 1800

(2) 144

**【详解】** (1) 解：根据题意，若 A 必须在内，在其余 6 人中选出 4 人，再与 A 全排列，共有  $C_6^4 A_5^5 = 1800$  种排法。

(2) 解：根据题意，先在其他 4 人中选出 2 人，有  $C_4^2 = 6$  种选法，将  $A, B$  看成一个整体，与选出 2 人全排列，有  $A_3^3 A_2^2 = 12$  种选法，排好后，有 2 个空位可用，在其中选出 1 个，安排 C，有 2 种情况，所以，共有  $6 \times 12 \times 2 = 144$  种不同的排法。

**【变式 1】** (2023 上·江苏·高三校联考开学考试) 甲、乙、丙等六人相约到电影院观看电影《封神榜》，恰好买到了六张连号的电影票。若甲、乙两人必须坐在丙的同一侧，则不同的坐法种数为 ( )

A. 360

B. 480

C. 600

D. 720

**【答案】** B

**【详解】** 由题意，甲、乙、丙等六人的全排列，共有  $A_6^6 = 720$  种不同的排法，其中甲、乙、丙三人的全排列有  $A_3^3 = 6$  种不同的排法，其中甲、乙在丙的同侧有：甲乙丙、乙甲丙、丙甲乙、丙乙甲，共 4 种排法，所以甲、乙两人必须坐在丙的同一侧，则不同的坐法种数为  $720 \times \frac{4}{6} = 480$  种。

故选：B。

**【变式 2】** (2023 上·上海浦东新·高三上海市洋泾中学校考开学考试) 电视台连续播放 6 个广告，其中包含 4 个不同的商业广告和 2 个不同的公益广告，要求首位必须播放公益广告，则共有\_\_\_\_\_种不同的播放方式(结果用数值表示)。

**【答案】** 240

**【详解】** 因为首位必须播放公益广告，所以共有  $A_2^1 A_5^5 = 2 \times 120 = 240$  种，故答案为：240。

**【变式 3】**

(2023 上·高二单元测试) 老师和学生共 10 人一起照相, 其中 1 名老师、4 名女生、5 名男生, 排成一行, 要求男生、女生必须分性别站在一起, 并且老师不站在两端, 那么不同站队方式有\_\_\_\_\_种.

【答案】5760

【详解】要求男生、女生必须分性别站在一起, 可以考虑采用捆绑法, 把男生和女生分别看成一个大元素进行处理. 男生站在一起看成一个大元素, 女生站在一起看成一个大元素, 老师不站在两端, 共有  $A_2^2$  种排列.

但 4 名女生、5 名男生本身还有排列顺序要求. 所以共有  $A_2^2 A_4^4 A_5^5 = 5760$  种站队方式.

故答案为: 5760

【变式 4】(2023 上·高二课时练习) 从 7 名运动员中选 4 名组成接力队参加  $4 \times 100$  米接力赛. 问: 甲、乙两人都不跑中间两棒的排法有多少种?

【答案】400

【详解】第一步中间位置除了甲乙还有 5 人, 5 个选 2 个全排列跑中间两棒, 有  $A_5^2 = 20$  种;  
第二步确定首尾的人选, 还剩下 5 个人, 选 2 个全排列, 有  $A_5^2 = 20$  种.  
两步相乘, 共有  $20 \times 20 = 400$  种.

## 题型 06 相邻问题的排列问题

【典例 1】(2023 上·黑龙江鸡西·高三鸡西市第一中学校校考期末) 2023 年杭州亚运会期间, 甲、乙、丙 3 名运动员与 4 名志愿者站成一排拍照留念, 若甲与乙相邻、丙不排在两端, 则不同的排法种数有 ( )

- A. 720                      B. 960                      C. 1120                      D. 1440

【答案】B

【详解】把甲乙捆绑成一个元素, 则题设中的 7 个元素变为 6 个元素,  
先排除去丙的 5 个元素, 共有  $A_5^5 = 120$  种排法,  
再在中间的 4 个空隙中, 插入丙, 共有  $C_4^1 = 4$  种插法,  
所以甲与乙相邻、丙不排在两端, 则不同的排法种数有  $120 \times 4 \times A_2^2 = 960$  种.

故选: B.

【典例 2】(2023·山西临汾·校考模拟预测) 8 名同学站成两排参加文艺演出, 要求两排人数相等, A 不站在前排, D 不站在后排, E 和 F 左右相邻, 则不同的排列方式共有 ( )

- A. 1152 种                      B. 1728 种                      C. 2304 种                      D. 2880 种

【答案】C

【详解】由题意可知: D 站在前排, A 站在后排,  
若 E 和 F 站在前排, 则不同的排列方式共有  $C_4^1 \cdot A_2^2 \cdot A_3^3 \cdot A_4^4 = 1152$ ;  
若 E 和 F 站在后排, 则不同的排列方式共有  $C_4^1 \cdot A_2^2 \cdot A_3^3 \cdot A_4^4 = 1152$ ;  
所以不同的排列方式共有  $1152 \times 2 = 2304$  种.

故选：C.

【典例3】（2023·广东韶关·统考一模）现有A，B，C，D，E五人排成一列，其中A与B相邻，C不排在两边，则共有\_\_\_\_\_种不同的排法（用具体数字作答）.

【答案】24

【详解】法一：将AB捆绑，则除C以外其他四人的排序有 $A_3^3 \cdot A_2^2 = 12$ 种，又C不排在两边，所以C可选的位置有 $A_2^1 = 2$ 两种，所以共 $12 \times 2 = 24$ 种排法；

法二：将AB捆绑，若C的位置任意，则五人的排序有 $A_4^4 \cdot A_2^2 = 48$ 种，

其中C排在两边的情况有 $A_2^1 \cdot A_3^3 \cdot A_2^2 = 24$ 种，

所以C不排在两边的情况有 $48 - 24 = 24$ 种；

故答案为：24.

【变式1】（2023·广西·模拟预测）一排有6个插座，只有三个通电，那么恰有两个不通电的相邻的情况有（ ）

A. 10种

B. 12种

C. 72种

D. 144种

【答案】B

【详解】三个通电的放好，有四个空，两个相邻的不通电的捆绑在一起算一个元素，另一个不通电算一个元素，插入两个空，有顺序，所以 $A_4^2 = 12$ 种.

故选：B

【变式2】（2023·江苏·统考三模）某人将斐波那契数列的前6项“1，1，2，3，5，8”进行排列设置数字密码，其中两个“1”必须相邻，则可以设置的不同数字密码有（ ）

A. 120种

B. 240种

C. 360种

D. 480种

【答案】A

【详解】将两个1捆绑在一起，则可以设置的不同数字密码有 $A_5^5 = 120$ 种.

故选：A

【变式3】（2023下·重庆南岸·高二校考期中）每年5月初，高三的同学们都要拍毕业照，留下高中生活的美好见证.某班同学集体合影后有4位同学邀请两位老师合影留念.若6人站成一排，两位老师站在中间位置，甲乙两位同学站在一起，则不同的站位方法有\_\_\_\_\_种.（用数字作答）

【答案】16

【详解】两位老师站在中间位置，有 $A_2^2$ 种方法，

甲乙两位同学站在两位老师的左侧或右侧，另两位同学在另一侧，有 $2A_2^2 A_2^2$ 种方法，

则不同的站位方法有 $2A_2^2 A_2^2 A_2^2 = 16$ 种.

故答案为：16.

## 题型07 不相邻排列问题

【典例1】

---

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/887034123113006112>