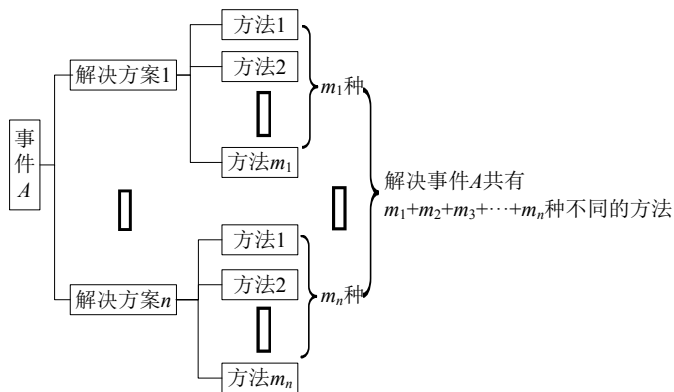


## 专题 42 计数原理

### 【考点预测】

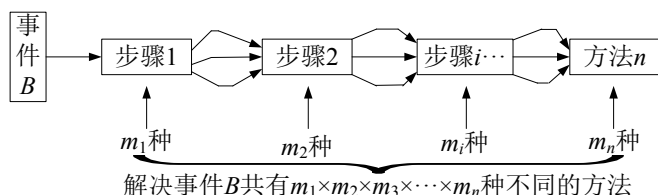
#### 知识点 1、分类加法计数原理

完成一件事，有  $n$  类办法，在第 1 类办法中有  $m_1$  种不同的办法，在第 2 类办法中有  $m_2$  种不同的方法，…，在第  $n$  类办法中有  $m_n$  种不同的方法，那么完成这件事共有： $N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$  种不同的方法。



#### 知识点 2、分步乘法计数原理

完成一件事，需要分成  $n$  个步骤，做第 1 步有  $m_1$  种不同的方法，做第 2 步有  $m_2$  种不同的方法，…，做第  $n$  步有  $m_n$  种不同的方法，那么完成这件事共有： $N = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n$  种不同的方法。



#### 注意：两个原理及其区别

分类加法计数原理和“分类”有关，如果完成某件事情有  $n$  类办法，这  $n$  类办法之间是互斥的，那么求完成这件事情的方法总数时，就用分类加法计数原理。

分步乘法计数原理和“分步”有关，是针对“分步完成”的问题。如果完成某件事情有  $n$  个步骤，而且这几个步骤缺一不可，且互不影响（独立），当且仅当依次完成这  $n$  个步骤后，这件事情才算完成，那么求完成这件事情的方法总数时，就用分步乘法计数原理。

当然，在解决实际问题时，并不一定是单一应用分类计数原理或分步计数原理，有时可能同时用到两个计数原理。即分类时，每类的方法可能运用分步完成；而分步后，每步的方法数可能会采取分类的思想求方法数。对于同一问题，我们可以从不同的角度去处理，从而得到不同的解法（但方法数相同），这也是检验排列组合问题的很好方法。

#### 知识点 3、两个计数原理的综合应用

如果完成一件事的各种方法是相互独立的，那么计算完成这件事的方法数时，使用分类计数原理。如果完成一件事的各个步骤是相互联系的，即各个步骤都必须完成，这件事才告完成，那么计算完成这件事的方法数时，使用分步计数原理。

### 【题型归纳目录】

题型一：分类加法计数原理的应用

题型二：分步乘法计数原理的应用

题型三：两个计数原理的综合应用

### 【典例例题】

题型一：分类加法计数原理的应用

例 1. (2023·上海崇明·二模) 某学校每天安排 4 项课后服务供学生自愿选择参加. 学校规定:

- (1) 每位学生每天最多选择 1 项;
- (2) 每位学生每项一周最多选择 1 次. 学校提供的安排表如下:

时间	周一	周二	周三	周四	周五
课后服务	音乐、阅读、 体育、编程	口语、阅读、 编程、美术	手工、阅读、 科技、体育	口语、阅读、 体育、编程	音乐、口语、 美术、科技

若某学生在一周内共选择了阅读、体育、编程 3 项, 则不同的选择方案共有\_\_\_\_\_种. (用数值表示)

例 2. (2023·全国·高三专题练习) 已知集合  $M = \{1, -2, 3\}$ ,  $N = \{-4, 5, 6, -7\}$ , 若从这两个集合中各取一个元素作为点的横坐标或纵坐标, 则可得平面直角坐标系中第一、二象限内不同点的个数是 ( )

- A. 18                      B. 16                      C. 14                      D. 10

例 3. (2023·全国·高三专题练习) 在某种信息传输过程中, 用 4 个数字的一个排列 (允许数字重复) 表示一个信息, 不同排列表示不同信息, 若所用数字只有 0 和 1, 则与信息 0110 至多有两个对应位置上的数字相同的信息个数为 ( )

- A. 10                      B. 11                      C. 12                      D. 7

例 4. (2023·全国·高三专题练习) 现有 5 幅不同的油画, 2 幅不同的国画, 7 幅不同的水彩画, 从这些画中选一幅布置房间, 则不同的选法共有 ( )

- A. 7 种                      B. 9 种                      C. 14 种                      D. 70 种

例 5. (2023·全国·高三专题练习) 从数字 1, 2, 3, 4 中取出 3 个数字 (允许重复), 组成三位数, 各位数字之和等于 6, 则这样的三位数的个数为 ( )

- A. 7                      B. 9                      C. 10                      D. 13

例 6. (2023

·湖南·株洲市南方中学高三阶段练习)用标有 1 克, 5 克, 10 克的砝码各一个, 在一架无刻度的天平上称量重物, 如果天平两端均可放置砝码, 那么可以称出的不同克数 (正整数的重物) 有多少种? ( )

- A. 10                      B. 11                      C. 12                      D. 13

例 7. (2023·上海嘉定·高三阶段练习) 正整数 484 有个不同的正约数\_\_\_\_\_.

### 题型二：分步乘法计数原理的应用

例 8. (2023·云南·高三阶段练习) 图中的矩形的个数为 ( )


- A. 12                      B. 30                      C. 60                      D. 120

例 9. (2023·四川·树德怀远中学高三开学考试 (理)) 从 0, 2 中选一个数字, 从 1, 3, 5 中选两个数字, 组成无重复数字的三位数, 其中偶数的个数为 ( )

- A. 24                      B. 18                      C. 12                      D. 6

例 10. (2023·福建·高三阶段练习) 为了丰富学生的课余生活, 某学校开设了篮球、书法、美术、吉他、舞蹈、击剑共六门活动课程, 甲、乙、丙 3 名同学从中各自任选一门活动课程参加, 则这 3 名学生所选活动课程不全相同的选法有 ( )

- A. 120 种                      B. 150 种                      C. 210 种                      D. 216 种

例 11. (2023·全国·高三专题练习) 核糖核酸 *RNA* 是存在于生物细胞以及部分病毒、类病毒中的遗传信息载体. 参与形成 *RNA* 的碱基有 4 种, 分别用 *A*, *C*, *G*, *U* 表示. 在一个 *RNA* 分子中, 各种碱基能够以任意次序出现, 假设某一 *RNA* 分子由 100 个碱基组成, 则不同的 *RNA* 分子的种数为 ( )

- A.  $100^4$                       B.  $4^{100}$                       C.  $2^{100}$                       D.  $4^{10}$

例 12. (2023·全国·高三专题练习) 某大学食堂备有 6 种荤菜、5 种素菜、3 种汤, 现要配成一荤一素一汤的套餐, 则可以配成不同套餐的种数为 ( )

- A. 30                      B. 14                      C. 33                      D. 90

### 题型三：两个计数原理的综合应用

例 13. (2023·江苏·南京市第一中学高三阶段练习) 为了进一步提高广大市民的生态文明建设意识, 某市规定每年 4 月 25 日为“创建文明城 9 生态志愿行”为主题的生态活动日, 现有 5 名同学参加志愿活动, 需要携带

勾子、铁锹、夹子三种劳动工具，要求每人都要携带一个工具，并且要求：带一个勾子，铁锹至少带2

把，夹子至少带一个，则不同的安排方案共有（ ）

- A. 50种                  B. 60种                  C. 70种                  D. 80种

**例 14.** (2023·重庆·高三阶段练习) 用 1, 2, 3, ..., 9 这九个数字组成的无重复数字的四位偶数中，各位数字之和为奇数的共有（ ）

- A. 600 个                  B. 540 个                  C. 480 个                  D. 420 个

**例 15.** (2023·全国·高三专题练习) 用 0, 1, 2, 3, 4 可以组成没有重复数字的四位偶数的个数为（ ）

- A. 36                          B. 48                          C. 60                          D. 72

**例 16.** (2023·全国·模拟预测) 将 6 盆不同的花卉摆放成一排，其中 A、B 两盆花卉均摆放在 C 花卉的同一侧，则不同的摆放种数为（ ）

- A. 360                          B. 480                          C. 600                          D. 720

**例 17.** (2023·全国·高三专题练习) 用数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的四位数，其中个位、十位和百位上的数字之和为偶数的四位数共有\_\_\_\_\_个（用数字作答）。

**例 18.** (2023·全国·高三专题练习) 有四张卡片，正面和背面依次分别印有数字“1, 0, 2, 4”和“3, 5, 0, 7”，一小朋友把这四张卡片排成四位整数，则他能排出的四位整数的个数为\_\_\_\_\_。

**例 19.** (2023·全国·高三专题练习) 有 0, 1, 2, 3, 4, 5 六个数字。

- (1) 能组成多少个无重复数字的四位偶数？
- (2) 能组成多少个无重复数字且为 5 的倍数的四位数？
- (3) 能组成多少个无重复数字且比 1230 大的四位数？

### 【方法技巧与总结】

要明确完成一件事所包含的内容是如何进行的，若需分类按加法数原理，若需分步按乘法计数原理。分类时要做到“不重不漏”，分步时要做到“步骤完整”。有些计数问题既需要分类，又需要分步，此时要综合运用两个原理。

### 【过关测试】

#### 一、单选题

1. (2023

·全国·高三专题练习) 7 个不同型号的行李箱上分别对应贴有不同的标签以作标记, 其中恰有 3 个行李箱标签贴错的种数为 ( )

- A. 49                      B. 70                      C. 265                      D. 1854

2. (2023·全国·高三专题练习) 在一次运动会上有四项比赛的冠军在甲、乙、丙三人中产生, 那么不同的夺冠情况共有 ( ) 种

- A.  $A_4^3$                       B.  $4^3$                       C.  $3^4$                       D.  $4 \times 3$

3. (2023·全国·高三专题练习) 将 6 封信投入 4 个邮筒, 且 6 封信全部投完, 不同的投法有 ( )

- A.  $4^6$  种                      B.  $6^4$  种                      C. 4 种                      D. 24 种

4. (2023·全国·高三专题练习) 某学校推出了《植物栽培》《手工编织》《实用木工》《实用电工》4 门校本劳动选修课程, 要求每个学生从中任选 2 门进行学习, 则甲、乙两名同学的选课中恰有一门课程相同的选法为 ( )

- A. 16                      B. 24                      C. 12                      D. 36

5. (2023·全国·高三专题练习) 某医院从 7 名男医生 (含一名主任医师), 6 名女医生 (含一名主任医师) 中选派 4 名男医生和 3 名女医生支援抗疫工作, 若要求选派的医生中有主任医师, 则不同的选派方案数为 ( )

- A. 350                      B. 500                      C. 550                      D. 700

6. (2023·全国·高三专题练习) 用数字 0, 1, 2, 3, 4 组成没有重复数字且比 1000 大的四位奇数共有 ( )

- A. 36 个                      B. 48 个                      C. 66 个                      D. 72 个

7. (2023·全国·高三专题练习) “回文联”是对联中的一种, 既可顺读, 也可倒读. 比如, 一副描绘厦门鼓浪屿景色的回文联: 雾锁山头山锁雾, 天连水尾水连天. 由此定义“回文数”,  $n$  为自然数, 且  $n$  的各位数字反向排列所得自然数  $n'$  与  $n$  相等, 这样的  $n$  称为“回文数”, 如: 1221, 2413142. 则所有 5 位数中是“回文数”且各位数字不全相同的共有 ( )

- A. 648 个                      B. 720 个                      C. 810 个                      D. 891 个

8. (2023·全国·高三专题练习) 已知正整数有序数对  $(a, b, c, d)$  满足:

①  $a+b+c+d=12$ ;

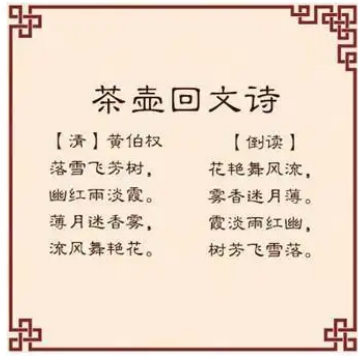
②  $|a^2 - b^2| = 5$ .

则满足条件的正整数有序数对  $(a, b, c, d)$  共有 ( ) 组.

- A. 24                      B. 12                      C. 9                      D. 6

9. (2023·全国·高三专题练习) 古希腊哲学家毕达哥拉斯曾说过: “美的线型和其他一切美的形体都必须有对称形式.” 在中华传统文化里, 建筑、器物、书法、诗歌、对联、绘画几乎无不讲究对称之美. 如图所示的是清代诗人黄柏权的《茶壶回文诗》, 其以连环诗的形式展现, 20 个字绕着茶壶成一圆环, 无论顺着读还是逆着读, 皆成佳作. 数学与生活也有许多奇妙的联系, 如 2020 年 02 月 02 日 (20230202) 被称为世界完全对称日 (公历纪年日期中数字左右完全对称的日期). 数学上把 20200202 这样的对称数叫回文数, 若两

位数的回文数共有 9 个 (11, 22, ..., 99), 则所有四位数的回文数中能被 3 整除的个数是 ( )



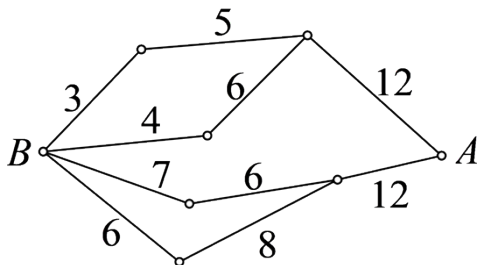
- A. 27                      B. 28                      C. 29                      D. 30

二、多选题

10. (2023·全国·高三专题练习) 用数字0、1、2、3、4、5组成没有重复数字的四位数, 则下列说法正确的是 ( )

- A. 可组成360个不重复的四位数
- B. 可组成156个不重复的四位偶数
- C. 可组成96个能被3整除的不重复四位数
- D. 若将组成的不重复的四位数按从小到大的顺序排成一个数列, 则第85个数字为2310

11. (2023·全国·高三专题练习) 如图, 标注的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量, 现从结点 A 向结点 B 传递消息, 信息可以分开沿不同的路线同时传递, 小圆圈表示网络的结点, 结点之间的连线表示他们有网线相连, 则单位时间内传递的信息量可以为 ( )



- A. 18                      B. 19                      C. 24                      D. 26

12. (2023·全国·高三专题练习) 某校实行选课走班制度, 张毅同学选择的是地理、生物、政治这三科, 且生物在 B 层, 该校周一上午选课走班的课程安排如下表所示, 张毅选择三个科目的课各上一节, 另外一节上自习, 则下列说法正确的是 ( )

第 1 节	第 2 节	第 3 节	第 4 节
地理 1 班	化学 A 层 3 班	地理 2 班	化学 A 层 4 班
生物 A 层 1 班	化学 B 层 2 班	生物 B 层 2 班	历史 B 层 1 班
物理 A 层 1 班	生物 A 层 3 班	物理 A 层 2 班	生物 A 层 4 班





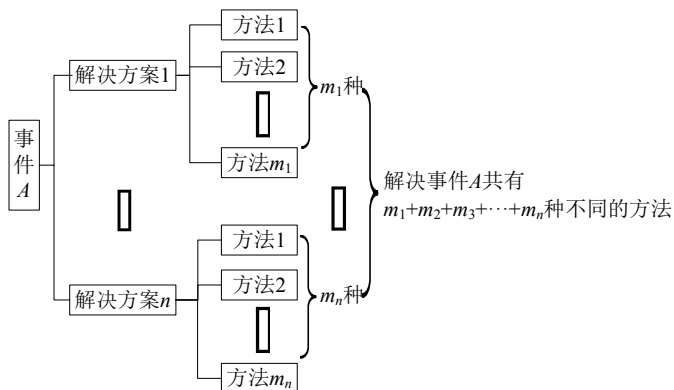
## 专题 42 计数原理

### 【考点预测】

#### 知识点 1、分类加法计数原理

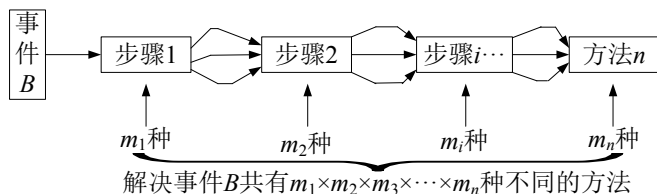
完成一件事，有  $n$  类办法，在第 1 类办法中有  $m_1$  种不同的办法，在第 2 类办法中有  $m_2$  种不同的方法，…，在第  $n$  类办法中有  $m_n$  种不同的方法，那么完成这件事共有：

$N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$  种不同的方法.



#### 知识点 2、分步乘法计数原理

完成一件事，需要分成  $n$  个步骤，做第 1 步有  $m_1$  种不同的方法，做第 2 步有  $m_2$  种不同的方法，…，做第  $n$  步有  $m_n$  种不同的方法，那么完成这件事共有： $N = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n$  种不同的方法.



#### 注意：两个原理及其区别

分类加法计数原理和“分类”有关，如果完成某件事情有  $n$  类办法，这  $n$  类办法之间是互斥的，那么求完成这件事情的方法总数时，就用分类加法计数原理.

分步乘法计数原理和“分步”有关，是针对“分步完成”的问题.如果完成某件事情有  $n$  个步骤，而且这几个步骤缺一不可，且互不影响（独立），当且仅当依次完成这  $n$  个步骤后，这件事情才算完成，那么求完成这件事情的方法总数时，就用分步乘法计数原理.

当然，在解决实际问题时，并不一定是单一应用分类计数原理或分步计数原理，有时可能同时用到两个计数原理.即分类时，每类的方法可能运用分步完成；而分步后，每步的方法数可能会采取分类的思想求方法数.对于同一问题，我们可以从不同的角度去处理，从而得到不同的解法（但方法数相同），这也是检验排列组合问题的很好方法.

#### 知识点 3、两个计数原理的综合应用

如果完成一件事的各种方法是相互独立的，那么计算完成这件事的方法数时，使用分类计数原理. 如果完成一件事的各个步骤是相互联系的，即各个步骤都必须完成，这件事才告完成，那么计算完成这件事的方法数时，使用分步计数原理.

### 【题型归纳目录】

题型一：分类加法计数原理的应用

题型二：分步乘法计数原理的应用

题型三：两个计数原理的综合应用

### 【典例例题】

题型一：分类加法计数原理的应用

例 1. (2023·上海崇明·二模) 某学校每天安排 4 项课后服务供学生自愿选择参加. 学校规定

(1) 每位学生每天最多选择 1 项;

(2) 每位学生每项一周最多选择 1 次. 学校提供的安排表如下:

时间	周一	周二	周三	周四	周五
课后服务	音乐、阅读、 体育、编程	口语、阅读、 编程、美术	手工、阅读、 科技、体育	口语、阅读、 体育、编程	音乐、口语、 美术、科技

若某学生在一周内共选择了阅读、体育、编程 3 项，则不同的选择方案共有 \_\_\_\_\_ 种. (用数值表示)

答案: 14

【解析】由题知: 周一、二、三、四均可选阅读，体育在周一、三、四，编程在周一、二、四.

①若周一选编程，则体育在周三或周四，故为 2 种，

阅读在剩下的两天中选为 2 种，共有  $2 \times 2 = 4$  种方案.

②若周二选编程，则体育在周一，周三或周四，故为 3 种，

阅读在剩下的两天中选为 2 种，共有  $3 \times 2 = 6$  种方案.

③若周四选编程，则体育在周一或周三，故为 2 种，

阅读在剩下的两天中选为 2 种，共有  $2 \times 2 = 4$  种方案.

综上，共有  $4 + 6 + 4 = 14$  种方案.

故答案为: 14

例 2. (2023·全国·高三专题练习) 已知集合  $M = \{1, -2, 3\}$ ， $N = \{-4, 5, 6, -7\}$ ，若从这两个集合中各取一个元素作为点的横坐标或纵坐标，则可得平面直角坐标系中第一、二象限内不同点的个数是 ( )

A. 18

B. 16

C. 14

D. 10

答案: C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。  
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/887036044051006113>