

2024 届云南省景东一中高三 5 月调研考试（数学试题文）试题

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点，过 F_2 的直线交椭圆于 A, B 两点，且 $\overrightarrow{AF_1} \cdot \overrightarrow{AF_2} = 0$,

$\overrightarrow{AF_2} = 2\overrightarrow{F_2B}$ ，则椭圆 E 的离心率为()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

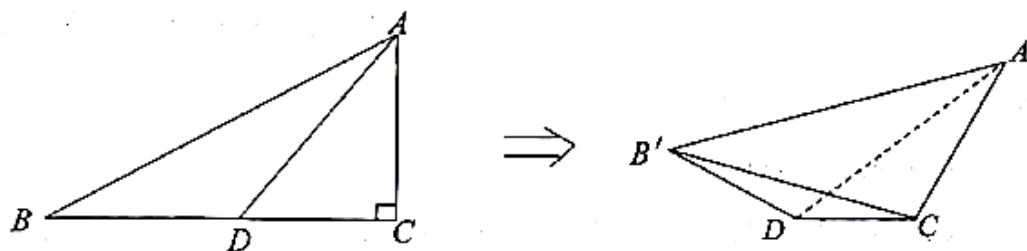
2. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x+y-3 \geq 0 \\ x-2y \leq 0 \end{cases}$ ，则 $z = x + 2y$ 的取值范围是

- A. $[0, 6]$ B. $[0, 4]$ C. $[6, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

3. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x+y \geq -1 \\ x-2y \leq -1 \\ 2x-y-1 \leq 0 \end{cases}$ ，则 $2x-3y+4$ 的最大值为()

- A. -1 B. -2 C. 3 D. 2

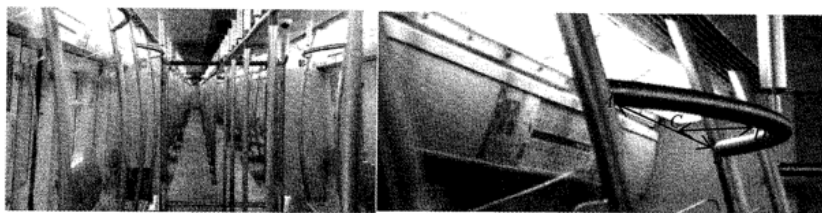
4. 如图， $\triangle ABC$ 中 $\angle A = 2\angle B = 60^\circ$ ，点 D 在 BC 上， $\angle BAD = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 旋转得到三棱锥 $B'-ADC$ ，分别记 $B'A, B'D$ 与平面 ADC 所成角为 α, β ，则 α, β 的大小关系是()



- A. $\alpha < \beta \leq 2\alpha$ B. $2\alpha \leq \beta \leq 3\alpha$
- C. $\beta \leq 2\alpha, 2\alpha < \beta \leq 3\alpha$ 两种情况都存在 D. 存在某一位置使得 $\beta > 3\alpha$

5.

在很多地铁的车厢里，顶部的扶手是一根漂亮的弯管，如下图所示。将弯管形状近似地看成是圆弧，已知弯管向外的最大突出(图中 CD)有 15cm ，跨接了 6 个坐位的宽度(AB)，每个座位宽度为 43cm ，估计弯管的长度，下面的结果中最接近真实值的是 ()

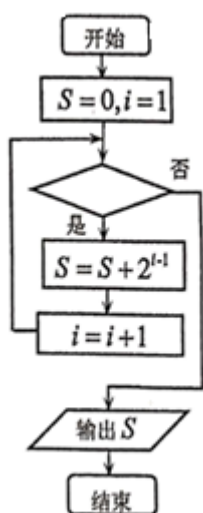


- A. 250cm B. 260cm C. 295cm D. 305cm

6. 复数 $2i(1+i)$ 的模为 ().

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

7. 执行下面的程序框图，若输出的 S 的值为 63，则判断框中可以填入的关于 i 的判断条件是 ()



- A. $i \leq 5$ B. $i \leq 6$ C. $i \leq 7$ D. $i \leq 8$

8. 已知 i 为虚数单位，实数 x, y 满足 $(x+2i)i = y-i$ ，则 $|x-yi| =$ ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ ， F_1, F_2 为其左、右焦点，直线 l 过右焦点 F_2 ，与双曲线 C 的右支交于 A, B 两点，

且点 A 在 x 轴上方，若 $|AF_2| = 3|BF_2|$ ，则直线 l 的斜率为 ()

- A. 1 B. -2 C. -1 D. 2

10. 已知 $a \in R, b \in R$ ，则“直线 $ax+2y-1=0$ 与直线 $(a+1)x-2ay+1=0$ 垂直”是“ $a=3$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

11. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_8 = 0$, $a_3 = -3$, 则 $S_9 = (\quad)$

A. 9 B. 12 C. -15 D. -18

12. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|x < 2\}$, $B = \{x|x^2 - 3x < 0\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B = (\quad)$

A. $(0,3)$ B. $[2,3)$ C. $(0,2)$ D. $(0,+\infty)$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x|-3 < x \leq 1, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x|x^2 - x - 2 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap \complement_U B = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知向量 $\vec{a} = (1,2)$, $\vec{b} = (-3,2)$, 若向量 $k\vec{a} + \vec{b}$ 与 $2\vec{a} - \vec{b}$ 共线, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 有2名老师和3名同学, 将他们随机地排成一行, 用 ξ 表示两名老师之间的学生人数, 则 $\xi = 1$ 对应的排法有_____

种; $E(\xi) = \underline{\hspace{2cm}}$;

16. 以 $(a_1, 0)$, $(a_2, 0)$ 为圆心的两圆均过 $(1, 0)$, 与 y 轴正半轴分别交于 $(0, y_1)$, $(0, y_2)$, 且满足 $\ln y_1 + \ln y_2 = 0$, 则点 (a_1, a_2) 的轨迹方程为_____.

三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{a}{2}x^2 - x(\ln x - b - 1)$, $a, b \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $b = -1$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的零点个数;

(2) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $c \leq e^{2a+b}$ 求 c 的最大值.

18. (12分) 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 且 $a_3 = 2$, $S_9 = 54$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: $\sqrt{\frac{1}{a_1+3}} + \sqrt{\frac{1}{a_2+3}} + \sqrt{\frac{1}{a_3+3}} + \cdots + \sqrt{\frac{1}{a_{100}+3}} > 13$.

19. (12分) 已知函数 $f(x) = (x+1)(e^x - 1)$.

(I) 求 $f(x)$ 在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程;

(II) 已知 $f(x) \geq ax$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立, 求 a 的值.

(III) 若方程 $f(x) = b$ 有两个实数根 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 证明: $x_2 - x_1 \leq b + 1 + \frac{eb}{e-1}$.

20. (12分) 某工厂生产某种电子产品, 每件产品不合格的概率均为 p , 现工厂为提高产品声誉, 要求在交付用户前每件产品都通过合格检验, 已知该工厂的检验仪器一次最多可检验5件该产品, 且每

件产品检验合格与否相互独立. 若每件产品均检验一次, 所需检验费用较多, 该工厂提出以下检验方案: 将产品每 k 个 ($k \leq 5$) 一组进行分组检验, 如果某一组产品检验合格, 则说明该组内产品均合格, 若检验不合格, 则说明该组内有不合格产品, 再对该组内每一件产品单独进行检验, 如此, 每一组产品只需检验 1 次或 $1+k$ 次. 设该工厂生产 1000 件该产品, 记每件产品的平均检验次数为 X .

(1) 求 X 的分布列及其期望;

(2) (i) 试说明, 当 p 越小时, 该方案越合理, 即所需平均检验次数越少;

(ii) 当 $p = 0.1$ 时, 求使该方案最合理时 k 的值及 1000 件该产品的平均检验次数.

21. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 前 n 项和为 S_n , 且 $S_5 = 3a_3$, $a_4 + a_6 = 8$.

(1) 求 a_n .

(2) 设 $b_n = 2^n \cdot a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

22. (10 分) 在本题中, 我们把具体如下性质的函数 $f(x)$ 叫做区间 D 上的闭函数 ① $f(x)$ 的定义域和值域都是 D ; ② $f(x)$ 在 D 上是增函数或者减函数.

(1) 若 $f(x) = \tan(\omega x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上是闭函数, 求常数 ω 的值;

(2) 找出所有形如 $f(x) = a \log_3 x + b\sqrt{x}$ 的函数 (a, b 都是常数), 使其在区间 $[1, 9]$ 上是闭函数.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

根据 $\overline{AF_2} = 2\overline{F_2B}$ 表示出线段长度, 由勾股定理, 解出每条线段的长度, 再由勾股定理构造出 a, c 关系, 求出离心率.

【详解】

$$\text{Q } \overline{AF_2} = 2\overline{F_2B}$$

设 $\overline{BF_2} = x$, 则 $\overline{AF_2} = 2x$

由椭圆的定义, 可以得到 $\overline{AF_1} = 2a - 2x, \overline{BF_1} = 2a - x$

$$\vec{AF_1} \cdot \vec{AF_2} = 0, \therefore AF_1 \perp AF_2$$

在 $Rt\triangle AF_1B$ 中, 有 $(2a-2x)^2 + (3x)^2 = (2a-x)^2$, 解得 $x = \frac{a}{3}$

$$\therefore AF_2 = \frac{2a}{3}, AF_1 = \frac{4a}{3}$$

$$\text{在 } Rt\triangle AF_1F_2 \text{ 中, 有 } \left(\frac{4a}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a}{3}\right)^2 = (2c)^2$$

$$\text{整理得 } \frac{c^2}{a^2} = \frac{5}{9}, \therefore e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

故选 C 项.

【点睛】

本题考查几何法求椭圆离心率, 是求椭圆离心率的一个常用方法, 通过几何关系, 构造出 a, c 关系, 得到离心率. 属于中档题.

2、D

【解析】

解: x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x+y-3 \geq 0 \\ x-2y \leq 0 \end{cases}$, 表示的可行域如图:

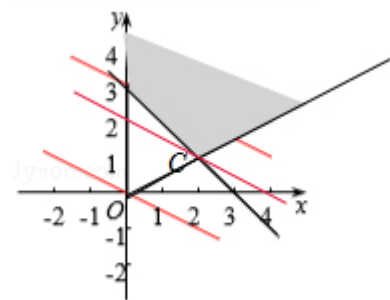
目标函数 $z=x+2y$ 经过 C 点时, 函数取得最小值,

$$\text{由 } \begin{cases} x+y-3=0 \\ x-2y=0 \end{cases} \text{ 解得 } C(2, 1),$$

目标函数的最小值为: 4

目标函数的范围是 $[4, +\infty)$.

故选 D.



3、C

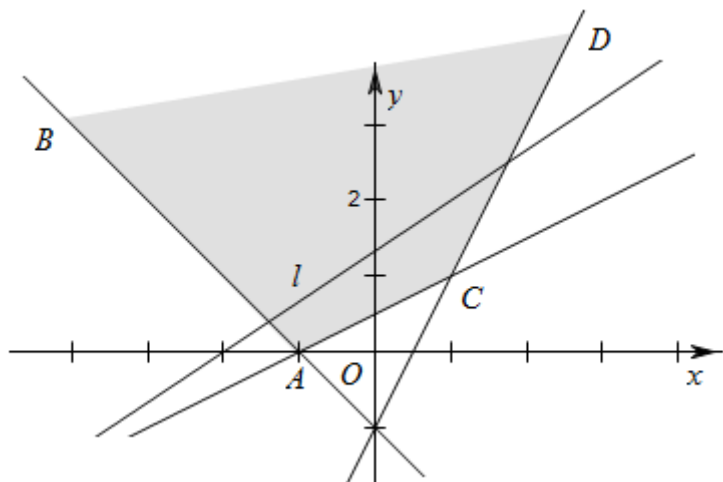
【解析】

作出可行域, 直线目标函数对应的直线 l , 平移该直线可得最优解.

【详解】

作出可行域，如图由射线 AB ，线段 AC ，射线 CD 围成的阴影部分（含边界），作直线 $l: 2x - 3y + 4 = 0$ ，平移直线 l ，当 l 过点 $C(1,1)$ 时， $z = 2x - 3y + 4$ 取得最大值 1.

故选：C.



【点睛】

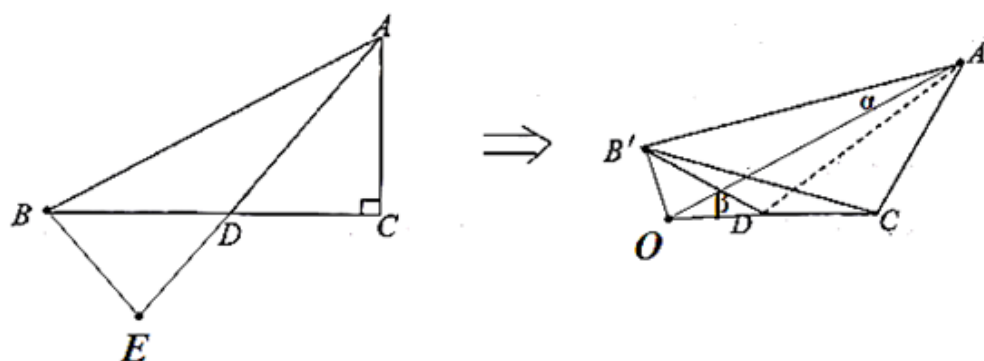
本题考查简单的线性规划问题，解题关键是作出可行域，本题要注意可行域不是一个封闭图形.

4、A

【解析】

根据题意作出垂线段，表示出所求得 α 、 β 角，分别表示出其正弦值进行比较大小，从而判断出角的大小，即可得答案.

【详解】



由题可得过点 B 作 $BE \perp AD$ 交 AD 于点 E ，过 B' 作 CD 的垂线，垂足为 O ，则易得 $\alpha = \angle B'AO$ ， $\beta = \angle B'DO$.

设 $CD = 1$ ，则有 $BD = AD = 2$ ， $DE = 1$ ， $BE = \sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 可得 $AB' = AB = 2\sqrt{3}$ ， $B'D = BD = 2$.

$$\text{Q } \sin \alpha = \frac{OB'}{AB'}, \sin \beta = \frac{OB'}{DB'},$$

$$\therefore \sin \beta = \sqrt{3} \sin \alpha > \sin \alpha, \therefore \beta > \alpha;$$

$$\text{Q } OB' \in [0, \sqrt{3}], \therefore \sin \alpha \in [0, \frac{1}{2}];$$

$$\text{Q } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha},$$

$$2\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \in [\sqrt{3}, 2], \therefore \sin 2\alpha \dots \sqrt{3} \sin \alpha = \sin \beta,$$

$$\therefore 2\alpha \dots \beta.$$

综上可得, $\alpha < \beta, 2\alpha$.

故选: A.

【点睛】

本题考查空间直线与平面所成的角的大小关系, 考查三角函数的图象和性质, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

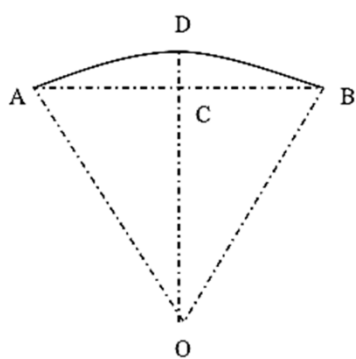
5、B

【解析】

$\overset{\frown}{AB}$ 为弯管, AB 为 6 个座位的宽度, 利用勾股定理求出弧 AB 所在圆的半径为 r , 从而可得弧所对的圆心角, 再利用弧长公式即可求解.

【详解】

如图所示, $\overset{\frown}{AB}$ 为弯管, AB 为 6 个座位的宽度,



$$\text{则 } AB = 6 \times 43 = 258cm$$

$$CD = 15cm$$

设弧 AB 所在圆的半径为 r , 则

$$r^2 = (r - CD)^2 + AC^2$$

$$= (r - 15)^2 + 129^2$$

解得 $r \approx 562\text{cm}$

$$\sin \angle AOD = \frac{129}{562} \approx 0.23$$

可以近似地认为 $\sin x \approx x$ ，即 $\angle AOD \approx 0.23$

于是 $\angle AOB \approx 0.46$ ， $\overset{\frown}{AB}$ 长 $\approx 562 \times 0.46 \approx 258.5$

所以 260cm 是最接近的，其中选项 A 的长度比 AB 还小，不可能，

因此只能选 B ， 260 或者由 $\cos x \approx 0.97$ ， $\sin 2x \approx 0.45 \Rightarrow 2x < \frac{\pi}{6}$

所以弧长 $< 562 \times \frac{\pi}{6} \approx 294$ 。

故选：B

【点睛】

本题考查了弧长公式，需熟记公式，考查了学生的分析问题的能力，属于基础题。

6、D

【解析】

利用复数代数形式的乘除运算化简，再由复数模的计算公式求解。

【详解】

解：Q $2i(1+i) = -2 + 2i$ ，

$\therefore$ 复数 $2i(1+i)$ 的模为 $\sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ 。

故选：D。

【点睛】

本题主要考查复数代数形式的乘除运算，考查复数模的求法，属于基础题。

7、B

【解析】

根据程序框图，逐步执行，直到 S 的值为 63，结束循环，即可得出判断条件。

【详解】

执行框图如下：

初始值： $S = 0, i = 1$ ，

第一步： $S = 0 + 1 = 1, i = 1 + 1 = 2$ ，此时不能输出，继续循环；

第二步: $S=1+2=3, i=2+1=3$, 此时不能输出, 继续循环;

第三步: $S=3+4=7, i=3+1=4$, 此时不能输出, 继续循环;

第四步: $S=7+8=15, i=4+1=5$, 此时不能输出, 继续循环;

第五步: $S=15+16=31, i=5+1=6$, 此时不能输出, 继续循环;

第六步: $S=31+32=63, i=6+1=7$, 此时要输出, 结束循环;

故, 判断条件为 $i \leq 6$.

故选 B

【点睛】

本题主要考查完善程序框图, 只需逐步执行框图, 结合输出结果, 即可确定判断条件, 属于常考题型.

8、D

【解析】

$$Q(x+2i)i = y-i, \therefore -2+xi = y-i, \therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases},$$

$$\text{则 } |x-yi| = |-1+2i| = \sqrt{5}.$$

故选 D.

9、D

【解析】

由 $|AF_2|=3|BF_2|$, 可得 $\overline{AF_2} = 3\overline{F_2B}$. 设直线 l 的方程 $x=my+\sqrt{5}$, $m>0$, 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 即 $y_1 = -3y_2$ ①,

联立直线 l 与曲线 C , 得 $y_1+y_2 = -\frac{2\sqrt{5}m}{m^2-4}$ ②, $y_1y_2 = \frac{1}{m^2-4}$ ③, 求出 m 的值即可求出直线的斜率.

【详解】

双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$, F_1, F_2 为左、右焦点, 则 $F_2(\sqrt{5}, 0)$, 设直线 l 的方程 $x=my+\sqrt{5}$, $m>0$, $\therefore$ 双曲线的渐

近线方程为 $x=\pm 2y$, $\therefore m \neq \pm 2$,

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 且 $y_1>0$, 由 $|AF_2|=3|BF_2|$, $\therefore \overline{AF_2} = 3\overline{F_2B}$, $\therefore y_1 = -3y_2$ ①

由 $\begin{cases} x=my+\sqrt{5} \\ x^2-4y^2-4=0 \end{cases}$, 得 $(m^2-4)y^2 + 2\sqrt{5}my + 1 = 0$

$\therefore \Delta = (2\sqrt{5}m)^2 - 4(m^2-4) > 0$, 即 $m^2+4 > 0$ 恒成立,

$$\therefore y_1 + y_2 = -\frac{2\sqrt{5}m}{m^2 - 4} \text{ ②}, y_1 y_2 = \frac{1}{m^2 - 4} \text{ ③},$$

$$\text{联立①②得 } -2y_2 = -\frac{2\sqrt{5}m}{m^2 - 4} > 0, \text{ 联立①③得 } -3y_2^2 = \frac{1}{m^2 - 4} < 0,$$

$$\therefore y_2 = \frac{\sqrt{5}m}{m^2 - 4}, y_2^2 = \frac{1}{12 - 3m^2} \text{ 即: } \frac{1}{12 - 3m^2} = \left(\frac{\sqrt{5}m}{m^2 - 4} \right)^2, m > 0, \text{ 解得: } m = \frac{1}{2}, \text{ 直线 } l \text{ 的斜率为 } 2,$$

故选 D.

【点睛】

本题考查直线与双曲线的位置关系，考查韦达定理的运用，考查向量知识，属于中档题.

10、B

【解析】

由两直线垂直求得则 $a = 0$ 或 $a = 3$ ，再根据充要条件的判定方法，即可求解.

【详解】

由题意，“直线 $ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $(a + 1)x - 2ay + 1 = 0$ 垂直”

则 $a(a + 1) + 2 \times (-2a) = 0$ ，解得 $a = 0$ 或 $a = 3$ ，

所以“直线 $ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $(a + 1)x - 2ay + 1 = 0$ 垂直”是“ $a = 3$ ”的必要不充分条件，故选 B.

【点睛】

本题主要考查了两直线的位置关系，及必要不充分条件的判定，其中解答中利用两直线的位置关系求得 a 的值，同时熟记充要条件的判定方法是解答的关键，着重考查了推理与论证能力，属于基础题.

11、A

【解析】

由 $S_8 = 0$ ， $a_3 = -3$ 可得 a_1, d 以及 a_9 ，而 $S_9 = S_8 + a_9$ ，代入即可得到答案.

【详解】

$$\text{设公差为 } d, \text{ 则 } \begin{cases} a_1 + 2d = -3, \\ 8a_1 + \frac{8 \times 7}{2}d = 0, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a_1 = -7, \\ d = 2, \end{cases}$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 9, \text{ 所以 } S_9 = S_8 + a_9 = 9.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查等差数列基本量的计算，考查学生运算求解能力，是一道基础题.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/887055050044006142>