2024年黑龙江高考数学试题及答案

本试卷共10页，19小题，满分150分.

注意事项：

1.答题前，先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.

2.选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

3.填空题和解答题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内.写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

4.考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交.

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的．请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.

1．已知$z=-1-\mathrm{i}$，则$|z|=$（　　）

A．0　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

2．已知命题p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$|x+1|>1$；命题q：$\exists x>0$，$x^3=x$，则（　　）

A．p和q都是真命题　　B．$\neg p$和q都是真命题

C．p和$\neg q$都是真命题　　D．$\neg p$和$\neg q$都是真命题

3．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1,|\vec{a}+2\vec{b}|=2$，且$(\vec{b}-2\vec{a})\perp\vec{b}$，则$|\vec{b}|=$（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．1

4．某农业研究部门在面积相等的100块稻田上种植一种新型水稻，得到各块稻田的亩产量（单位：kg）并部分整理下表

亩产量	[900，950）	[950，1000）	[1000，1050）	[1100，1150）	[1150，1200）
频数	6	12	18	24	10

据表中数据，结论中正确的是（　　）

A．100块稻田亩产量的中位数小于1050kg

B．100块稻田中亩产量低于1100kg的稻田所占比例超过80%

C．100 块稻田亩产量的极差介于 200kg 至 300kg 之间

D．100 块稻田亩产量的平均值介于 900kg 至 1000kg 之间

5．已知曲线 C：$x^2+y^2=16$（$y>0$），从 C 上任意一点 P 向 x 轴作垂线段 PP'，P' 为垂足，则线段 PP' 的中点 M 的轨迹方程为（　　　　）

A．$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$（$y>0$）　　B．$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{8}=1$（$y>0$）

C．$\dfrac{y^2}{16}+\dfrac{x^2}{4}=1$（$y>0$）　　D．$\dfrac{y^2}{16}+\dfrac{x^2}{8}=1$（$y>0$）

6．设函数 $f(x)=a(x+1)^2-1$，$g(x)=\cos x+2ax$，当 $x\in(-1,1)$ 时，曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 恰有一个交点，则 $a=$（　　　　）

A．-1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

7．已知正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $\dfrac{52}{3}$，$AB=6$，$A_1B_1=2$，则 A_1A 与平面 ABC 所成角的正切值为（　　　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．2　　D．3

8．设函数 $f(x)=(x+a)\ln(x+b)$，若 $f(x)\geq 0$，则 a^2+b^2 的最小值为（　　　　）

A．$\dfrac{1}{8}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

二、多项选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对得 6 分，选对但不全的得部分分，有选错的得 0 分．

9．对于函数 $f(x)=\sin 2x$ 和 $g(x)=\sin(2x-\dfrac{\pi}{4})$，下列正确的有（　　　　）

A．$f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同零点　　B．$f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同最大值

C．$f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小正周期　　D．$f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像有相同的对称轴

10．抛物线 C：$y^2=4x$ 的准线为 l，P 为 C 上的动点，过 P 作 $\odot A: x^2+(y-4)^2=1$ 的一条切线，Q 为切点，过 P 作 l 的垂线，垂足为 B，则（　　　　）

A．l 与 $\odot A$ 相切

B．当 P，A，B 三点共线时，$|PQ|=\sqrt{15}$

C．当 $|PB|=2$ 时，$PA\perp AB$

D．满足 $|PA|=|PB|$ 的点 P 有且仅有 2 个

11．设函数 $f(x)=2x^3-3ax^2+1$，则（　　　　）

A．当$a>1$时，$f(x)$有三个零点

B．当$a<0$时，$x=0$是$f(x)$的极大值点

C．存在 a，b，使得$x=b$为曲线$y=f(x)$的对称轴

D．存在 a，使得点$\left(1,f\left(1\right)\right)$为曲线$y=f(x)$的对称中心

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12．记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若$a_3+a_4=7$，$3a_2+a_5=5$，则$S_{10}=$________.

13．已知α为第一象限角，β为第三象限角，$\tan\alpha+\tan\beta=4$，$\tan\alpha\tan\beta=\sqrt{2}+1$，则

$\sin(\alpha+\beta)=$_______.

14．在如图的 4×4 方格表中选 4 个方格，要求每行和每列均恰有一个方格被选中，则共有

种选法，在所有符合上述要求的选法中，选中方格中的 4 个数之和的最大值是________.

11	21	31	40
12	22	33	42
13	22	33	43
15	24	34	44

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．记$\triangle ABC$的内角 A，B，C的对边分别为 a，b，c，已知$\sin A+\sqrt{3}\cos A=2$.

(1)求 A.

(2)若$a=2$，$\sqrt{2}b\sin C=c\sin 2B$，求$\triangle ABC$的周长.

16．已知函数$f(x)=e^x-ax-a^3$.

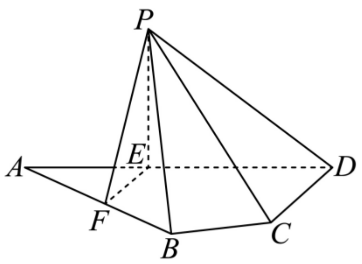
(1)当$a=1$时，求曲线$y=f(x)$在点$\left(1,f(1)\right)$处的切线方程；

(2)若$f(x)$有极小值，且极小值小于 0，求 a 的取值范围.

17．如图，平面四边形$ABCD$中，$AB=8$，$CD=3$，$AD=5\sqrt{3}$，$\angle ADC=90^\circ$，

$\angle BAD=30^\circ$，点 E，F满足$\overrightarrow{AE}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AF}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，将$\triangle AEF$沿 EF对折至$\triangle PEF$，使得

$PC=4\sqrt{3}$.



(1)证明：$EF \perp PD$；

(2)求面 PCD 与面 PBF 所成的二面角的正弦值.

18．某投篮比赛分为两个阶段，每个参赛队由两名队员组成，比赛具体规则如下：第一阶段由参赛队中一名队员投篮 3 次，若 3 次都未投中，则该队被淘汰，比赛成员为 0 分；若至少投中一次，则该队进入第二阶段，由该队的另一名队员投篮 3 次，每次投中得 5 分，未投中得 0 分．该队的比赛成绩为第二阶段的得分总和．某参赛队由甲、乙两名队员组成，设甲每次投中的概率为 p，乙每次投中的概率为 q，各次投中与否相互独立．

(1)若 $p=0.4$，$q=0.5$，甲参加第一阶段比赛，求甲、乙所在队的比赛成绩不少于 5 分的概率．

(2)假设 $0<p<q$，

（i）为使得甲、乙所在队的比赛成绩为 15 分的概率最大，应该由谁参加第一阶段比赛？

（ii）为使得甲、乙，所在队的比赛成绩的数学期望最大，应该由谁参加第一阶段比赛？

19．已知双曲线 $C:x^2-y^2=m\left(m>0\right)$，点 $P_1\left(5,4\right)$ 在 C 上，k 为常数，$0<k<1$．按照如下方式依次构造点 $P_n\left(n=2,3,\ldots\right)$，过 P_{n-1} 作斜率为 k 的直线与 C 的左支交于点 Q_{n-1}，令 P_n 为 Q_{n-1} 关于 y 轴的对称点，记 P_n 的坐标为 $\left(x_n,y_n\right)$．

(1)若 $k=\dfrac{1}{2}$，求 x_2,y_2；

(2)证明：数列 $\left\{x_n-y_n\right\}$ 是公比为 $\dfrac{1+k}{1-k}$ 的等比数列；

(3)设 S_n 为 $\triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}$ 的面积，证明：对任意的正整数 n，$S_n=S_{n+1}$．

1．C

【分析】由复数模的计算公式直接计算即可.

【详解】若 $z=-1-\mathrm{i}$，则 $|z|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.

故选：C.

2．B

【分析】对于两个命题而言，可分别取 $x=-1$、$x=1$，再结合命题及其否定的真假性相反即可得解.

【详解】对于 p 而言，取 $x=-1$，则有 $|x+1|=0<1$，故 p 是假命题，$\neg p$ 是真命题，

对于 q 而言，取 $x=1$，则有 $x^3=1^3=1=x$，故 q 是真命题，$\neg q$ 是假命题，

综上，$\neg p$ 和 q 都是真命题.

故选：B.

3．B

【分析】由 $(\vec{b}-2\vec{a})\perp\vec{b}$ 得 $\vec{b}^2=2\vec{a}\cdot\vec{b}$，结合 $|\vec{a}|=1,|\vec{a}+2\vec{b}|=2$，得 $1+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=1+6\vec{b}^2=4$，由此即可得解.

【详解】因为 $(\vec{b}-2\vec{a})\perp\vec{b}$，所以 $(\vec{b}-2\vec{a})\cdot\vec{b}=0$，即 $\vec{b}^2=2\vec{a}\cdot\vec{b}$，

又因为 $|\vec{a}|=1,|\vec{a}+2\vec{b}|=2$，

所以 $1+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=1+6\vec{b}^2=4$，

从而 $|\vec{b}|=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：B.

4．C

【分析】计算出前三段频数即可判断 A；计算出低于 1100kg 的频数，再计算比例即可判断 B；根据极差计算方法即可判断 C；根据平均值计算公式即可判断 D.

【详解】对于 A，根据频数分布表可知，$6+12+18=36<50$，

所以亩产量的中位数不小于 1050kg，故 A 错误；

对于 B，亩产量不低于 1100kg 的频数为 $24+10=34$，

所以低于 1100kg 的稻田占比为 $\frac{100-34}{100}=66\%$，故 B 错误；

对于 C，稻田亩产量的极差最大为 $1200-900=300$，最小为 $1150-950=200$，故 C 正确；

对于D，由频数分布表可得，亩产量在$[1050,1100)$的频数为$100-(6+12+18+24+10)=30$，

所以平均值为$\frac{1}{100}\times(6\times925+12\times975+18\times1025+30\times1075+24\times1125+10\times1175)=1067$，故D错误.

故选；C.

5．A

【分析】设点$M(x,y)$，由题意，根据中点的坐标表示可得$P(x,2y)$，代入圆的方程即可求解.

【详解】设点$M(x,y)$，则$P(x,y_0),P'(x,0)$，

因为M为PP'的中点，所以$y_0=2y$，即$P(x,2y)$，

又P在圆$x^2+y^2=16(y>0)$上，

所以$x^2+4y^2=16(y>0)$，即$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1(y>0)$，

即点M的轨迹方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1(y>0)$.

故选：A

6．D

【分析】解法一：令$F(x)=ax^2+a-1,G(x)=\cos x$，分析可知曲线$y=F(x)$与$y=G(x)$恰有一个交点，结合偶函数的对称性可知该交点只能在$y$轴上，即可得$a=2$，并代入检验即可;

解法二：令$h(x)=f(x)-g(x),x\in(-1,1)$，可知$h(x)$为偶函数，根据偶函数的对称性可知$h(x)$的零点只能为0，即可得$a=2$，并代入检验即可.

【详解】解法一：令$f(x)=g(x)$，即$a(x+1)^2-1=\cos x+2ax$，可得$ax^2+a-1=\cos x$，

令$F(x)=ax^2+a-1,G(x)=\cos x$，

原题意等价于当$x\in(-1,1)$时，曲线$y=F(x)$与$y=G(x)$恰有一个交点，

注意到$F(x),G(x)$均为偶函数，可知该交点只能在y轴上，

可得$F(0)=G(0)$，即$a-1=1$，解得$a=2$，

若$a=2$，令$F(x)=G(x)$，可得$2x^2+1-\cos x=0$

因为$x\in(-1,1)$，则$2x^2\geq0,1-\cos x\geq0$，当且仅当$x=0$时，等号成立，

可得$2x^2+1-\cos x\geq0$，当且仅当$x=0$时，等号成立，

则方程$2x^2+1-\cos x=0$有且仅有一个实根 0，即曲线$y=F(x)$与$y=G(x)$恰有一个交点，

所以$a=2$符合题意；

综上所述：$a=2$.

解法二：令$h\left(x\right)=f(x)-g\left(x\right)=ax^2+a-1-\cos x, x\in\left(-1,1\right)$，

原题意等价于$h\left(x\right)$有且仅有一个零点，

因为$h\left(-x\right)=a\left(-x\right)^2+a-1-\cos\left(-x\right)=ax^2+a-1-\cos x=h\left(x\right)$，

则$h\left(x\right)$为偶函数，

根据偶函数的对称性可知$h\left(x\right)$的零点只能为 0，

即$h\left(0\right)=a-2=0$，解得$a=2$，

若$a=2$，则$h\left(x\right)=2x^2+1-\cos x, x\in\left(-1,1\right)$，

又因为$2x^2\ge 0, 1-\cos x\ge 0$当且仅当$x=0$时，等号成立，

可得$h\left(x\right)\ge 0$，当且仅当$x=0$时，等号成立，

即$h\left(x\right)$有且仅有一个零点 0，所以$a=2$符合题意；

故选：D.

7．B

【分析】解法一：根据台体的体积公式可得三棱台的高$h=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，做辅助线，结合正三棱台的结构特征求得$AM=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，进而根据线面夹角的定义分析求解；解法二：将正三棱台$ABC-A_1B_1C_1$补成正三棱锥$P-ABC$，A_1A与平面ABC所成角即为PA与平面ABC所成角，根据比例关系可得$V_{P-ABC}=18$，进而可求正三棱锥$P-ABC$的高，即可得结果.

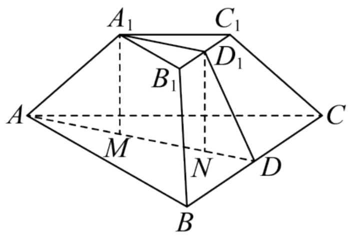
【详解】解法一：分别取BC, B_1C_1的中点D, D_1，则$AD=3\sqrt{3}, A_1D_1=\sqrt{3}$，

可知$S_{\vartriangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}, S_{\vartriangle A_1B_1C_1}=\dfrac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$，

设正三棱台$ABC-A_1B_1C_1$的为h，

则$V_{ABC-A_1B_1C_1}=\dfrac{1}{3}\left(9\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{9\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\right)h=\dfrac{52}{3}$，解得$h=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，

如图，分别过A_1, D_1作底面垂线，垂足为M, N，设$AM=x$，



则 $AA_1=\sqrt{AM^2+A_1M^2}=\sqrt{x^2+\frac{16}{3}}$，$DN=AD-AM-MN=2\sqrt{3}-x$，

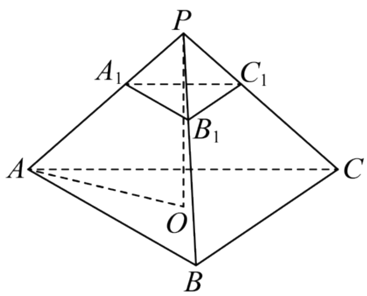
可得 $DD_1=\sqrt{DN^2+D_1N^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-x\right)^2+\frac{16}{3}}$，

结合等腰梯形 BCC_1B_1 可得 $BB_1^2=\left(\frac{6-2}{2}\right)^2+DD_1^2$，

即 $x^2+\frac{16}{3}=\left(2\sqrt{3}-x\right)^2+\frac{16}{3}+4$，解得 $x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

所以 A_1A 与平面 ABC 所成角的正切值为 $\tan\angle A_1AD=\frac{A_1M}{AM}=1$；

解法二：将正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 补成正三棱锥 $P-ABC$，



则 A_1A 与平面 ABC 所成角即为 PA 与平面 ABC 所成角，

因为 $\frac{PA_1}{PA}=\frac{A_1B_1}{AB}=\frac{1}{3}$，则 $\frac{V_{P-A_1B_1C_1}}{V_{P-ABC}}=\frac{1}{27}$，

可知 $V_{ABC-A_1B_1C_1}=\frac{26}{27}V_{P-ABC}=\frac{52}{3}$，则 $V_{P-ABC}=18$，

设正三棱锥 $P-ABC$ 的高为 d，则 $V_{P-ABC}=\frac{1}{3}d\times\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=18$，解得 $d=2\sqrt{3}$，

取底面 ABC 的中心为 O，则 $PO\perp$ 底面 ABC，且 $AO=2\sqrt{3}$，

所以 PA 与平面 ABC 所成角的正切值 $\tan\angle PAO=\frac{PO}{AO}=1$.

故选：B.

8．C

【分析】解法一：由题意可知：$f(x)$ 的定义域为 $\left(-b,+\infty\right)$，分类讨论 $-a$ 与 $-b,1-b$

的大小关系，结合符号分析判断，即可得$b=a+1$，代入可得最值；解法二：根据对数函数的性质分析$\ln(x+b)$的符号，进而可得$x+a$的符号，即可得$b=a+1$，代入可得最值.

【详解】解法一：由题意可知：$f(x)$的定义域为$\left(-b,+\infty\right)$，

令$x+a=0$解得$x=-a$；令$\ln(x+b)=0$解得$x=1-b$；

若$-a\le -b$，当$x\in\left(-b,1-b\right)$时，可知$x+a>0,\ln\left(x+b\right)<0$，

此时$f(x)<0$，不合题意；

若$-b<-a<1-b$，当$x\in\left(-a,1-b\right)$时，可知$x+a>0,\ln\left(x+b\right)<0$，

此时$f(x)<0$，不合题意；

若$-a=1-b$，当$x\in\left(-b,1-b\right)$时，可知$x+a<0,\ln\left(x+b\right)<0$，此时$f(x)>0$；

当$x\in\left[1-b,+\infty\right)$时，可知$x+a\ge 0,\ln\left(x+b\right)\ge 0$，此时$f(x)\ge 0$；

可知若$-a=1-b$，符合题意；

若$-a>1-b$，当$x\in\left(1-b,-a\right)$时，可知$x+a<0,\ln\left(x+b\right)>0$，

此时$f(x)<0$，不合题意；

综上所述：$-a=1-b$，即$b=a+1$，

则$a^2+b^2=a^2+\left(a+1\right)^2=2\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\ge\frac{1}{2}$，当且仅当$a=-\frac{1}{2},b=\frac{1}{2}$时，等号成立，

所以a^2+b^2的最小值为$\frac{1}{2}$；

解法二：由题意可知：$f(x)$的定义域为$\left(-b,+\infty\right)$，

令$x+a=0$解得$x=-a$；令$\ln(x+b)=0$解得$x=1-b$；

则当$x\in\left(-b,1-b\right)$时，$\ln\left(x+b\right)<0$，故$x+a\le 0$，所以$1-b+a\le 0$；

$x\in\left(1-b,+\infty\right)$时，$\ln\left(x+b\right)>0$，故$x+a\ge 0$，所以$1-b+a\ge 0$；

故$1-b+a=0$， 则$a^2+b^2=a^2+\left(a+1\right)^2=2\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\ge\frac{1}{2}$，

当且仅当$a=-\frac{1}{2},b=\frac{1}{2}$时，等号成立，

所以a^2+b^2的最小值为$\frac{1}{2}$.

故选：C.

【点睛】关键点点睛：分别求 $x+a=0$ 、$\ln(x+b)=0$ 的根，以根和函数定义域为临界，比较大小分类讨论，结合符号性分析判断.

9．BC

【分析】根据正弦函数的零点，最值，周期公式，对称轴方程逐一分析每个选项即可.

【详解】A 选项，令 $f(x)=\sin 2x=0$ ，解得 $x=\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$ ，即为 $f(x)$ 零点，

令 $g(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})=0$ ，解得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8},k\in\mathbf{Z}$ ，即为 $g(x)$ 零点，

显然 $f(x),g(x)$ 零点不同，A 选项错误；

B 选项，显然 $f(x)_{\max}=g(x)_{\max}=1$ ，B 选项正确；

C 选项，根据周期公式， $f(x),g(x)$ 的周期均为 $\frac{2\pi}{2}=\pi$ ，C 选项正确；

D 选项，根据正弦函数的性质 $f(x)$ 的对称轴满足 $2x=k\pi+\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}$ ，

$g(x)$ 的对称轴满足 $2x-\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{3\pi}{8},k\in\mathbf{Z}$ ，

显然 $f(x),g(x)$ 图像的对称轴不同，D 选项错误.

故选：BC

10．ABD

【分析】A 选项，抛物线准线为 $x=-1$ ，根据圆心到准线的距离来判断；B 选项， P,A,B 三点共线时，先求出 P 的坐标，进而得出切线长; C 选项，根据 $|PB|=2$ 先算出 P 的坐标，然后验证 $k_{PA}k_{AB}=-1$ 是否成立；D 选项，根据抛物线的定义，$|PB|=|PF|$ ，于是问题转化成 $|PA|=|PF|$ 的 P 点的存在性问题，此时考察 AF 的中垂线和抛物线的交点个数即可，亦可直接设 P 点坐标进行求解.

【详解】A 选项，抛物线 $y^2=4x$ 的准线为 $x=-1$ ，

$\odot A$ 的圆心 $(0,4)$ 到直线 $x=-1$ 的距离显然是 1，等于圆的半径，

故准线 l 和 $\odot A$ 相切，A 选项正确；

B 选项， P,A,B 三点共线时，即 $PA\perp l$ ，则 P 的纵坐标 $y_P=4$ ，

由 $y_P^2=4x_P$ ，得到 $x_P=4$ ，故 $P(4,4)$ ，

此时切线长 $|PQ|=\sqrt{|PA|^2-r^2}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$ ，B 选项正确；

C 选项，当$\left|PB\right|=2$时，$x_P=1$，此时$y_P^2=4x_P=4$，故$P(1,2)$或$P(1,-2)$，

当$P(1,2)$时，$A(0,4),B(-1,2)$，$k_{PA}=\frac{4-2}{0-1}=-2$，$k_{AB}=\frac{4-2}{0-(-1)}=2$，

不满足$k_{PA}k_{AB}=-1$；

当$P(1,-2)$时，$A(0,4),B(-1,2)$，$k_{PA}=\frac{4-(-2)}{0-1}=-6$，$k_{AB}=\frac{4-(-2)}{0-(-1)}=6$，

不满足$k_{PA}k_{AB}=-1$；

于是$PA\perp AB$不成立，C 选项错误；

D 选项，方法一：利用抛物线定义转化

根据抛物线的定义，$\left|PB\right|=\left|PF\right|$，这里$F(1,0)$，

于是$\left|PA\right|=\left|PB\right|$时$P$点的存在性问题转化成$\left|PA\right|=\left|PF\right|$时$P$点的存在性问题，

$A(0,4),F(1,0)$，AF中点$\left(\frac{1}{2},2\right)$，$AF$中垂线的斜率为$-\frac{1}{k_{AF}}=\frac{1}{4}$，

于是AF的中垂线方程为：$y=\frac{2x+15}{8}$，与抛物线$y^2=4x$联立可得$y^2-16y+30=0$，

$\Delta=16^2-4\times30=136>0$，即$AF$的中垂线和抛物线有两个交点，

即存在两个P点，使得$\left|PA\right|=\left|PF\right|$，D 选项正确.

方法二：（设点直接求解）

设$P\left(\frac{t^2}{4},t\right)$，由$PB\perp l$可得$B\left(-1,t\right)$，又$A(0,4)$，又$\left|PA\right|=\left|PB\right|$，

根据两点间的距离公式，$\sqrt{\frac{t^4}{16}+(t-4)^2}=\frac{t^2}{4}+1$，整理得$t^2-16t+30=0$，

$\Delta=16^2-4\times30=136>0$，则关于$t$的方程有两个解，

即存在两个这样的P点，D 选项正确.

故选：ABD