

2023-2024 学年北师大附属实验中学八年级（下）开学数学试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 某种细胞的直径是 0.0000005 毫米，这个数用科学记数法表示为()

- A. 5×10^{-8} B. 5×10^7 C. 5×10^{-7} D. 5×10^{-6}

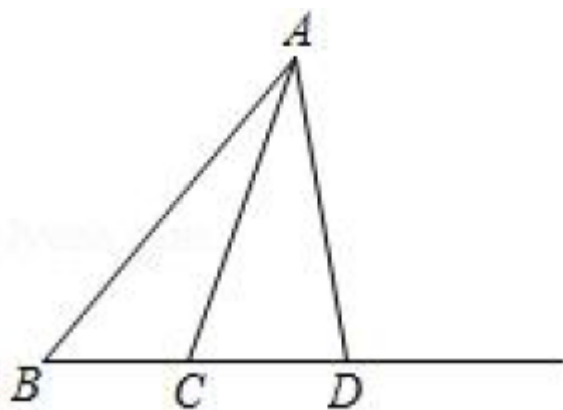
2. 下列计算正确的是()

- A. $a^3 + a^2 = 2a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(3a^3)^2 = 9a^6$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$

3. 如果二次根式 $\sqrt{\frac{1}{x+3}}$ 有意义，那么 x 的取值范围是()

- A. $x > -3$ B. $x > 3$ C. $x < -3$ D. $x < 3$

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle BAC = 20^\circ$ ， D 为线段 AB 的垂直平分线与直线 BC 的交点，连结 AD ，则 $\angle CAD =$ ()



- A. 40° B. 30° C. 20° D. 10°

5. 下列各式中，计算正确的是()

A. $98 \times 102 = (100 - 2)(100 + 2) = 100^2 - 2 = 9998$

B. $\frac{x}{x+3} - 1 = \frac{3}{x+3}$

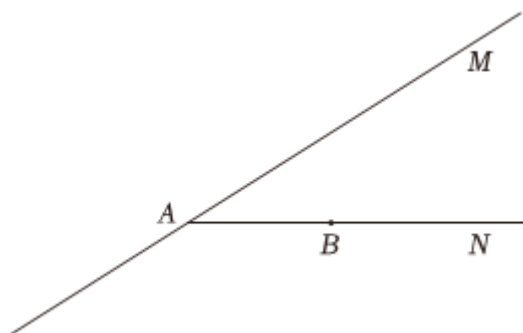
C. $(15x^2y - 5xy^2) \div 5xy = 3x - 5y$

D. $(3x + 1)(x - 2) = 3x^2 - 5x - 2$

6. 下列各组两个根式，是同类二次根式的是()

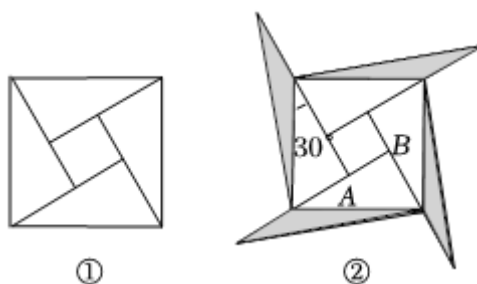
- A. $\sqrt{\frac{1}{xy}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{2xy}}$ B. $\sqrt{8ab^3}$ 和 $2\sqrt{ab}$ C. $\sqrt{20}$ 和 $-\sqrt{\frac{1}{5}}$ D. $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{ab}$

7. 如图， $\angle MAN = 30^\circ$ ，点 B 是射线 AN 上的定点，点 P 是直线 AM 上的动点，要使 $\triangle PAB$ 为等腰三角形，则满足条件的点 P 共有()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

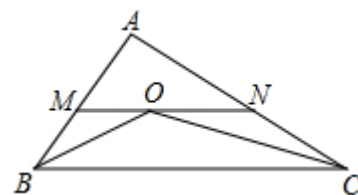
8. 图①是我国古代著名的“赵爽弦图”的示意图，它是由四个全等的直角三角形围成的.若直角三角形的一个锐角为 30° ，将各三角形较短的直角边分别向外延长一倍，得到图②所示的“数学风车”.已知 $AB = 3$ ，则图中阴影部分的面积为()



- A. $3 - 3\sqrt{3}$ B. $3 + 3\sqrt{3}$ C. $18 - 9\sqrt{3}$ D. $18 + 9\sqrt{3}$

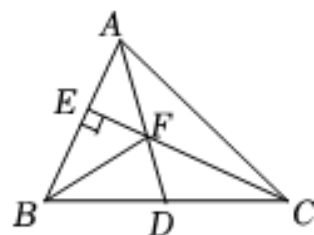
二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 4$ ， $AC = 6$ ， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于 O 点，过点 O 作 BC 的平行线交 AB 于 M 点，交 AC 于 N 点，则 $\triangle AMN$ 的周长为_____.



10. 若 $x^2 + mx + 9$ 是一个完全平方式，则 m 的值是_____.

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 为 BC 边上的中线， $CE \perp AB$ 于点 E ， AD 与 CE 交于点 F ，连接 BF . 若 BF 平分 $\angle ABC$ ， $EF = 2$ ， $BC = 8$ ，则 $\triangle CDF$ 的面积为_____.

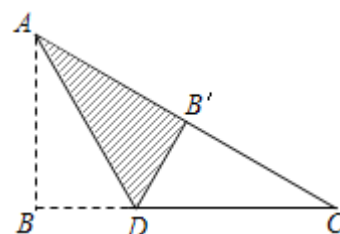


12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A , 点 B 的坐标分别为 $(-8, 0)$, $(0, 6)$. 若 $\triangle ABC$ 是以 $\angle BAC$ 为顶角的等腰三角形, 点 C 在 x 轴上, 则点 C 的坐标为_____.

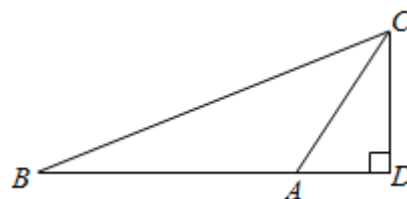
13. $(x\sqrt{2x} - 3\sqrt{2x^3}) \div 8\sqrt{\frac{x}{4}} =$ _____.

14. 若 $a = \frac{\sqrt{17} + 1}{2}$, 则 $a^2 - a + 2020 =$ _____.

15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, 将 $\triangle ABC$ 折叠, 使点 B 恰好落在斜边 AC 上, 与点 B' 重合, AD 为折痕, 则 $DB =$ _____.



16. 如图, 已知 CD 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高, 若 $CD = \sqrt{3}$, $AD = 1$, $AB = 2AC$, 则 BC 的长为_____.



三、解答题: 本题共 **8** 小题, 共 **52** 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本小题 6 分)

计算:

(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{4} + \sqrt{27}$;

(2) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - \sqrt{5^2}$.

18. (本小题 6 分)

因式分解:

(1) $3x^2 - 6xy + 3y^2$;

(2) $4amx^3 - am^5x$.

19. (本小题 6 分)

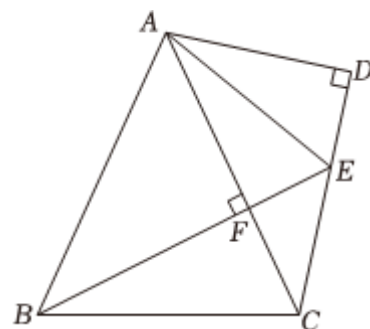
先化简 $\frac{2}{a+1} - \frac{a-1}{a} \div \frac{a^2-1}{a^2+2a}$, 然后从 $-2, -1, 0, 1, 2$ 中, 选择一个合适的数代入求值.

20. (本小题 6 分)

如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB = AC$, $\angle D = 90^\circ$, $BE \perp AC$ 于点 F , 交 CD 于点 E , 连接 EA , EA 平分 $\angle DEF$.

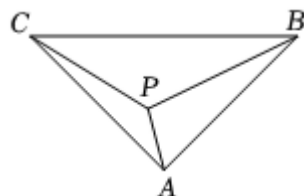
(1) 求证: $AF = AD$;

(2) 若 $BF = 7$, $DE = 3$, 求 CE 的长.



21. (本小题 6 分)

如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, P 是 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $PA = 1$, $PB = 3$, $PC = \sqrt{7}$, 求 $\angle CPA$ 的度数.



22. (本小题 6 分)

观察, 思考, 解答:

$$(\sqrt{2} - 1)^2 = (\sqrt{2})^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{2} + 1^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2},$$

反之, $3 - 2\sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} - 1)^2$, 即 $3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$,

所以 $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$.

(1) 仿照上列, 化简 $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} =$ _____;

(2) 已知 $x = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$, 求 $(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}) \cdot \frac{x^2 - 4}{2x^2}$ 的值. (结果需化为最简的二次根式)

23. (本小题 8 分)

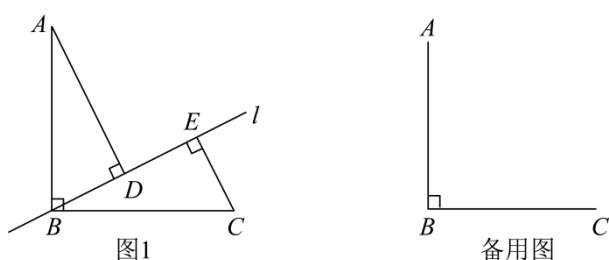
已知 $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, 直线 l 是过点 B 的一条动直线 (不与直线 AB , BC 重合), 分别过点 A , C 作直线 l 的垂线, 垂足为 D , E .

(1) 如图 1, 当 $45^\circ < \angle ABD < 90^\circ$ 时,

①求证: $CE + DE = AD$;

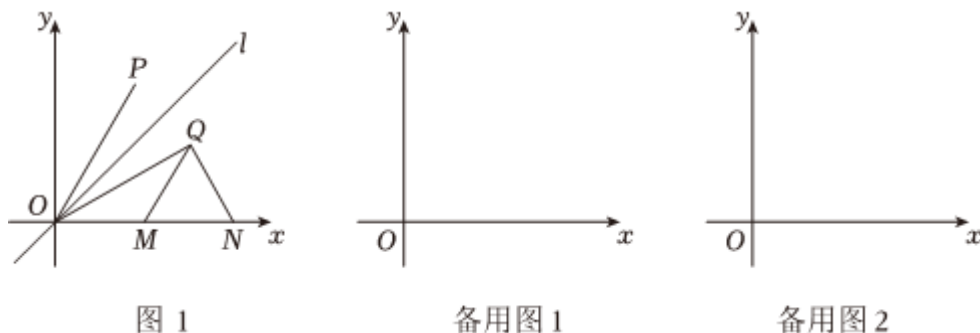
②连接 AE , 过点 D 作 $DH \perp AE$ 于 H , 过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交 DH 的延长线于点 F . 依题意补全图形, 用等式表示线段 DF , BE , DE 的数量关系, 并证明;

(2) 在直线 l 运动的过程中, 若 DE 的最大值为 3, 直接写出 AB 的长.



24. (本小题 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 过原点且经过第三、第一象限, l 与 x 轴所夹锐角为 n° . 对于点 P 和 x 轴上的两点 M , N , 给出如下定义: 记点 P 关于直线 l 的对称点为 Q , 若点 Q 的纵坐标为正数, 且 $\triangle MNQ$ 为等边三角形, 则称点 P 为 M , N 的 n° 点.



(1) 如图 1, 若点 $M(2, 0)$, $N(4, 0)$, 点 P 为 M , N 的 45° 点, 连接 OP , OQ .

① $\angle POQ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

②求点 P 的纵坐标;

(2) 已知点 $M(m, 0)$, $N(m + t, 0)$.

①当 $t = 2$ 时, 点 P 为 M , N 的 60° 点, 且点 P 的横坐标为 -2 , 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$;

②当 $m = -2$ 时, 点 P 为 M , N 的 30° 点, 且点 P 的横坐标为 2 , 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案和解析

1. 【答案】C

【解析】解： $0.0000005 = 5 \times 10^{-7}$.

故选：C.

绝对值小于1的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

2. 【答案】C

【解析】解： a^3 与 a^2 不是同类项，所以不能合并，故A错误，不合题意；

$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，故B错误，不合题意；

$(3a^3)^2 = 3^2 \cdot (a^3)^2 = 9a^6$ ，故C正确，符合题意；

$a^8 \div a^2 = a^{8-2} = a^6$ ，故D错误，不合题意.

故选：C.

根据合并同类项法则判断A选项；根据同底数幂的乘法法则判断B选项；根据幂的乘方与积的乘方法则判断C选项；根据同底数幂的除法法则判断D选项.

本题主要考查合并同类项法则，同底数幂的乘、除法法则，幂的乘方与积的乘方法则，熟练掌握相关运算法则是解题关键.

3. 【答案】A

【解析】解：根据二次根式有意义，分式有意义得： $\frac{1}{x+3} \geq 0$ 且 $x+3 \neq 0$ ，

解得： $x > -3$.

故选：A.

根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于0，分母不等于0，就可以求解.

本题主要考查二次根式有意义的条件，分式有意义，分母不为0；二次根式的被开方数是非负数.

4. 【答案】B

【解析】【分析】

本题考查了线段垂直平分线的性质：垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等.

先根据线段垂直平分线的性质得到 $DA = DB$ ，则利用等腰三角形的性质得到 $\angle DAB = \angle ABC = 50^\circ$ ，然

后计算 $\angle DAB - \angle BAC$ 即可.

【解答】

解: $\because D$ 为线段 AB 的垂直平分线与直线 BC 的交点,

$$\therefore DA = DB,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle ABC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle DAB - \angle BAC = 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ.$$

故选 B .

5. 【答案】 D

【解析】解: $A. 98 \times 102 = (100 - 2)(100 + 2) = 100^2 - 2^2 = 9996$, 故 A 错误, 不符合题意;

$$B. \frac{x}{x+3} - 1 = \frac{x-x-3}{x+3} = -\frac{3}{x+3}, \text{ 故 } B \text{ 错误, 不符合题意;}$$

$$C. (15x^2y - 5xy^2) \div 5xy = 3x - y, \text{ 故 } C \text{ 错误, 不符合题意;}$$

$$D. (3x+1)(x-2) = 3x^2 - 6x + x - 2 = 3x^2 - 5x - 2, \text{ 故 } D \text{ 正确, 符合题意.}$$

故选: D .

A . 由平方差公式即可判断; B . 先通分, 再根据同分母分式的减法计算即可判断; C . 根据多项式除单项式法则计算即可判断; D . 根据多项式乘多项式法则计算即可判断.

本题主要考查平方差公式、分式的加减法、整式的混合运算, 熟记 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, 并熟练掌握分式的加减运算法则、整式的混合运算法则是解题关键.

6. 【答案】 C

【解析】解: A 、 $\sqrt{\frac{1}{xy}} = \frac{\sqrt{xy}}{xy}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{2xy}} = \frac{\sqrt{2xy}}{2xy}$ 被开方数不同, 故不是同类二次根式;

$$B、\sqrt{8ab^3} = 2|b|\sqrt{2ab} \text{ 与 } 2\sqrt{ab} \text{ 被开方数不同, 故不是同类二次根式;}$$

$$C、\sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ 与 } -\sqrt{\frac{1}{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5} \text{ 被开方数相同, 故是同类二次根式;}$$

$$D、\sqrt{a} \text{ 与 } \sqrt{ab} \text{ 被开方数不同, 故不是同类二次根式.}$$

故选: C .

先把各二次根式化简为最简二次根式, 再根据同类二次根式的概念解答即可.

此题主要考查了同类二次根式的定义即化成最简二次根式后, 被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式.

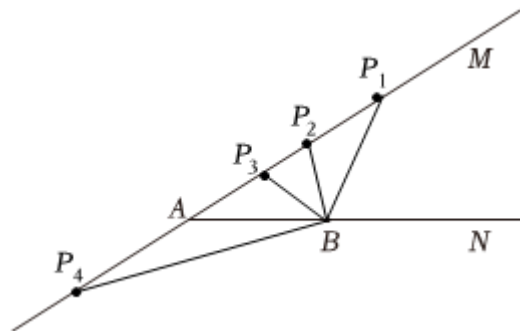
7. 【答案】 D

【解析】解：如图所示，满足条件的点 P 共有 4 个。

故选：D.

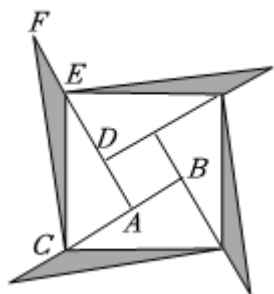
有两个角相等的三角形叫做等腰三角形，根据此条件可找出符合条件的点 P ，根据角的不同应该能够找到三个点构成等腰三角形。

本题考查等腰三角形的判定，有两个角相等的三角形是等腰三角形，根据此判定定理可找符合条件的 P 点。



8. 【答案】D

【解析】解：如图，



由题意得， $AB = AD = 3$ ， $DE = EF = AC$ ， $BC = AE$ ，

设 $AC = a$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中， $\angle CEA = 30^\circ$ ，

$$\therefore AE = \sqrt{3}a = BC, \text{ 即 } \sqrt{3}a = a + 3,$$

$$\text{解得: } a = \frac{3}{2}(\sqrt{3} + 1),$$

$$\therefore AC = \frac{3}{2}(\sqrt{3} + 1),$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle CEF} &= \frac{1}{2}AF \cdot AC - \frac{1}{2}AE \cdot AC = \frac{1}{2}AC(AF - AE) = \frac{1}{2}AC \cdot EF = \frac{1}{2}AC^2 \\ &= \frac{1}{2} \times \left[\frac{3}{2}(\sqrt{3} + 1)\right]^2 = \frac{18 + 9\sqrt{3}}{4}, \end{aligned}$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } 4S_{\triangle CEF} = 18 + 9\sqrt{3}.$$

故选：D.

易知 $AB = AD = 3$ ， $DE = EF = AC$ ， $BC = AE$ ，设 $AC = a$ ，由含 30° 度角的直角三角形性质得

$AE = \sqrt{3}a$ ，于是 $\sqrt{3}a = a + 3$ ，得到 $AC = \frac{3}{2}(\sqrt{3} + 1)$ ，再利用同底等高的三角形面积关系得到

$$S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}AC^2, \text{ 进而阴影部分的面积为 } 4S_{\triangle CEF}.$$

本题主要考查含 30° 角的直角三角形性质、全等三角形的性质、三角形的面积，解题关键是利用全等三角形的对应边相等构建方程，求出 AC 的长.

9.【答案】10

【解析】解： $\because BO$ 为 $\angle ABC$ 的平分线， CO 为 $\angle ACB$ 的平分线，
 $\therefore \angle ABO = \angle CBO$ ， $\angle ACO = \angle BCO$ ，
 $\because MN \parallel BC$ ，
 $\therefore \angle MOB = \angle OBC$ ， $\angle NOC = \angle BCO$ ，
 $\therefore \angle ABO = \angle MOB$ ， $\angle NOC = \angle ACO$ ，
 $\therefore MB = MO$ ， $NC = NO$ ，
 $\therefore MN = MO + NO = MB + NC$ ，
 $\because AB = 4$ ， $AC = 6$ ，
 $\therefore \triangle AMN$ 周长为 $AM + MN + AN = AM + MB + AN + NC = AB + AC = 10$ ，
故答案为：10

利用角平分线及平行线性质，结合等腰三角形的判定得到 $MB = MO$ ， $NC = NO$ ，将三角形 AMN 周长转化，求出即可.

此题考查了等腰三角形的性质，以及平行线的性质，熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

10.【答案】 ± 6

【解析】【分析】

利用完全平方公式的结构特征判断即可确定出 m 的值.

此题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

【解答】

解：因为 $x^2 + mx + 9$ 是一个完全平方式，

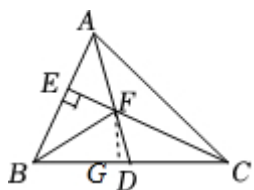
所以 $x^2 + mx + 9 = (x \pm 3)^2$ ，

所以 $m = \pm 6$ ，

故答案为： ± 6 .

11.【答案】4

【解析】解：过点 F 作 $FG \perp BC$ ，垂足为 G ，如图，



$\because BF$ 平分 $\angle ABC$ ， $CE \perp AB$ ， $EF = 2$ ，

$\therefore FG = FE = 2$ ，

$\because BC = 8$ ， AD 为 BC 边上的中线，

$\therefore CD = \frac{1}{2}BC = 4$ ，

$\therefore S_{\triangle CDF} = \frac{1}{2}CD \cdot FG = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$.

故答案为：4.

过点 F 作 $FG \perp BC$ ，由角平分线的性质可得 $FG = FE = 2$ ，再由 AD 是中线，则有 $CD = 4$ ，利用三角形的面积公式可求得 $\triangle CDF$ 的面积.

本题主要考查角平分线的性质，解答的关键是熟记角平分线的性质.

12. 【答案】 $(2, 0)$ 或 $(-18, 0)$

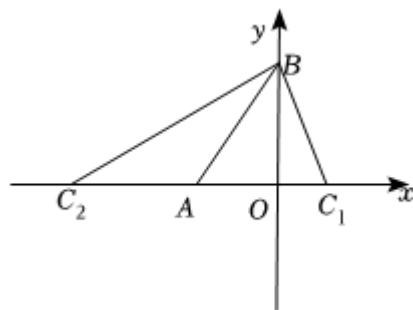
【解析】解： $\because$ 点 A 、点 B 的坐标分别为 $(-8, 0)$ 、 $(0, 6)$ ，

$\therefore AB = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = 10$.

$\because A(-8, 0)$ ，

$\therefore C(2, 0)$ 或 $(-18, 0)$.

故答案为： $(2, 0)$ 或 $(-18, 0)$.



根据题意画出图形，根据勾股定理求出 AB 的长，再根据 $AB = AC$ 即可得出结论.

本题考查的是等腰三角形的判定，熟知等腰三角形的判定定理是解答此题的关键.

13. 【答案】 $-\frac{\sqrt{2}}{2}x$

【解析】解：由题可知， $x \geq 0$ ，

$\therefore (x\sqrt{2x} - 3\sqrt{2x^3}) \div 8\sqrt{\frac{x}{4}}$

$= (x\sqrt{2x} - 3x\sqrt{2x}) \div 8 \times \frac{\sqrt{x}}{2}$

$= -2x\sqrt{2x} \times \frac{1}{4\sqrt{x}}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/888047062030006046>