河南省部分学校大联考2024-2025学年高二上学期11月期中数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知直线l的倾斜角为$\frac{3\pi}{4}$，且l经过点$\left(-1,2\right)$，则l的方程为（　）

A．$x+y+3=0$　　B．$x+y-1=0$

C．$2x-y+4=0$　　D．$2x+y=0$

2．椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$与$\frac{x^2}{9-m}+\frac{y^2}{4-m}=1(m<4$，且$m\neq 0)$的（　）

A．长轴长相等　　B．短轴长相等

C．焦距相等　　D．离心率相等

3．已知中心在原点的双曲线C的一条渐近线的斜率为2，且一个焦点的坐标为$\left(0,\sqrt{10}\right)$，则C的方程为（　）

A．$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{8}=1$　　B．$x^2-\frac{y^2}{4}=1$

C．$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{6}=1$　　D．$\frac{y^2}{8}-\frac{x^2}{2}=1$

4.在四面体$ABCD$中，M为棱CD的中点，E为线段AM的中点，若$\overrightarrow{BE}=a\overrightarrow{BC}+b\overrightarrow{BD}+c\overrightarrow{BA}$，则$\frac{c}{a}=$（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．2　　D．3

5．若直线$l:ax-by-4=0$与圆$O:x^2+y^2=4$相离，则点$P\left(a,b\right)$（　）

A．在圆O外　　B．在圆O内

C．在圆O上　　D．位置不确定

6．设P为椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$上一动点，$F_1,F_2$分别为椭圆的左、右焦点，$Q\left(-1,0\right)$，则$|PF_2|+|PQ|$的最小值为（　）

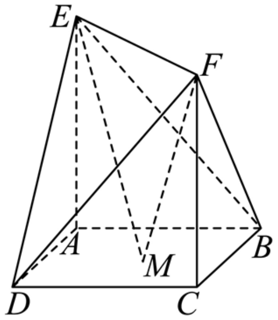
A．8　　B．7　　C．6　　D．4

7．已知F为抛物线$E:x^2=2py\left(p>0\right)$的焦点，$\vee ABC$的三个顶点都在$E$上，且$F$为$\vee ABC$

的重心.若$|FA|+|FB|$的最大值为10，则$p=$（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．如图，在多面体$EF-ABCD$中，底面$ABCD$是边长为1的正方形，M为底面$ABCD$内的一个动点（包括边界），$AE\perp$底面$ABCD, CF\perp$底面$ABCD$，且$AE=CF=2$，则$\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}$的最小值与最大值分别为（　）



A．$\frac{7}{2},4$　　B．$3,4$　　C．$\frac{7}{2},5$　　D．$\frac{5}{2},\frac{7}{2}$

二、多选题

9．已知方程$C:(m-2)x^2+(5-m)y^2=1$，则（　）

A．当$2<m<5$时，方程C表示椭圆

B．当$m>5$时，方程C表示焦点在x轴上的双曲线

C．存在m，使得方程C表示两条直线

D．存在m，使得方程C表示抛物线

10．已知直线l的方程为$ax-y-a=0, M(1,-1), N(3,3)$，则下列结论正确的是（　）

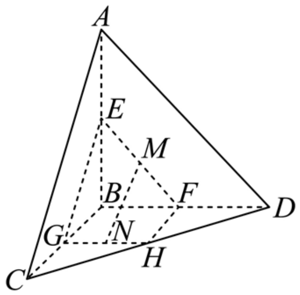
A．点M不可能在直线l上

B．直线l恒过点$(1,0)$

C．若点M,N到直线l的距离相等，则$a=2$

D．直线l上恒存在点Q，满足$\overrightarrow{MQ}\cdot\overrightarrow{NQ}=0$

11．如图，在三棱锥$A-BCD$中，$BD\perp BC, AB\perp$平面$BCD, AB=BC=BD=2, E,F,G,H$分别为AB,BD,BC,CD的中点，M是EF的中点，N是线段GH上的动点，则（　）



A．存在$a>0,b>0$，使得$\overrightarrow{GM}=a\overrightarrow{GH}+b\overrightarrow{GE}$

B．不存在点N，使得$MN\perp EH$

C．$\left|\overrightarrow{MN}\right|$的最小值为$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

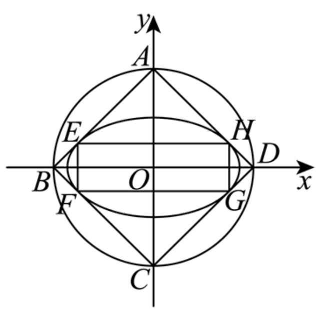
D．异面直线AG与EF所成角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

三、填空题

12．在空间直角坐标系$Oxyz$中，点$P\left(a,0,2b-3\right)$与$Q\left(a,0,b\right)$关于原点O对称，则点Q的坐标为________.

13．若圆$C:(x-2)^2+(y-1)^2=1$关于直线$ax+2by+2=0$对称，则点$\left(a,b\right)$与圆心C的距离的最小值是________.

14．已知椭圆的任意两条相互垂直的切线的交点的轨迹是圆，这个圆被称为“蒙日圆”，它的圆心与椭圆的中心重合，半径的平方等于椭圆长半轴长和短半轴长的平方和.如图为椭圆$\Omega:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$及其蒙日圆$O,\Omega$的离心率为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，点$A,B,C,D$分别为蒙日圆$O$与坐标轴的交点，$AB,BC,CD,AD$分别与$\Omega$相切于点$E,F,G,H$，则四边形$ABCD$与四边形$EFGH$的面积的比值为________.



四、解答题

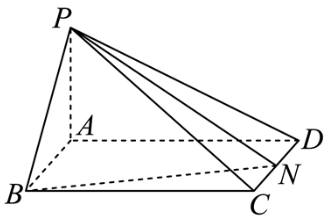
15．已知圆C的圆心在直线$y=2x$和直线$2x+y-4=0$的交点上，且圆C过点$\left(-1,1\right)$.

(1)求圆C的方程；

(2)若圆B的方程为$x^2+y^2-4x+4y+3=0$，判断圆B与圆C的位置关系.

16．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$是矩形，

$PA=AB=2,AD=4,PB=2\sqrt{2},PD=2\sqrt{5},N$为$CD$的中点.



(1)证明：$PA\perp BN$；

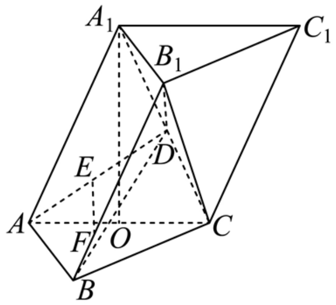
(2)求直线AB与平面PBN所成角的正弦值.

17．已知F是抛物线$C:y^2=2px(0<p<3)$的焦点，$P\left(x_0,4\right)$是C上一点，且P在C的准线上的射影为$Q,\left|PQ\right|=5$.

(1)求C的方程；

(2)过点P作斜率大于$\frac{4}{3}$的直线l与C交于另一点M，若$\triangle PFM$的面积为3，求l的方程.

18．如图，在斜三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，平面$AA_1C_1C\perp$平面$ABC,\triangle ABC$是边长为2的等边三角形，$AA_1=A_1C,O$为AC的中点，且$A_1O=2,D$为A_1C的中点，E为AD的中点，$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BB_1}$.



(1)设向量$\vec{a}$为平面ABC的法向量，证明：$\overrightarrow{EF}\cdot\vec{a}=0$；

(2)求点A到平面BCD的距离；

(3)求平面BCD与平面B_1DC夹角的余弦值.

19．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的离心率为2，左、右焦点分别是$F_1,F_2,P$是$C$的右支上一点，$PF_1$的中点为$Q$，且$\left|QF_1\right|-\left|QO\right|=1$（$O$为坐标原点），A是$C$的右顶点，$M,N$是$C$上两点（均与点A不重合）.

(1)求C的方程；

(2)若M,N不关于坐标轴和原点对称，且MN的中点为H，证明：直线OH与直线MN的斜率之积为定值；

(3)若M,N不关于y轴对称，且$AM\perp AN$，证明：直线MN过定点.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	C	B	B	D	A	BC	ABD
题号	11									
答案	BCD									

1．B

【分析】先求出直线的斜率，由点斜式方程可得直线方程.

【详解】由题意，直线l的斜率为$\tan\frac{3\pi}{4}=-1$，

又过点$\left(-1,2\right)$，故其方程为$y-2=-(x+1)$，即$x+y-1=0$.

故选：B.

2．C

【分析】根据椭圆的标准方程和几何性质，结合选项计算即可求解.

【详解】对应椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$，$a=3,b=2$，所以$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5}$，

所以该椭圆的长轴为 6，短轴为 4，焦距为$2\sqrt{5}$，离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$；

对于$\frac{x^2}{9-m}+\frac{y^2}{4-m}=1(m<4$且$m\neq 0$)，则$9-m>0,4-m>0$，

该方程表示的是焦点在x轴上的椭圆，

$a=\sqrt{9-m},b=\sqrt{4-m}$，所以$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5}$，

长轴为$2\sqrt{9-m}$，短轴为$2\sqrt{4-m}$，

所以该椭圆的焦距为$2\sqrt{5}$，离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9-m}}$，

所以两个圆锥曲线的的焦距为$2\sqrt{5}$，故 C 正确.

故选：C

3．D

【分析】由题意，判断双曲线焦点位置，求出a,b的值，即得双曲线方程.

【详解】由题意，双曲线的焦点在y轴上，且$c=\sqrt{10}$，$\frac{a}{b}=2$，即$a=2b$，

利用$a^2+b^2=c^2$可联立求得$a=2\sqrt{2},b=\sqrt{2}$，

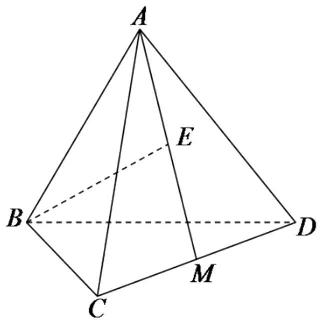
故双曲线C的方程为：$\frac{y^2}{8}-\frac{x^2}{2}=1$.

故选：D.

4．C

【分析】根据空间向量的线性运算即可求解.

【详解】如图，



$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{BA}\right)=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DM}\right)-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

$=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+\frac{1}{4}(BC-BD)=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$，

又 $\overrightarrow{BE}=a\overrightarrow{BC}+b\overrightarrow{BD}+c\overrightarrow{BA}$，

所以 $a=\frac{1}{4},b=\frac{1}{4},c=\frac{1}{2}$，则 $\frac{c}{a}=2$.

故选：C

5．B

【分析】利用点线距离公式及 O 到 $l:ax-by-4=0$ 的距离 $d>2$，即可判断点与圆位置关系.

【详解】由题意，O 到 $l:ax-by-4=0$ 的距离 $d=\frac{4}{\sqrt{a^2+b^2}}>2$，即 $a^2+b^2<4$，

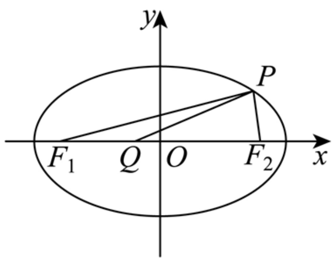
所以 $P\left(a,b\right)$ 在在圆 O 内.

故选：B

6．B

【分析】利用椭圆的定义式，将 $|PF_2|+|PQ|$ 转化为 $10+|PQ|-|QF_1|$，结合图形分析判断得出 $|PQ|-|PF_1|$ 的最小值，即得 $|PF_2|+|PQ|$ 的最小值.

【详解】



如图，连接PF_1,因$|PF_2|+|PF_1|=2a=10$，则$|PF_2|+|PQ|=10+|PQ|-|PF_1|$，

由图知，当P,Q,F_1三点共线，且点Q在P,F_1之间时，$|PQ|-|PF_1|$的值最小，

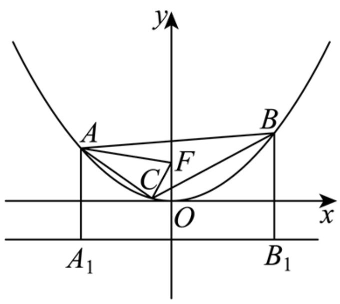
最小值为$-|QF_1|=-(-1+4)=-3$,此时，$|PF_2|+|PQ|$的最小值为$10-3=7$.

故选：B.

7．D

【分析】设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$，利用抛物线的定义将$|FA|+|FB|$转化为$y_1+y_2+p$，再由三角形的重心性质和点$C$的坐标特征即可求得$p$值.

【详解】



如图，作抛物线的准线$l: y=-\frac{p}{2}$，分别过点A,B作$AA_1\perp l,BB_1\perp l$，垂足为A_1，B_1，

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$，

则$|FA|+|FB|=|AA_1|+|BB_1|=y_1+\frac{p}{2}+y_2+\frac{p}{2}=y_1+y_2+p$（*），

因点$F(0,\frac{p}{2})$为$\vee ABC$的重心，则$\frac{y_1+y_2+y_3}{3}=\frac{p}{2}$，即$y_1+y_2=\frac{3p}{2}-y_3$，

代入（*），可得$|FA|+|FB|=\frac{3p}{2}-y_3+p=\frac{5p}{2}-y_3$，

因点$C(x_3,y_3)$在抛物线$E: x^2=2py\left(p>0\right)$上，故$y_3\geq 0$，故$|FA|+|FB|\leq\frac{5p}{2}$，

依题，$\frac{5p}{2}=10$，解得$p=4$.

故选：D.