

河北省承德市 2023-2024 学年高一上学期期末考试数学试题

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 命题“ $\exists \alpha < 0, \alpha$ 是第一象限角”的否定是 ()

- A. $\exists \alpha \geq 0, \alpha$ 是第一象限角
- B. $\exists \alpha < 0, \alpha$ 不是第一象限角
- C. $\forall \alpha < 0, \alpha$ 是第一象限角
- D. $\forall \alpha < 0, \alpha$ 不是第一象限角

【答案】D

【解析】存在量词命题的否定为全称量词命题，

则命题“ $\exists \alpha < 0, \alpha$ 是第一象限角”的否定是 $\forall \alpha < 0, \alpha$ 不是第一象限角.

故选：D.

2. $\cos(-660^\circ) = ()$

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】A

【解析】 $\cos(-660^\circ) = \cos(-660^\circ + 720^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

故选：A.

3. 已知 $a > b > 0 > c$ ，则 ()

- A. $bc > c^2$
- B. $a^2 > ac$
- C. $a^2 > c^2$
- D. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

【答案】B

【解析】由于 $a > b > 0 > c$ ，故 $bc < c^2$ ， $a^2 > ac$ ，A 错误，B 正确；

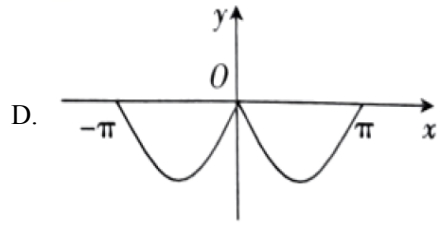
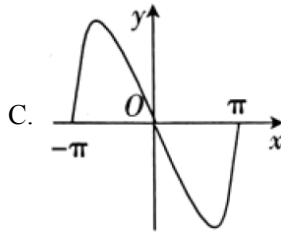
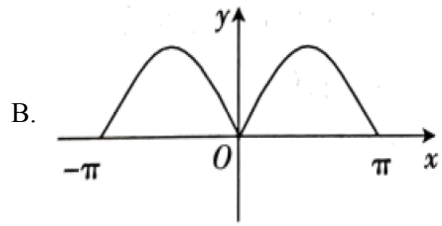
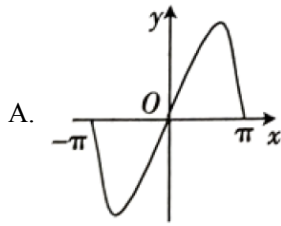
由 $a > b > 0 > c$ ，不能确定 a^2 与 c^2 的大小关系，比如取 $a = 2, b = 1, c = -3$ ，

则 $a^2 < c^2$ ，C 错误；

由 $a > b > 0$ ，可得 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ，D 错误.

故选：B.

4. 函数 $y = (2^x + 2^{-x})\sin x$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为 ()



【答案】A

【解析】设 $f(x) = (2^x + 2^{-x})\sin x$ ，则 $f(-x) = (2^{-x} + 2^x)\sin(-x) = -f(x)$ ，

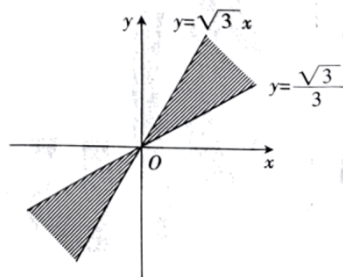
所以 $f(x)$ 为奇函数，排除 B, D；

令 $x = 1$ ，则 $f(1) = (2 + 2^{-1})\sin 1 > 0$ ，排除 C.

故选：A.

5. 已知角 θ 的终边落在阴影区域内（不含边界），角 α 的终边和 θ 相同，则角 α 的集合为

()



A. $\left\{ \alpha \mid \frac{\pi}{6} + 2k\pi < \alpha < \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\left\{ \alpha \mid \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\left\{ \alpha \mid \frac{\pi}{6} + k\pi < \alpha < \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\left\{ \alpha \mid \frac{\pi}{6} + \frac{3k\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3} + \frac{3k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

【答案】C

【解析】终边落在 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上的角为 $\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$,

终边落在 $y = \sqrt{3}x$ 上的角为 $\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$,

故角 α 的集合为 $\left\{ \alpha \left| \frac{\pi}{6} + k\pi < \alpha < \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right. \right\}$.

故选：C.

6. 大西洋鲑鱼每年都要逆流而上，游回产地产卵.研究鲑鱼的科学家发现鲑鱼的游速 v (单位：m/s) 可以表示为 $v = k \log_3 \frac{O}{100}$ ，其中 O 表示鲑鱼的耗氧量的单位数.若一条鲑鱼游速为 0.5m/s 时耗氧量的单位数为 300，则一条鲑鱼游速为 2m/s 时耗氧量的单位数为()

A. 100

B. 900

C. 1200

D. 8100

【答案】D

【解析】由题意可得 $\frac{1}{2} = k \log_3 \frac{300}{100}$ ，解得 $k = \frac{1}{2}$ ，所以 $v = \frac{1}{2} \log_3 \frac{O}{100}$ ，

令 $2 = \frac{1}{2} \log_3 \frac{O}{100}$ ，解得 $O = 8100$.

故选：D.

7. 若 $\alpha \in [0, \pi]$ ，则“ $\alpha = \frac{\pi}{9}$ ”是“ $\sin 2\alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ ”的()

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】当 $\alpha = \frac{\pi}{9}$ 时， $\sin 2\alpha = \sin \frac{2\pi}{9}$ ， $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{5\pi}{18} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{18}\right) = \sin \frac{2\pi}{9}$ ，

即 $\sin 2\alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ 成立；

又因为 $\sin 2\alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ ，

所以 $2\alpha = \frac{\pi}{3} - \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 或 $2\alpha + \frac{\pi}{3} - \alpha = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ，

高级中学名校试卷

结合 $\alpha \in [0, \pi]$, 解得 $\alpha = \frac{\pi}{9}$ 或 $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ 或 $\alpha = \frac{7\pi}{9}$,

即 $\sin 2\alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ 成立, 推不出 $\alpha = \frac{\pi}{9}$,

故“ $\alpha = \frac{\pi}{9}$ ”是“ $\sin 2\alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ ”的充分不必要条件.

故选: B.

8. 对于函数 $f(x), g(x)$, 设 $x_1 \in \{x | f(x) = 0\}, x_2 \in \{x | g(x) = 0\}$, 若存在 x_1, x_2 , 使得 $|x_1 - x_2| \leq 1$, 则称 $f(x)$ 和 $g(x)$ 互为“零点相邻函数”. 若函数 $f(x) = \log_2 x - a$ 与 $g(x) = x^2 - 3x$ 互为“零点相邻函数”, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $[0, 2]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $[1, 2]$ D. $(-\infty, 0] \cup [1, 2]$

【答案】D

【解析】 $f(x)$ 的零点为 2^a , $g(x)$ 的零点为 0, 3,

因为 $f(x)$ 与 $g(x)$ 互为“零点相邻函数”,

所以 $|2^a - 0| \leq 1$ 或 $|2^a - 3| \leq 1$,

则 $-1 \leq 2^a \leq 1$ 或 $2 \leq 2^a \leq 4$,

解得 $a \leq 0$ 或 $1 \leq a \leq 2$.

故选: D.

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $a > 0, b > 0$ 且 $a \neq 1, b \neq 1$, 函数 $y = a^x$ 与 $y = \log_b x$ 的图象的交点坐标不可能为 ()

- A. $(2, 2)$ B. $(2, 1)$ C. $(1, 1)$ D. $(1, 2)$

【答案】BCD

【解析】由指数、对数运算可知: $a^2 \neq 1, a \neq 1, \log_b 1 = 0 \neq 2$,

所以函数 $y = a^x$ 的图象不可能经过点 $(2, 1), (1, 1)$,

高级中学名校试卷

函数 $y = \log_b x$ 的图象不可能经过点 $(1, 2)$,

函数 $y = (\sqrt{2})^x$ 与 $y = \log_{\sqrt{2}} x$ 的图象交于点 $(2, 2)$.

故选: BCD.

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-a)^2, & x < 0, \\ -x, & x \geq 0, \end{cases}$ 下列命题正确的是 ()

A. $\exists a \in \mathbf{R}, f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$

B. $\forall a \in \mathbf{R}, f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$

C. 若函数 $y = (x-a)^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 则 a 的取值范围为 $[0, +\infty)$

D. 若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, 则 a 的取值范围为 $[0, +\infty)$

【答案】ACD

【解析】当 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$. 当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 的值域不为 $\mathbf{R}$,

A 正确, B 错误;

若函数 $y = (x-a)^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 则 a 的取值范围为 $[0, +\infty)$, C 正确;

若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, 根据二次函数和一次函数单调性知 a 的取值范围为 $[0, +\infty)$,

D 正确.

故选: ACD.

11. 已知函数 $f(x) = a^{x^2+a}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 下列结论正确的是 ()

A. $f(x)$ 是偶函数

B. $f(x)$ 的图象与直线 $y = 1$ 一定没有交点

C. 若 $f(x)$ 的图象与直线 $y = a$ 有 2 个交点, 则 a 的取值范围是 $(0, 1)$

D. 若 $f(x)$ 的图象与直线 $y = a$ 交于 A, B 两点, 则线段 AB 长度的取值范围是 $(0, 1)$

【答案】ABC

【解析】 $f(-x) = a^{x^2+a} = f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$), 所以 $f(x)$ 是偶函数, A 正确;

当 $a > 1$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,

$f(x) \geq f(0) = a^a > a > 1$, 此时 $f(x)$ 的图象与直线 $y=1$ 没有交点,

当 $0 < a < 1$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递增, 在 $[0, +\infty)$ 上单调递减,

$f(x) \leq f(0) = a^a < 1^a = 1$, 此时 $f(x)$ 的图象与直线 $y=1$ 没有交点,

故 $f(x)$ 的图象与直线 $y=1$ 一定没有交点, B 正确;

令 $f(x) = a^{x^2+a} = a$, 则 $x^2 + a = 1$, 即 $x^2 = 1 - a$. 若 $f(x)$ 的图象与直线 $y=a$ 有 2 个交点,

则 $1 - a > 0$, 解得 $a < 1$. 又因为 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 所以 a 的取值范围是 $(0, 1)$, C 正确;

由 $x^2 = 1 - a$, 解得 $x = \pm\sqrt{1-a}$, 所以 $AB = 2\sqrt{1-a} \in (0, 2)$, D 错误.

故选: ABC.

12. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0, 4]$ 上单调递增, 且 $f(2x-4)$ 也是偶函数, 则 ()

A. $f(-5) > f(2)$

B. $f(8) > f(1)$

C. 函数 $f(2x+2)$ 的图象关于直线 $x=-3$ 对称

D. 函数 $y = f(2x+2) + f(4-2x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称

【答案】ACD

【解析】因为 $f(2x-4)$ 是偶函数, 所以 $f(2x-4) = f(-2x-4)$, 即 $f(x-4) = f(-x-4)$,

所以 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-4$ 对称,

因为 $f(x)$ 是偶函数, 所以 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称,

所以 $f(8) = f(-8) = f(0)$, $f(-5) = f(-3) = f(3)$,

因为 $f(x)$ 在 $[0, 4]$ 上单调递增, 所以 $f(3) > f(2) > f(1) > f(0)$,

即 $f(-5) > f(2) > f(1) > f(8)$, A 正确, B 错误;

因为 $f(2x-4)$ 是偶函数, 所以 $f(2x-4)$ 的图象关于 y 轴对称,

将 $f(2x-4)$ 的图象向左平移 3 个单位长度可得 $f(2x+2)$ 的图象,

所以 $f(2x+2)$ 的图象关于直线 $x=-3$ 对称, C 正确;

高级中学名校试卷

令函数 $g(x) = f(2x+2) + f(4-2x)$ ，则 $g(1-x) = f(4-2x) + f(2x+2)$ ，

即 $g(x) = g(1-x)$ ，

所以函数 $y = f(2x+2) + f(4-2x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称，D 正确.

故选：ACD.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知弧长为 π 的弧所对的圆心角为 20° ，则这条弧所在圆的半径为_____.

【答案】9

【解析】由于 $20^\circ = \frac{\pi}{9}$ ，这条弧所在圆的半径为 $\frac{\pi}{\frac{\pi}{9}} = 9$.

故【答案】为：9.

14. 已知幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(\sqrt{2}, 8)$ ，则 $f(\sqrt[3]{4}) =$ _____.

【答案】16

【解析】设 $f(x) = x^\alpha$ ，因为幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(\sqrt{2}, 8)$ ，故 $(\sqrt{2})^\alpha = 8$ ，

所以 $\alpha = 6$ ， $\therefore f(x) = x^6$ ， $\therefore f(\sqrt[3]{4}) = \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^6 = 2^4 = 16$.

故【答案】为：16.

15. 若不等式 $kx^2 + 2kx - 2 < 0$ 对一切实数 x 都成立，则 k 的取值范围为_____.

【答案】 $(-2, 0]$

【解析】当 $k = 0$ 时， $-2 < 0$ ，不等式成立，

当 $k > 0$ 时，二次函数 $y = kx^2 + 2kx - 2$ 的图象开口向上，

不等式 $kx^2 + 2kx - 2 < 0$ 不可能恒成立，

当 $k < 0$ 时，二次函数 $y = kx^2 + 2kx - 2$ 的图象开口向下，

若不等式 $kx^2 + 2kx - 2 < 0$ 对一切实数 x 都成立，则 $\Delta = 4k^2 + 8k < 0$ ，解得 $-2 < k < 0$ ，

综上， k 的取值范围为 $(-2, 0]$.

故【答案】为： $(-2, 0]$.

高级中学名校试卷

16. 已知 a, b, c 均为正实数, 若 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b+2} + \frac{1}{c+1} = 1$, 则 $a+b+c$ 的最小值为_____.

【答案】6

$$\text{【解析】 } a+b+c = [a+(b+2)+(c+1)] \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b+2} + \frac{1}{c+1} \right) - 3$$

$$= \left(3 + \frac{a}{b+2} + \frac{b+2}{a} + \frac{a}{c+1} + \frac{c+1}{a} + \frac{b+2}{c+1} + \frac{c+1}{b+2} \right) - 3$$

$$\geq 3 + 2 + 2 + 2 - 3 = 6,$$

当且仅当 $a = b+2 = c+1 = 3$, 即 $a = 3, b = 1, c = 2$ 时, 等号成立,

故 $a+b+c$ 的最小值为6.

故【答案】为: 6.

四、解答题: 本题共6小题, 共70分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| \leq 2\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, $C = \{1, 2\}$.

(1) 求 $A \cap (B \cap C)$;

(2) 求 $\complement_A(B \cup C)$.

解: (1) 因为 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 故 $B \cap C = \{1, 2\}$,

所以 $A \cap (B \cap C) = \{1, 2\}$.

(2) 易知 $B \cup C = \{0, 1, 2\}$, $\complement_A(B \cup C) = \{-2, -1\}$.

18. 已知角 α 的终边经过点 $P(m, \sqrt{5})$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

(1) 求 $\tan \alpha$ 的值;

(2) 若 $\tan \beta = -\frac{1}{2}$, 求 $\frac{\cos(\pi + \alpha) \cos(-\beta) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \beta}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \sin \beta}$ 的值.

解: (1) 由三角函数的定义可知 $\cos \alpha = \frac{m}{\sqrt{m^2 + 5}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, 解得 $m = 1$,

所以 $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{m} = \sqrt{5}$.

$$(2) \text{ 原式} = \frac{-\cos\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta} = \frac{-1 - \tan\beta}{\tan\alpha\tan\beta} = \frac{-1 - \left(-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

19. 已知奇函数 $f(x) = \frac{bx+c}{x^2+1}$ 的图象过点 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$.

(1) 判断 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上的单调性, 并用定义证明;

(2) 求 $f(x)$ 在 $(-2, -1)$ 上的值域.

解: (1) 由题意可得 $\begin{cases} f(1) = \frac{1}{2}, \\ f(0) = 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b = 1, \\ c = 0, \end{cases}$

当 $b=1, c=0$ 时, 函数 $f(x)$ 是奇函数, 所以 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$,

$f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 证明如下:

$$\forall x_1, x_2 \in (1, +\infty), \text{ 且 } x_1 < x_2, f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{x_1^2+1} - \frac{x_2}{x_2^2+1} = \frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)},$$

因为 $1 < x_1 < x_2$, 所以 $x_1 - x_2 < 0, x_1x_2 > 1$,

$$\text{所以 } \frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)} > 0, \text{ 即 } f(x_1) > f(x_2),$$

所以 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减.

(2) 由 (1) 得 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减,

因为 $f(x)$ 为奇函数, 所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上单调递减,

所以 $f(x)$ 在 $(-2, -1)$ 上单调递减,

$$f(-2) = -\frac{2}{5}, f(-1) = -\frac{1}{2}, \text{ 故 } f(x) \text{ 在 } (-2, -1) \text{ 上的值域为 } \left(-\frac{1}{2}, -\frac{2}{5}\right).$$

20. 已知函数 $f(x) = 9^{-x} - a \cdot 3^{1-x} + 3$.

(1) 若 $a = \frac{4}{3}$, 解不等式 $f(x) < 0$;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = 0$ 有解, 求 a 的取值范围.

高级中学名校试卷

解：(1) 当 $a = \frac{4}{3}$ 时， $f(x) < 0$ ，即 $9^{-x} - \frac{4}{3} \cdot 3^{1-x} + 3 < 0$ ，

$$\text{则 } 3 \times (3^x)^2 - 4 \times 3^x + 1 < 0,$$

$$(3 \times 3^x - 1)(3^x - 1) < 0,$$

$$\frac{1}{3} < 3^x < 1, \quad -1 < x < 0,$$

故不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 0\}$.

$$(2) f(x) = 0 \text{ 即 } 9^{-x} - a \cdot 3^{1-x} + 3 = 0,$$

$$a = \frac{9^{-x} + 3}{3^{1-x}} = \frac{1 + 3 \times 3^{2x}}{3^{1+x}} = \frac{1}{3^{1+x}} + 3^x \geq 2\sqrt{\frac{1}{3^{1+x}} \cdot 3^x} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

当且仅当 $\frac{1}{3^{1+x}} = 3^x$ ，即 $x = -\frac{1}{2}$ 时，等号成立，

故 a 的取值范围是 $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$.

21. 某果园占地约 200 公顷，拟种植某种果树，在相同种植条件下，该种果树每公顷最多可种植 600 棵，种植成本 y (单位：万元) 与果树数量 x (单位：百棵) 之间的关系如下表所示.

x	0	4	9	16	36
y	3	7	9	11	15

为了描述种植成本 y (单位：万元) 与果树数量 x (单位：百棵) 之间的关系，现有以下三

种模型供选择：① $y = bx + c$ ；② $y = b\sqrt{x} + c$ ；③ $y = b \log_a x + c$.

(1) 选出你认为最符合实际的函数模型，并写出相应的函数〔解析〕式.

(2) 已知该果园的年利润 z (单位：万元) 与 x, y 的关系式为 $z = 3y - 0.1x - 20$ ，则果树数量 x (单位：百棵) 为多少时年利润最大？并求出年利润的最大值.

解：(1) 因为模型③在 $x = 0$ 处无意义，所以不符合题意，

若选择①作为 y 与 x 的函数模型，

$$\text{将 } (0, 3), (4, 7) \text{ 代入，得 } \begin{cases} 3 = c \\ 7 = 4b + c \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=1 \\ c=3 \end{cases}, \text{ 则 } y = x + 3,$$

则当 $x=9$ 时, $y=12$, 当 $x=16$ 时, $y=19$, 当 $x=36$ 时, $y=39$,

与表格中的实际值相差较大, 所以①不适合作为 y 与 x 的函数模型,

$$\text{若选择②作为 } y \text{ 与 } x \text{ 的函数模型, 将 } (0,3), (4,7) \text{ 代入, 得 } \begin{cases} 3=c \\ 7=2b+c \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=2 \\ c=3 \end{cases}, \text{ 则 } y = 2\sqrt{x} + 3,$$

当 $x=9$ 时, $y=9$, 当 $x=16$ 时, $y=11$, 当 $x=36$ 时, $y=15$,

与表格中的实际值相同, 所以②更适合作为 y 与 x 的函数模型,

且相应的函数〔解 析〕式为 $y = 2\sqrt{x} + 3 (100x \in \mathbf{N})$.

(2) 由题可知, 该果园最多可种 120000 棵该种果树, 所以 $x \in [0, 1200]$ 且 $100x \in \mathbf{N}$,

$$z = 3y - 0.1x - 20 = 6\sqrt{x} + 9 - 0.1x - 20 = -0.1x + 6\sqrt{x} - 11,$$

$$\text{令 } \sqrt{x} = t (0 \leq t \leq 20\sqrt{3}), \text{ 则 } z = -0.1(t-30)^2 + 79,$$

当 $t=30$, 即 $x=900$ 时, z 取得最大值,

最大值为 79 万元.

22. 已知函数 $f(x) = 2\log_a(x+a)$, $g(x) = \log_a(3x+a)$, $a > 0$ 且 $a \neq 1$.

(1) 若 $a=3$, 函数 $F(x) = f(x) - g(x)$, 求 $F(x)$ 的定义域;

(2) 若 $\forall x \in (1, +\infty)$, $f(x) > g(x)$, 求 a 的取值范围.

解: (1) $f(x) = 2\log_a(x+a)$, $g(x) = \log_a(3x+a)$, $a > 0$, $a=3$ 代入可得:

$$F(x) = f(x) - g(x) = 2\log_3(x+3) - \log_3(3x+3),$$

$$F(x) = 2\log_3(x+3) - \log_3(3x+3) \text{ 有意义可得 } \begin{cases} x+3 > 0 \\ 3x+3 > 0 \end{cases}, \text{ 所以 } x > -1,$$

$F(x)$ 的定义域为 $(-1, +\infty)$.

$$(2) f(x) = \log_a(x+a)^2,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/888110016133006054>