山西省运城市2023-2024学年高一下学期7月期末调研测试数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知复数z满足$(z+3)\mathrm{i}=3-\mathrm{i}$，则$|z|=$（　）

A．$\sqrt{10}$　　B．4　　C．5　　D．$2\sqrt{6}$

2．已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，满足$|\vec{a}|=1,(\vec{a}-2\vec{b})\perp\vec{a}$，则$|\vec{b}|=$（　）

A．-1　　B．1　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$-\frac{1}{5}$

3．在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$(a+b-c)(a+b+c)=3ab,a=4,b=2$，则$\triangle ABC$的面积是（　）

A．2　　B．4　　C．$2\sqrt{3}$　　D．3

4．抛掷一枚质地均匀的骰子2次，事件甲为“第一次骰子正面向上的数字是1”，事件乙为“两次骰子正面向上的数字之和是4”，事件丙为“两次骰子正面向上的数字之和是8”，则（　）

A．甲乙互斥　　B．乙丙互为对立　　C．甲乙相互独立　　D．甲丙互斥

5．已知平面α，β，直线m，且$\alpha\perp\beta$，则“$m\perp\alpha$”是“$m\parallel\beta$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$a\cos B=2c\cos A-b\cos A$且$\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$，则$\triangle ABC$的形状是（　）

A．有一个角是$\frac{\pi}{6}$的等腰三角形　　B．等边三角形

C．三边均不相等的直角三角形　　D．等腰直角三角形

7．某次趣味运动会，设置了教师足球射门比赛:教师射门，学生守门.已知参与射门比赛的教师有60名，进球数的平均值和方差分别是3和13，其中男教师进球数的平均值和方差分别是4和8，女教师进球数的平均值为2，则女教师进球数的方差为（　）

A．15　　B．16　　C．17　　D．18

8．在梯形 $ABCD$ 中，$AD//BC, AB\perp BC, AB=1, AD=3, BC=4$，点 P 为边 AD 上一动点，则 $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CP}$ 的取值范围为（　）

A．$\left[\sqrt{2}-4,\sqrt{5}-4\right]$　　B．$\left[-2,1\right]$　　C．$\left[-3,1\right]$　　D．$\left[1,5\right]$

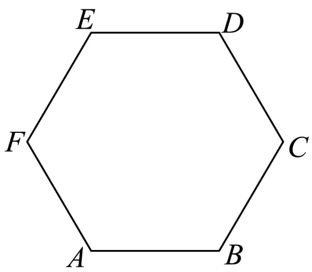
二、多选题

9．在复平面内，复数 $z_1=1-2\mathrm{i}, z_2=-3+4\mathrm{i}$ 对应的向量为 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}$，其中 O 是原点，则下列说法正确的是（　）

A．复数 z_1 的虚部为 $-2\mathrm{i}$　　B．复数 $\overline{z_1}$ 对应的点在第一象限

C．当 $a=-4$ 时，复数 $a+z_2\mathrm{i}^3$ 为纯虚数　　D．向量 $\overline{AB}$ 对应的复数为 $4-6\mathrm{i}$

10．正六边形瓷砖是一种常见的装饰材料，被广泛应用于室内和室外的墙壁、地面和装饰品的制作.正六边形瓷砖的设计能够形成美观的六边形花纹，增加空间的层次感和艺术感.如图是一块正六边形瓷砖 $ABCDEF$，它的边长为 1，点 P 是 $\triangle DEF$ 内部（包括边界）的动点，则下列说法正确的是（　）



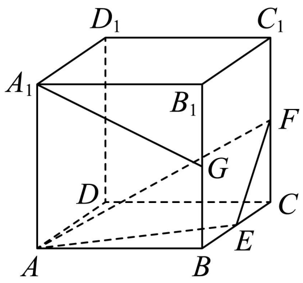
A．$\overrightarrow{ED}=\frac{2}{3}\overrightarrow{FD}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$

B．$\overrightarrow{FD}\cdot\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}$

C．若 P 为 EF 的中点，$\overrightarrow{CP}$ 在 $\overrightarrow{EC}$ 上的投影向量为 $-\overrightarrow{EC}$

D．$\left|\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FP}\right|$ 的最大值为 $\sqrt{7}$

11．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $2, E, F, G$ 分别为 BC, CC_1, BB_1 的中点，点 P 为线段 A_1G 上的动点，则下列结论正确的是（　）



A．直线 EF 与 A_1G 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$

B．三棱锥 $P-AEF$ 的体积为定值

C．平面 AEF 截正方体所得的截面周长为 $3\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

D．直线 AF 与平面 B_1BCC_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

三、填空题

12．已知数据 $2x_1+1,2x_2+1,2x_3+1,2x_4+1,2x_5+1$ 的方差为 16，则数据 $3x_1-2,3x_2-2,3x_3-2,3x_4-2,3x_5-2$ 的方差为______.

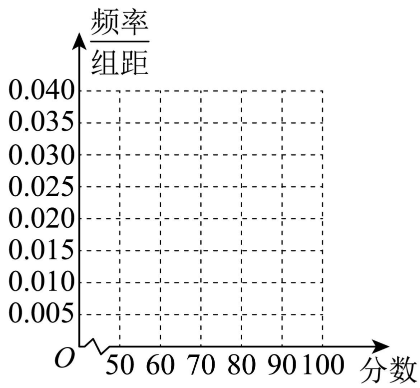
13．已知相互独立事件 A,B 满足 $P(A)=0.6,P(AB)=0.42$，则 $P(A\cup\overline{B})=$______.

14．已知正三棱台上、下底面边长分别为 $\sqrt{3}$ 和 $2\sqrt{3}$，侧面与下底面所成的二面角为 $60°$，则该正三棱台外接球的表面积为______.

四、解答题

15．北京大兴半程马拉松暨第八届“花绘北京悦跑大兴”于 2024 年 4 月 27 日在大兴区魏善庄镇鸣枪开跑，参赛规模为 6000 人并设有两个项目，为让更多的人了解马拉松运动项目，某区举办了马拉松知识竞赛，并从中随机抽取了 m 名参赛者的成绩，得到的数据如下表所示：

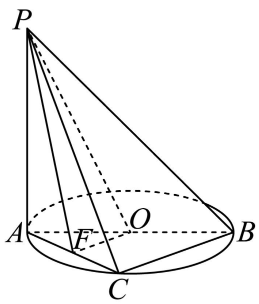
分数	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$
频数	5	10	20	30	b
频率	a	0.10	0.20	0.30	0.35



(1)分别求m,a,b的值，并在图中画出频率分布直方图；

(2)若参赛者得分分数不低于70的人数至少要占80%以上，并且参赛者得分分数的平均数超过80分，则该区可以评为“一马当先区”，估计该区能否评为“一马当先区”，并说明理由.（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）

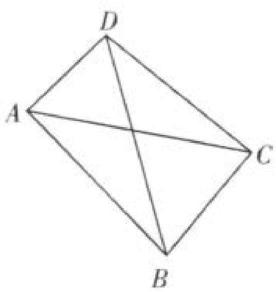
16．如图，AB是$\odot O$的直径，点C是$\odot O$上的动点，PA垂直于$\odot O$所在的平面ABC，点F为线段AC的中点，



(1)证明：平面$PAC\perp$平面PFO；

(2)设$PA=\sqrt{3},AC=1$，求点F到平面PBC的距离.

17．如图，四边形$ABCD$中，$\angle DAB=\angle DCB=\frac{\pi}{2}$，$AB=3$，$BC=2$，$S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$且$\angle ABC$为锐角.



(1)求DB；

(2)求$\triangle ACD$的面积.

18．2024 年 4 月 25 日 20 时 59 分，搭载神舟十八号载人飞船的长征二号 F 遥十八运载火箭在酒泉卫星发射中心点火发射成功，实现了两个飞行乘组太空“会师”.下表记录了我国已发射成功的所有神舟飞船的发射时间和飞行时长.

名称	发射时间	飞行时长
神舟一号	1999 年 11 月 20 日	21 小时 11 分
神舟二号	2001 年 1 月 10 日	6 天 18 小时 22 分
神舟三号	2002 年 3 月 25 日	6 天 18 小时 39 分
神舟四号	2002 年 12 月 30 日	6 天 18 小时 36 分
神舟五号	2003 年 10 月 15 日	21 小时 28 分
神舟六号	2005 年 10 月 12 日	4 天 19 小时 32 分
神舟七号	2008 年 9 月 25 日	2 天 20 小时 30 分
神舟八号	2011 年 11 月 1 日	16 天
神舟九号	2012 年 6 月 16 日	13 天
神舟十号	2013 年 6 月 11 日	15 天
神舟十一号	2016 年 10 月 17 日	32 天
神舟十二号	2021 年 6 月 17 日	3 个月
神舟十三号	2021 年 10 月 16 日	6 个月
神舟十四号	2022 年 6 月 5 日	6 个月
神舟十五号	2022 年 11 月 29 日	6 个月
神舟十六号	2023 年 5 月 30 日	5 个月
神舟十七号	2023 年 10 月 26 日	6 个月
神舟十八号	2024 年 4 月 25 日	预计 6 个月

为帮助同学们了解我国神舟飞船的发展情况，某学校“航天社团”准备通过绘画、海报、数据

统计图表等形式宣传“神舟系列飞船之旅”.

(1)绘画组成员从表中所有的神舟飞船中随机选取 1 艘进行绘画，求选中的神舟飞船的发射时间恰好是在 10 月份的概率；

(2)海报组 A 组成员从飞行时长（包括预计飞行时长）大于 4 个月的神舟飞船中随机选取 2 艘制作海报；海报组 B 组成员从飞行时长（包括预计飞行时长）小于 5 天的神舟飞船中随机选取 2 艘制作海报，两组选择互不影响，求两组选中的两艘神舟飞船的发射时间恰好都在 10 月或 11 月份的概率.

19．类比于二维平面中的余弦定理，有三维空间中的三面角余弦定理；如图 1，由射线 PA,PB,PC 构成的三面角 $P-ABC,\angle APC=\alpha,\angle BPC=\beta,\angle APB=\gamma$，二面角 $A-PC-B$ 的大小为 θ，则 $\cos\gamma=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta\cos\theta$.

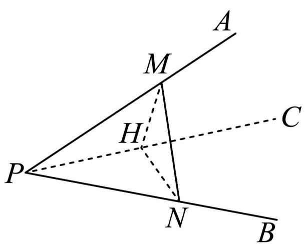


图1

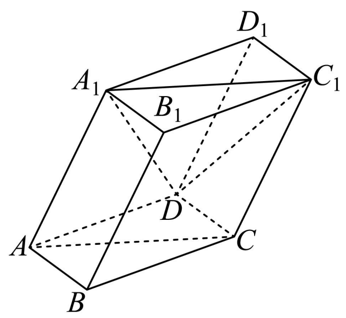


图2

(1)已知 H 为射线 PC 上一点，$HM\perp PC$ 交 PA 于 M 点，$HN\perp PC$ 交 PB 于 N 点，当 $\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，证明以上三面角余弦定理；

(2)如图 2，平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，平面 $AA_1C_1C\perp$ 平面 ABC，$\angle A_1AC=60^\circ$，$\angle BAC=45^\circ$，

①求 $\angle A_1AB$ 的余弦值；

②在直线 CC_1 上是否存在点 P，使 $BP//$ 平面 DA_1C_1？若存在，求出点 P 的位置；若不存在，说明理由.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	C	D	D	B	B	C	BC	ACD
题号	11									
答案	ABC									

1．C

【分析】根据条件，利用复数的运算，得到$z=-4-3\mathrm{i}$，即可求解.

【详解】因为$(z+3)\mathrm{i}=3-\mathrm{i}$，所以$z+3=\frac{3-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=-1-3\mathrm{i}$，得到$z=-4-3\mathrm{i}$，

所以$|z|=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}=5$，

故选：C.

2．B

【分析】根据向量垂直得出向量数量积为0，再应用数量积定义计算即可.

【详解】因为$(\vec{a}-2\vec{b})\perp\vec{a}$，

可得$(\vec{a}-2\vec{b})\cdot\vec{a}=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{\pi}{3}=1-2\times1\times|\vec{b}|\times\frac{1}{2}=0$，

可得$|\vec{b}|=1$.

故选：B.

3．C

【分析】由余弦定理求出C，再由面积公式求解即可.

【详解】若$(a+b-c)(a+b+c)=3ab$，则$a^2+b^2-c^2=ab$，

由余弦定理得$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{ab}{2ab}=\frac{1}{2}$，

因为$0<C<\pi$，所以$C=\frac{\pi}{3}$，

则V ABC的面积是$\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}$创8 $\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

故选：C.

4．D

【分析】利用互斥事件的定义，即可判断出选项A，B和D的正误，对于选项C，分别求出事件甲、事件乙发生的概率，事件甲、乙同时发生的概率，再利用相互独立事件的判断方法，即可求解.

【详解】对于选项A，当第二次骰子正面向上的数字是3时，事件甲与事件乙可以同时发生，所以选项A错误；

对于选项B，抛掷一枚质地均匀的骰子2次，正面向上的数字之和可能是

$2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12$，所以乙丙互斥但不对立；

对于选项C，设事件甲，事件乙发生的概率分别为$P(A),P(B)$，事件甲、乙同时发生的概率为$P(AB)$，

因为$P(A)=\frac{1}{6},P(B)=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$，又$P(AB)=\frac{1}{36}$，所以$P(A)P(B)\neq P(AB)$，故选项C错误；

对于选项D，因为事件甲与事件乙不能同时发生，所以甲丙互斥，故选项D正确；

故选：D.

5．D

【分析】根据线面关系及充分条件和必要条件的定义分析判断.

【详解】当$\alpha\perp\beta$，$m\perp\alpha$时，$m\,/\!/\,\beta$或$m\subset\alpha$，

当$\alpha\perp\beta$，$m\,/\!/\,\beta$时，m与平面α可能垂直，可能平行，也可能相交不垂直，

所以“$m\perp\alpha$”是“$m\,/\!/\,\beta$”的既不充分也不必要条件.

故选：D

6．B

【分析】由$a\cos B=2c\cos A-b\cos A$根据正弦定理和两角和的正弦公式可求得$A=\frac{\pi}{3}$，再根据$\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$可得$\triangle ABC$是等腰三角形，即可判断.

【详解】因为$a\cos B=2c\cos A-b\cos A$，所以$\sin A\cos B=2\sin C\cos A-\sin B\cos A$，

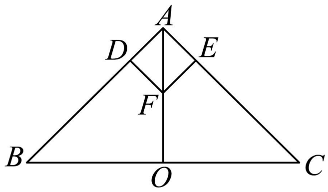
所以$\sin A\cos B+\sin B\cos A=2\sin C\cos A$，

所以$\sin\left(A+B\right)=\sin C=2\sin C\cos A$，

因为$C\in\left(0,\pi\right)$，所以$\sin C\neq 0$，所以$\cos A=\frac{1}{2}$，

因为$A\in\left(0,\pi\right)$，所以$A=\frac{\pi}{3}$，

如图所示，



在边 AB 、 AC 上分别取点 D 、 E ，使 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}$ 、 $\overrightarrow{AE}=\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}$，

以 AD 、 AE 为邻边作平行四边形 $ADFE$ ，则 $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$，

显然 $\left|\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AE}\right|=1$，因此平行四边形 $ADFE$ 为菱形， AF 平分 $\angle BAC$ ，

又 $\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$，则有 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ ，即 $AF\perp BC$ ，

于是得$\triangle ABC$ 是等腰三角形，所以 $AB=AC$ ，

又 $A=\dfrac{\pi}{3}$，所以$\triangle ABC$ 为等边三角形.

故选： B .

7．B

【分析】设参加射门比赛的男教师人数为k，根据总体的平均数求出k，设女教师进球数的方差为s^2，根据方差公式计算可得.

【详解】设参加射门比赛的男教师人数为k，则全部参赛教师进球数的平均数

$\dfrac{4k+(60-k)\times 2}{60}=3$，

解得 $k=30$ ，即参赛的男女教师各有30人，

设女教师进球数的方差为s^2，

依题意可得$13=\dfrac{30}{60}\times\left[8+(4-3)^2\right]+\dfrac{30}{60}\times\left[s^2+(2-3)^2\right]$，解得 $s^2=16$.

故选：B

8．C

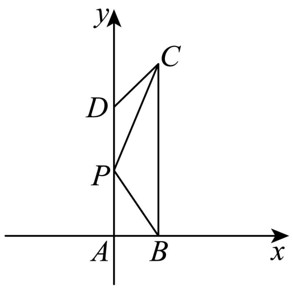
【分析】根据条件，建立平面直角坐标系，设 $P(0,b)(0\le b\le 3)$ ，从而得到 $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CP}=(b-2)^2-3$ ，即可求出结果.

【详解】如图，建立平面直角坐标系，

因为 $AD//BC,AB\perp BC,AB=1,AD=3,BC=4$ ，所以 $B(1,0),C(1,4)$ ，

设 $P(0,b)(0\le b\le 3)$ ，所以 $\overrightarrow{BP}=(-1,b),\overrightarrow{CP}=(-1,b-4)$，

得到$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CP}=1+b^2-4b=(b-2)^2-3$，因为$0\le b\le 3$，所以$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CP}\in[-3,1]$，



故选：C.

9．BC

【分析】选项A，利用复数的定义可知选项A错误；利用复数的几何意义，即可判断出选项B和D的正误；选项C，利用复数的运算，即可判断出选项C的正误.

【详解】对于选项A，因为$z_1=1-2\mathrm{i}$，所以复数z_1的虚部为-2，故选项A错误，

对于选项B，因为$z_1=1-2\mathrm{i}$，所以$\overline{z_1}=1+2i$，故复数$\overline{z_1}$对应的点为$(1,2)$，在第一象限，所以选项B正确，

对于选项C，因为$\mathrm{z}_2=-3+4\mathrm{i}$，又$a=-4$，所以$a+z_2\mathrm{i}^3=-4+(-3+4\mathrm{i})\mathrm{i}^3=-4+3\mathrm{i}-4\mathrm{i}^2=3\mathrm{i}$,

故选项C正确，

对于选项D，因为$\overrightarrow{OA}=(1,-2),\overrightarrow{OB}=(-3,4)$，所以$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(-4,6)$，

得到向量$\overrightarrow{AB}$对应的复数为$-4+6\mathrm{i}$，所以选项D错误，

故选：BC.

10．ACD

【分析】选项A，根据图形，利用向量的几何运算，即可求解；选项B，因为$\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{AC}$，再利用数量积的定义，再利用正六边形的性质得$AC=AE=\sqrt{3}$，$\angle CAE=\frac{\pi}{3}$，即可求解；选项C，由正六边形的性质知$\angle PEC=\frac{\pi}{2}$，再利用数量积的几何意义，即可求解，选项D，建立平面直角坐标系，设$P(x,y)$，$-1\le x\le\frac{1}{2},0\le y\le\frac{\sqrt{3}}{2}$，得到$\left|\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FP}\right|=\sqrt{(x+\frac{3}{2})^2+(y+\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$，即可求解.

【详解】对于选项A，如图1，因为$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{FD}-\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{FD}-(\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AF})=\overrightarrow{FD}-\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}$，

又$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{FD}-\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{FD}-2\overrightarrow{ED}$，所以$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{FD}-\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FD}-2\overrightarrow{ED}$，