2023_2024学年广东省佛山市高三上册10月联考数学试题

一、单选题

1．设集合$M=\{x|\ x|=2k+1,k\in Z\},N=\{x\ \ x=k+2,k\in Z\}$，则（　）

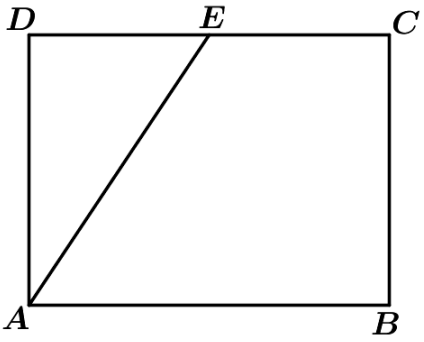
A．$M=N$　　B．$M\subseteq N$

C．$N\subseteq M$　　D．$M\cap N=\varnothing$

2．已知复数$z=1-\mathrm{i}$（i为虚数单位），则$\left|\dfrac{5}{7-4z}\right|=$（　）

A．1　　B．$\sqrt{5}$　　C．3　　D．4

3．如图，在矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=\sqrt{3}$，E是CD的中点，那么$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DC}=$（　）



A．4　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．1

4．已知函数$f(x)$是R上的偶函数，且满足$f(x)=f(x+4)$，当$x\in[0,2)$时，$y=\log_2(x+1)$，则$f(2019)+f(2020)=$（　）

A．1　　B．-1　　C．-2　　D．2

5．已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{m+6}=1$的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，则$C$的长轴长为（　）

A．$8\sqrt{2}$　　B．$4\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．4

6．曲线$C:x=\sqrt{-y^2-2y}$与直线$l:x-y-m=0$有两个交点，则实数m的取值范围（　　）

A．$-\sqrt{2}-1<m<1+\sqrt{2}$　　B．$2\le m<1+\sqrt{2}$

C．$-1-\sqrt{2}<m\le -2$　　D．$-2\le m\le 2$

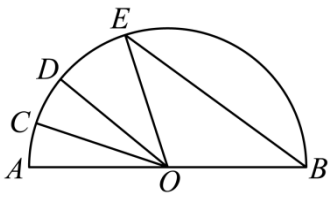
7．已知正项数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_1=2$，$S_{n+1}^2-3^n a_{n+1}=S_n\left(S_n+2\cdot 3^n\right)$，则

$S_{2023}=$（　）

A．$3^{2023}-1$　　B．$\dfrac{3^{2023}-1}{2}$

C．$\dfrac{3^{2023}+1}{2}$　　D．$\dfrac{3^{2022}+1}{2}$

8．如图，某公园有一个半径为 2 公里的半圆形湖面，其圆心为 O，现规划在半圆弧岸边取点 C、D、E，且 $\angle DOE=2\angle AOC=2\angle COD$，在扇形 AOC 区域内种植芦苇，在扇形 COD 区域内修建水上项目，在四边形 $ODEB$ 区域内种植荷花，并在湖面修建栈道 DE 和 EB 作为观光线路.当 $DE+EB$ 最大时，游客有更美好的观赏感受，则 $DE+EB$ 的最大值为（　）



A．$\dfrac{9}{4}$　　B．4　　C．$\dfrac{9}{2}$　　D．6

二、多选题

9．下列结论正确的有（　）

A．若随机变量 ξ，η 满足 $\eta=2\xi+1$，则 $D(\eta)=2D(\xi)+1$

B．若随机变量 $\xi-N\left(3,\sigma^2\right)$，且 $P(\xi<6)=0.84$，则 $P(3<\xi<6)=0.34$

C．若线性相关系数 $|r|$ 越接近 1，则两个变量的线性相关性越强

D．按从小到大顺序排列的两组数据：甲组：27，30，37，m，40，50；乙组：24，n，33，44．48，52，若这两组数据的第 30 百分位数、第 50 百分位数都分别对应相等，则 $m+n=67$

10．现安排甲、乙、丙、丁、戊 5 名同学参加 2022 年杭州亚运会志愿者服务活动，有翻译、导游、礼仪、司机四项工作可以安排，则以下说法正确的是（　）

A．若每人都安排一项工作，则不同的方法数为 4^5

B．若每项工作至少有 1 人参加，则不同的方法数为 $A_5^4C_4^1$

C．如果司机工作不安排，其余三项工作至少安排 1 人，则这 5 名同学全部被安排的不同方法数为 $\left(C_5^3C_2^1+C_5^2C_3^2\right)A_3^3$

D．每项工作至少有 1 人参加，甲、乙不会开车但能从事其他三项工作，丙、丁、戊都能胜

任四项工作，则不同安排方案的种数是 $C_3^1C_4^2A_3^3+C_3^2A_3^3$

11．设函数 $f(x)=x\ln x, g(x)=\dfrac{f'(x)}{x}$，则下列说法正确的有（　）

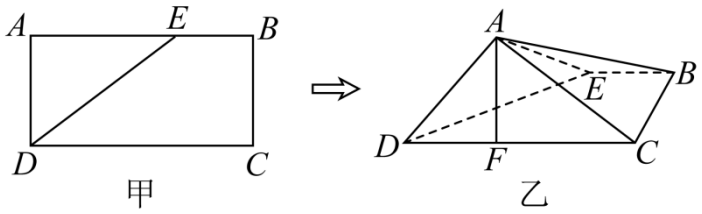
A．不等式 $g(x)>0$ 的解集为 $\left(\dfrac{1}{e},+\infty\right)$；

B．函数 $g(x)$ 在 $(0,e)$ 单调递增，在 $(e,+\infty)$ 单调递减；

C．当 $x\in\left(\dfrac{1}{e},1\right)$ 时，总有 $f(x)<g(x)$ 恒成立；

D．若函数 $F(x)=f(x)-ax^2$ 有两个极值点，则实数 $a\in(0,1)$

12．如图甲，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=1$，E 为 AB 上一动点（不含端点），且满足将 $\triangle AED$ 沿 DE 折起后，点A在平面 $DCBE$ 上的射影 F 总在棱 DC 上，如图乙，则下列说法正确的有（　）



A．翻折后总有 $BC\perp AD$

B．当 $EB=\dfrac{1}{2}$ 时，翻折后异面直线 AE 与 BC 所成角的余弦值为 $\dfrac{1}{3}$

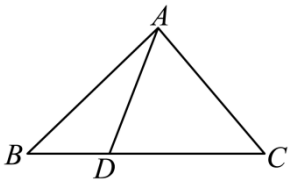
C．当 $EB=\dfrac{1}{2}$ 时，翻折后四棱锥 $A-DCBE$ 的体积为 $\dfrac{5\sqrt{5}}{36}$

D．在点 E 运动的过程中，点 F 运动的轨迹长度为 $\dfrac{1}{2}$

三、填空题

13．在二项式 $\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{2x}\right)^9$ 的展开式中，常数项是_____.

14．在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 BC 上一点，且 $AB=4$，$BD=2$．$\cos B=\dfrac{11}{16}$，$\cos C=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$，则 DC=_____.



15．在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，已知 $PA=AB=2$，O 为底面 $ABCD$ 的中心，以点 O 为球心作一个半径为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 的球，则平面 PCD 截该球的截面面积为_____.

16．希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得、阿基米德齐名他发现："平面内到两个定点 A,B 的距离之比为定值 $\lambda(\lambda\neq 1)$ 的点的轨迹是圆".后来，人们将这个圆以他的名字命名，称为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆.已知在平面直角坐标系 xOy 中，$A(-2,1)$，$B(-2,4)$，点 P 是满足 $\lambda=\frac{1}{2}$ 的阿氏圆上的任一点，则该阿氏圆的方程为_____；若点 Q 为抛物线 $E:\ y^2=4x$ 上的动点，Q 在 y 轴上的射影为 H，则 $\frac{1}{2}|PB|+|PQ|+|QH|$ 的最小值为_____.

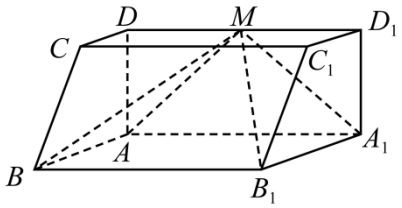
四、解答题

17．已知 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，且 $a\cos B+\frac{1}{2}b=c$.

(1)求角 A 的大小；

(2)设 AD 是 BC 边上的高，且 $AD=2$，$a=2\sqrt{3}$，求 $b+c$ 的值.

18．如图，四棱柱 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，M 是棱 DD_1 上的一点，$AA_1\perp$平面 $ABCD$，$AB\parallel DC$，$AB\perp AD$，$AA_1=AB=2AD=2DC$.



（1）若 M 是 DD_1 的中点，证明：平面 $AMB\perp$平面 A_1MB_1；

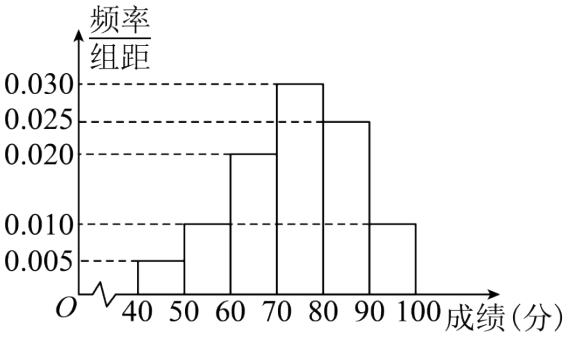
（2）设四棱锥 M-ABB_1A_1 与四棱柱 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的体积分别为 V_1 与 V_2，求 $\frac{V_1}{V_2}$ 的值.

19．已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $2a_2+a_3=a_4,S_4+2=a_5$；数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1,\frac{1}{b_1}+\frac{2}{b_2}+\cdots+\frac{n}{b_n}=\frac{n^2}{b_n}(n\in N^*)$.

(1)求a_n和b_n；

(2)求数列$\left\{\dfrac{1}{(b_n+2)\log_2 a_n}\right\}$的前$n$项和$T_n$.

20．随着《2023年中国诗词大会》在央视持续热播，它将经典古诗词与新时代精神相结合，使古诗词绽放出新时代的光彩，由此，它极大地鼓舞了人们学习古诗词的热情，掀起了学习古诗词的热潮.某省某校为了了解高二年级全部1000名学生学习古诗词的情况，举行了“古诗词”测试，现随机抽取100名学生，对其测试成绩（）进行统计，得到样本的频率分布直方图如图所示.



(1)根据频率分布直方图，估计这100名学生测试成绩的平均数（单位：分）；（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）

(2)若该校高二学生“古诗词”的测试成绩X近似服从正态分布$N(\mu,169)$，其中μ近似为样本平均数，规定“古诗词”的测试成绩不低于87分的为“优秀”，据此估计该校高二年级学生中成绩为优秀的人数；（取整数）

(3)现该校为迎接该省的2023年第三季度“中国诗词大会”的选拔赛，在五一前夕举行了一场校内“诗词大会”.该“诗词大会”共有三个环节，依次为“诗词对抗赛”“画中有诗”“飞花令车轮战”，规则如下：三个环节均参与，在前两个环节中获胜得1分，第三个环节中获胜得4分，输了不得分.若学生甲在三个环节中获胜的概率依次为$\dfrac{4}{5}$，$\dfrac{5}{7}$，$\dfrac{1}{2}$，假设学生甲在各环节中是否获胜是相互独立的.记学生甲在这次“诗词大会”中的累计得分为随机变量ξ，求ξ的分布列和数册$E(\xi)$.

（参考数据：若$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma)=0.6826$，$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9544$，$P(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma)=0.9974$.

21．已知抛物线$E:y^2=2px(p>0)$，$P(4,y_0)$为E上位于第一象限的一点，点P到E的准线的距离为5．

(1)求E的标准方程；

(2)设O为坐标原点，F为E的焦点，A，B为E上异于P的两点，且直线PA与PB斜率乘积为-4．

（i）证明：直线AB过定点；

（ii）求$|FA|\cdot|FB|$的最小值．

22．已知函数$f(x)=\frac{1}{2}x^2+2a\ln x-(a+2)x, a\in\mathbf{R}$．

(1)当$a=1$时，求函数$f(x)$的极值．

(2)是否存在实数a，对任意的$m,n\in(0,+\infty)$，且$m\neq n$，有$\frac{f(m)-f(n)}{m-n}>-a$恒成立？若存在，求出a的取值范围；若不存在，说明理由．

1．B

【分析】先判断出M为奇数集，N为整数集，从而可判断两者之间的关系.

【详解】∵集合$M=\{x|\ x=2k+1,k\in Z\}$，故M为奇数集.

而$N=\{x|\ x=k+2,k\in Z\}$，故N为整数集，

$\therefore M\subseteq N$.

故选：B.

本题考查集合的包含关系，一般根据集合元素的特征确定出两个集合的包含关系，本题属于基础题.

2．A

【分析】利用复数的运算化简复数$\dfrac{5}{7-4z}$，利用复数的模长公式可求得$\left|\dfrac{5}{7-4z}\right|$的值.

【详解】因为复数$z=1-\mathrm{i}$（i为虚数单位），

则$\dfrac{5}{7-4z}=\dfrac{5}{7-4(1-\mathrm{i})}=\dfrac{5}{3+4\mathrm{i}}=\dfrac{5(3-4\mathrm{i})}{(3+4\mathrm{i})(3-4\mathrm{i})}=\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$，

因此，$\left|\dfrac{5}{7-4z}\right|=\sqrt{\left(\dfrac{3}{5}\right)^2+\left(-\dfrac{4}{5}\right)^2}=1$.

故选：A.

3．B

【分析】利用$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}$化简$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DC}$，再结合数量积的定义可求该式的值.

【详解】$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DC}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}\right)\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DC}$，

因为$\overrightarrow{AD}\perp\overrightarrow{DC}$，故$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DC}=0$.

而E为CD的中点，故$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DC}=1\times2\times\cos0=2$，故$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DC}=2$.

故选：B.

4．A

【分析】分别算出$f(2019)$和$f(2020)$的值，进一步求出$f(2019)+f(2020)$的值.

【详解】由题可知$f(x)$是以4为周期的周期函数，

$f(2019)=f(-1+4\times505)=f(-1)=f(1)=\log_2(1+1)=1$，

$f(2020)=f(0+4\times505)=f(0)=\log_2(0+1)=0$，

$\therefore f(2019)+f(2020)=1$.

故选：A.

本题考查函数周期性的应用，涉及到奇偶性，是基础题.

5．B

【分析】直接利用椭圆的标准方程性质和离心率的定义即可求解.

【详解】依题意，因为椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $\frac{\sqrt{m+6-m}}{\sqrt{m+6}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，得 m=2，

故长轴长为 $2\sqrt{m+6}=4\sqrt{2}$.

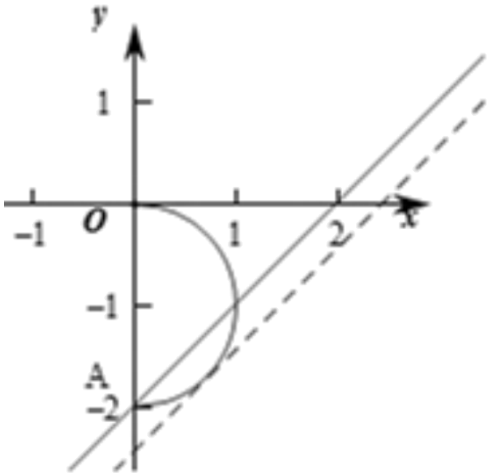
故选：B.

6．B

【分析】根据题意，画出曲线 $C:x=\sqrt{-y^2-2y}$ 的图像，根据数形结合的方法求解，即可得出结果.

【详解】由 $x=\sqrt{-y^2-2y}$ 可知 $x\geq0$，得到 $x^2+y^2+2y=0$，即 $x^2+(y+1)^2=1$，$x\geq0$，

作出曲线 $C:x=\sqrt{-y^2-2y}$ 的图像如下：



当直线 $l:x-y-m=0$ 经过点 $A(0,-2)$ 时，直线与曲线有两个交点，此时 $2-m=0$，解得 $m=2$；

当直线与曲线相切时，圆心 $(0,-1)$ 到直线 $x-y-m=0$ 的距离 $d=\frac{|1-m|}{\sqrt{1+1}}=\frac{|1-m|}{\sqrt{2}}=1$，

解得$m=\sqrt{2}+1$或$m=-\sqrt{2}+1$；

因为直线$x-y-m=0$可化为$y=x-m$，由截距$-m<0$得$m>0$，则$m=\sqrt{2}+1$，

此时直线与曲线只有一个交点；

故满足条件的实数m的取值范围为$2\le m<1+\sqrt{2}$.

故选：B.

本题主要考查由直线与圆的位置关系求参数的问题，灵活运用数形结合的方法求解即可，属于常考题型.

7．C

【分析】由a_n,S_n关系且$S_n>0$可得$S_{n+1}-S_n=3^n$，利用累加法、等比数列前 n 项和公式求S_{2023}.

【详解】由题设$S_{n+1}^2-3^n(S_{n+1}-S_n)=S_n\left(S_n+2\cdot 3^n\right)$，则$S_{n+1}^2-S_n^2=3^n(S_{n+1}+S_n)$，

又$\{a_n\}$都为正项，则$S_n>0$，故$S_{n+1}-S_n=3^n$，

所以$S_{2023}-S_{2022}+\ldots+S_3-S_2+S_2-S_1=3^{2022}+\ldots+3^2+3=\dfrac{3(1-3^{2022})}{1-3}$，

所以$S_{2023}-S_1=S_{2023}-2=\dfrac{3^{2023}-3}{2}$，故$S_{2023}=\dfrac{3^{2023}+1}{2}$.

故选：C

8．C

【分析】设$\angle AOC=\alpha$，利用三角恒等变换、余弦定理求得$DE+EB$的表达式，结合二次函数的性质求得正确答案.

【详解】设$\angle AOC=\alpha$，则$\angle DOE=2\alpha,\angle COD=\alpha,\angle BOE=\pi-4\alpha$，

$0<4\alpha<\pi,0<\alpha<\dfrac{\pi}{4},0<2\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，则$\sin\alpha$、$\cos 2\alpha$为正数.

在三角形ODE中，连接DE，由余弦定理得：

$DE=\sqrt{4+4-2\times 2\times 2\times\cos 2\alpha}=\sqrt{8-8\cos 2\alpha}=\sqrt{16\sin^2\alpha}=4\sin\alpha$，

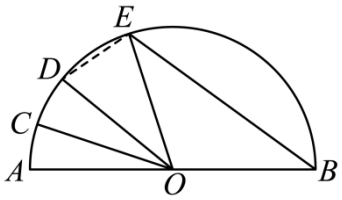
在三角形BOE中，由余弦定理得：

$EB=\sqrt{4+4-2\times 2\times 2\times\cos(\pi-4\alpha)}=\sqrt{8+8\cos 4\alpha}=\sqrt{16\cos^2 2\alpha}=4\cos 2\alpha=4\left(1-2\sin^2\alpha\right)$，

所以$DE+EB=4\sin\alpha+4\left(1-2\sin^2\alpha\right)=-8\sin^2\alpha+4\sin\alpha+4$，

由于 $\sin\alpha\in\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，所以当 $\sin\alpha=-\frac{4}{2\times(-8)}=\frac{1}{4}$ 时，$DE+EB$ 取得最大值，

也即 $\sin\angle AOC=\frac{1}{4}$ 时，$DE+EB$ 取得最大值为 $-8\times\left(\frac{1}{4}\right)^2+4\times\frac{1}{4}+4=\frac{9}{2}$.



故选：C

9．BC

【分析】由方差的性质判断 A；由正态分布的对称性判断 B；由相关系数的定义判断 C；根据百分位数的定义判断 D.

【详解】对于 A，由方差的性质可得 $D(\eta)=2^2D(\xi)=4D(\xi)$，故 A 错误；

对于 B，由正态分布的图象的对称性可得 $P(3<\xi<6)=P(\xi<6)-0.5=0.34$，故 B 正确；

对于 C，由相关系数知识可得：线性相关系数 $|r|$ 越接近 1，则两个变量的线性相关性越强，故 C 正确；

对于 D，甲组：第 30 百分位数为 30，第 50 百分位数为 $\frac{37+m}{2}$，

乙组：第 30 百分位数为 n，第 50 百分位数为 $\frac{33+44}{2}=\frac{77}{2}$，则 $\begin{cases}n=30\\ \frac{37+m}{2}=\frac{77}{2}\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}n=30\\ m=40\end{cases}$，故 $m+n=70$，故 D 错误；

故选：BC

10．AD

【分析】根据排列组合知识分别进行计算可得正确选项

【详解】对于 A，若每人都安排一项工作，每人有 4 种安排方法，则有 4^5 种安排方法，A 正确；

对于 B，先将 5 人分为 4 组，再将分好的 4 组全排列，安排 4 项工作，有 $C_5^2A_4^4$ 种安排方法，B 错误；

对于 C，先将 5 人分为 3 组，有$\left(\frac{C_5^3C_2^1}{A_2^2}+\frac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}\right)$种分组方法，将分好的三组安排翻译、导游、礼仪三项工作，有A_3^3种情况，

则有$\left(\frac{C_5^3C_2^1}{A_2^2}+\frac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}\right)A_3^3$种安排方法，C 错误；

对于 D，①从丙，丁，戊中选出 1 人开车，②从丙，丁，戊中选出 2 人开车，则有$C_3^1C_4^2A_3^3+C_3^2A_3^3$种安排方法，D 正确.

故选：AD.

11．AC

【分析】由题意得$g(x)$解析式，令$g(x)>0$，即可求得解集，即可判断 A 的正误；利用导数判断$g(x)$的单调性，即可判断 B 的正误；若$f(x)<g(x)$，则$x\ln x-\frac{\ln x+1}{x}<0$，令$h(x)=x^2\ln x-\ln x-1,x\in\left(\frac{1}{e},1\right)$，利用导数求得$h(x)$的单调性与最值，综合分析，即可判断 C 的正误；由$F(x)$有两个极值点，可得$2a=\frac{\ln x+1}{x}$在$(0,+\infty)$有两个根，令$m(x)=\frac{\ln x+1}{x}$，利用导数求得$m(x)$的单调性与最值，即可判断 D 的正误，即可得答案.

【详解】由题意得$f'(x)=\ln x+1$，则$g(x)=\frac{\ln x+1}{x}(x>0)$

对于 A：由$g(x)=\frac{\ln x+1}{x}>0$，可得$\ln x>-1$，解得$x>\frac{1}{e}$，所以解集为$\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$，故 A 正确；

对于 B：$g'(x)=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-(\ln x+1)}{x^2}=\frac{-\ln x}{x^2}$，令$g'(x)=0$，解得 x=1，

所以当$x\in(0,1)$时，$g'(x)>0$，函数$g(x)$为增函数，

当$x\in(1,+\infty)$时，$g'(x)<0$，函数$g(x)$为减函数，故 B 错误；

对于 C：当$x\in\left(\frac{1}{e},1\right)$时，若$f(x)<g(x)$，则$f(x)-g(x)<0$，

所以$x\ln x-\frac{\ln x+1}{x}<0$，即$x^2\ln x-\ln x-1<0$，

令$h(x)=x^2\ln x-\ln x-1,x\in\left(\frac{1}{e},1\right)$，

则$h'(x)=2x\cdot\ln x+x^2\cdot\frac{1}{x}-\frac{1}{x}=2x\ln x+x-\frac{1}{x}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/895324034100011034