

专题 17 球与几何体的切接

一、单选题

1. (2024 届四川省仁寿高三上学期 9 月月考) 已知圆柱的高为 1, 它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上, 则该圆柱的体积为 ()

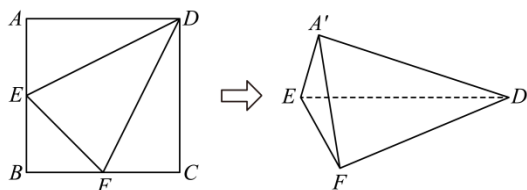
- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4}$

【答案】C

【解析】设圆柱的底面半径为 r , 则 $r^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$, 解得 $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $r = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (舍去),

所以圆柱的体积 $V = \pi r^2 h = \pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times 1 = \frac{3\pi}{4}$. 故选 C

2. (2024 届广东省四校高三上学期联考) 如图, 在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, BC 的中点, 将 $\triangle AED$, $\triangle BEF$, $\triangle DCF$ 分别沿 DE , EF , DF 折起, 使得 A, B, C 三点重合于点 A' , 若三棱锥 $A' - EFD$ 的所有顶点均在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为 ()

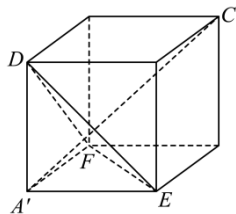


- A. 2π B. 3π C. 6π D. 8π

【答案】C

【解析】根据题意可得 $A'D \perp A'E$, $A'D \perp A'F$, $A'E \perp A'F$, 且 $A'E = 1$, $A'F = 1$, $A'D = 2$,

所以三棱锥 $D - A'EF$ 可补成一个长方体, 则三棱锥 $D - A'EF$ 的外接球即为长方体的外接球, 如图所示,



设长方体的外接球的半径为 R , 可得 $2R = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6}$, 所以 $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$,

所以外接球的表面积为 $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 6\pi$, 故选 C

专题 17 球与几何体的切接

一、单选题

1. (2024 届四川省仁寿高三上学期 9 月月考) 已知圆柱的高为 1, 它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上, 则该圆柱的体积为 ()

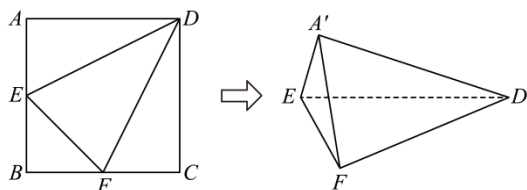
- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4}$

【答案】C

【解析】设圆柱的底面半径为 r , 则 $r^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$, 解得 $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $r = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (舍去),

所以圆柱的体积 $V = \pi r^2 h = \pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times 1 = \frac{3\pi}{4}$. 故选 C

2. (2024 届广东省四校高三上学期联考) 如图, 在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, BC 的中点, 将 $\triangle AED$, $\triangle BEF$, $\triangle DCF$ 分别沿 DE , EF , DF 折起, 使得 A, B, C 三点重合于点 A' , 若三棱锥 $A' - EFD$ 的所有顶点均在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为 ()

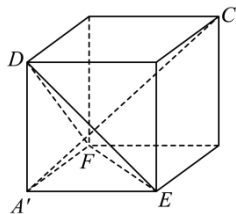


- A. 2π B. 3π C. 6π D. 8π

【答案】C

【解析】根据题意可得 $A'D \perp A'E$, $A'D \perp A'F$, $A'E \perp A'F$, 且 $A'E = 1$, $A'F = 1$, $A'D = 2$,

所以三棱锥 $D - A'EF$ 可补成一个长方体, 则三棱锥 $D - A'EF$ 的外接球即为长方体的外接球, 如图所示,



设长方体的外接球的半径为 R , 可得 $2R = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6}$, 所以 $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$,

所以外接球的表面积为 $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 6\pi$, 故选 C

3. (2023 届山西省运城市学业水平考试) 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 且 $AB + PA = 6$, 当三棱锥 $P-ABC$ 的体积取最大值时, 该三棱锥外接球的体积是 ()

- A. 27π B. 36π C. 54π D. 72π

【答案】B

【解析】设 $AB = x$, 则 $PA = 6 - x$, 故三棱锥 $P-ABC$ 的体积 $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot PA = \frac{1}{6} x^2 (6 - x) = -\frac{1}{6} x^3 + x^2$,

设 $f(x) = -\frac{1}{6} x^3 + x^2 (0 < x < 6)$, 则 $f'(x) = -\frac{1}{2} x^2 + 2x (0 < x < 6)$,

由 $f'(x) > 0$, 得 $0 < x < 4$, 由 $f'(x) < 0$, 得 $4 < x < 6$, 则 $f(x)$ 在 $(0, 4)$ 上单调递增,

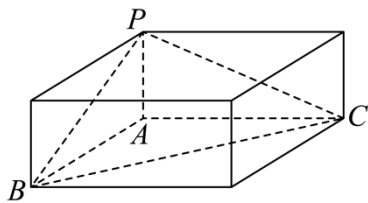
在 $(4, 6)$ 上单调递减, 从而 $f(x)_{\max} = f(4) = \frac{16}{3}$,

即三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值是 $\frac{16}{3}$, 此时 $x = 4$, 即 $AB = AC = 4, PA = 2$,

因为 $PA \perp$ 平面 $ABC, AB \perp AC$, 把三棱锥 $P-ABC$ 补成一个长方体, 则三棱锥 $P-ABC$ 与所补成的长方体有相同的外接球, 所以外接球的半径 $R = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = 3$, 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的体积为

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = 36\pi.$$

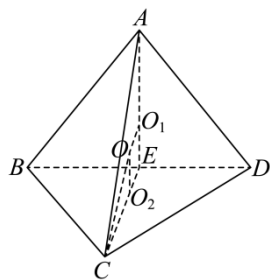
故选 B.



4. (2023 届江西省九江市高三第一次模拟) 三棱锥 $A-BCD$ 中, $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCD$ 均为边长为 2 的等边三角形, 若平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , 则该三棱锥外接球的表面积为 ()

- A. $\frac{8\pi}{3}$ B. $\frac{20\pi}{3}$ C. 8π D. 20π

【答案】B



【解析】

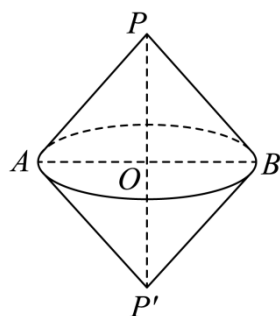
如图, 取 BD 中点 E , 连接 AE , CE , 则 $AE \perp BD$, $CE \perp BD$,

因为平面 $ABD \perp$ 平面 CBD , 所以可得 $AE \perp$ 平面 CBD , $CE \perp$ 平面 ABD ,

取 $\triangle ABD$ 的外心 O_1 ， $\triangle BCD$ 的外心 O_2 ，分别过 O_1, O_2 作平面 ABD 与平面 BCD 的垂线交于点 O ， O 即为球心，连接 OC ，易得 $CO_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $OO_2 = O_1E = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $\therefore R^2 = OC^2 = CO_2^2 + OO_2^2 = \frac{5}{3}$ ，

$\therefore S = 4\pi R^2 = \frac{20\pi}{3}$. 故选 B.

5. (2023 届河北省秦皇岛市高三冲刺卷) 如图，该几何体为两个底面半径为 1，高为 1 的相同的圆锥形成的组合体，设它的体积为 V_1 ，它的内切球的体积为 V_2 ，则 $V_1:V_2 = (\quad)$



A. $2:\sqrt{3}$

B. $2\sqrt{2}:3$

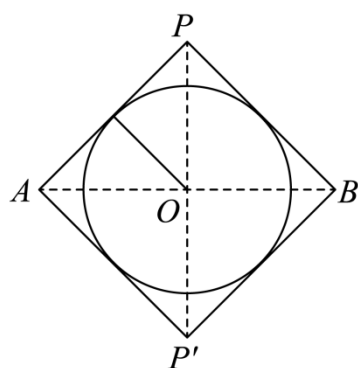
C. $2:\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}:1$

【答案】D

【解析】如图，四边形 $PAP'B$ 为该几何体的轴截面，则四边形 $PAP'B$ 的内切圆的半径即为该几何体内切球的半径，设内切球的半径为 r ，由 $OP = OA = 1$ ，得 $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则 $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ ， $V_1 = 2 \times \frac{1}{3}\pi \times 1^2 \times 1 = \frac{2\pi}{3}$ ，

所以 $V_1:V_2 = \sqrt{2}:1$. 故选 D.



6. (2023 届海南省高三全真模拟) 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的球面上， $PA \perp$ 平面 ABC ，在底面 $\triangle ABC$ 中， $B = \frac{\pi}{4}$ ， $BC = 2$ ， $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，若球 O 的体积为 $\sqrt{6}\pi$ ，则 $PA = (\quad)$

A. 1

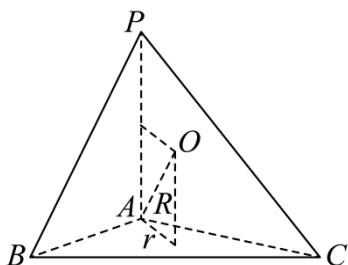
B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

【答案】A

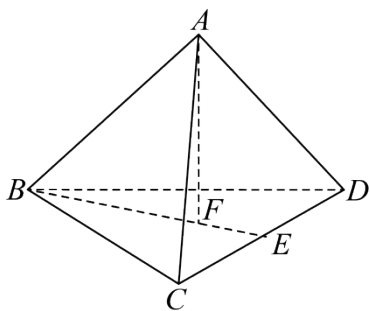
根据线面垂直模型知： $R^2 = \frac{PA^2}{4} + r^2 \Rightarrow PA = 2 \times \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{5}{4}} = 1$ 。



7. (2024 届安徽省皖东名校联盟体高三上学期 9 月质量检测) 直观想象是数学六大核心素养之一, 某位教师为了培养学生的直观想象能力, 在课堂上提出了这样一个问题: 现有 10 个直径为 4 的小球, 全部放进棱长为 a 的正四面体盒子中, 则 a 的最小值为 ()

- A. $6+4\sqrt{6}$ B. $8+4\sqrt{6}$ C. $4+4\sqrt{6}$ D. $5+4\sqrt{6}$

【解析】我们先来证明如下引理：如下图所示：



设正四面体棱长为 a ， $AF \perp$ 面 BCD ， $BE \perp CD$ ，所以 $CE = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2}$ ，

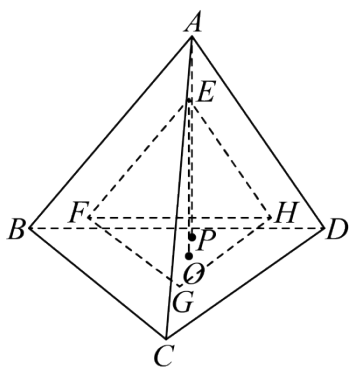
$$BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}a}{2},$$

显然 F 为面 BCD 的重心，所以 $BF = \frac{2}{3}BE = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ ，由勾股定理可得面

$$AF = \sqrt{AB^2 - BF^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}a}{3},$$

所以正四面体的高等于其棱长的面 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 倍.接下来我们来解决此题:

如下图所示：



10 个直径为 4 的小球放进棱长为 a 的正四面体 $ABCD$ 中，成三棱锥形状，有 3 层，

则从上到下每层的小球个数依次为：1， $(1+2)$ ， $(1+2+3)$ 个，

当 a 取最小值时，从上到下每层放在边缘的小球都与正四面体的侧面相切，底层的每个球都与正四面体底面相切，任意相邻的两个小球都外切，位于每层正三角状顶点的所有上下相邻小球的球心连线为一个正四面体 $E-FGH$ ，则该正四面体 $EFGH$ 的棱长为 $2+4+2=8$ ，可求得其高为 $EP=8 \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{8\sqrt{6}}{3}$ ，

所以正四面体 $ABCD$ 的高为 $AQ=AE+EP+PQ=2 \times 3 + \frac{8\sqrt{6}}{3} + 2 = 8 + \frac{8\sqrt{6}}{3}$ ，

进而可求得其棱长 a 的最小值为 $\left(8 + \frac{8\sqrt{6}}{3}\right) \times \frac{3}{\sqrt{6}} = 8 + 4\sqrt{6}$ 。故选 B。

8. (2024 届浙江省名校协作体高三上学期联考) 已知四面体 $ABCD$ 中， $AD=2$ ， $BD=\sqrt{3}$ ， $\angle BCD=120^\circ$ ，直线 AD 与 BC 所成的角为 60° ，且二面角 $A-CD-B$ 为锐二面角。当四面体 $ABCD$ 的体积最大时，其外接球的表面积为 ()

A. $\frac{32\pi}{3}$

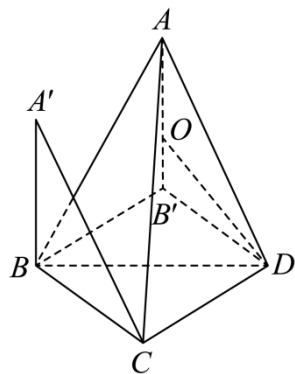
B. $\frac{16\pi}{3}$

C. 16π

D. 8π

【答案】B

【解析】如图，



因为 $BD^2 = BC^2 + DC^2 - 2BC \cdot DC \cdot \cos 120^\circ = BC^2 + DC^2 + BC \cdot DC = 3$ ，

所以 $3BC \cdot DC \leq BC^2 + DC^2 + BC \cdot DC = 3$ ，即 $BC \cdot DC \leq 1$ ，当且仅当 $BC = DC = 1$ 时等号成立，此时底面 $\triangle BCD$

面积最大， $S = \frac{1}{2}BC \cdot DC \cdot \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ，

将 AD 沿 $\vec{DC}$ 平移至 $A'C$ ，则点 A 与 A' 到底面 BCD 的距离相同，且 $\angle A'CB = 60^\circ$ ，

为使四面体 $ABCD$ 高最大，则直线 $A'C$ 在底面 BCD 的射影为直线 BC ，此时 $A'B \perp$ 面 BCD ，设点 A 在底面 BCD 的投影为 B' ，可知四边形 $BCDB'$ 为菱形，且 $\triangle BCD$ 的外心为 B' ，此时满足二面角 $A-CD-B$ 为锐二面角，

故四面体 $ABCD$ 的外接球的球心 O 在直线 AB' 上，因为 $AB' = A'B = BC \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ， $DB' = 1$ ， $OA = OD = R$ ，

所以在 $\text{Rt}\triangle OB'D$ 中， $(\sqrt{3} - R)^2 + 1^2 = R^2$ ，解得 $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，

此时外接球的表面积为 $S = 4\pi \times \frac{4}{3} = \frac{16\pi}{3}$ ，故选 B

9. (2024 届江苏省常州高级中学高三上学期期初检测) 将一个半径为 6 的球削成一个体积最大的圆锥，则该圆锥的内切球的半径为 ()

- A. $\sqrt{3}+1$ B. $2(\sqrt{3}+1)$ C. $2(\sqrt{3}-1)$ D. $4(\sqrt{3}-1)$

【答案】D

【解析】设圆锥的底面半径为 r ，则高为 $6 + \sqrt{36 - r^2}$ ，

所以圆锥的体积为 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 (6 + \sqrt{36 - r^2})$ ，

令 $t = \sqrt{36 - r^2}$ ($0 \leq t < 6$)，得 $r^2 = 36 - t^2$ ，

所以 $V(t) = \frac{1}{3}\pi(36 - t^2)(6 + t) = \frac{1}{3}\pi(-t^3 - 6t^2 + 36t + 216)$ ，

则 $V'(t) = \frac{1}{3}\pi(-3t^2 - 12t + 36) = -\pi(t^2 + 4t - 12) = -\pi(t - 2)(t + 6)$ ，

所以当 $0 \leq t < 2$ 时， $V'(t) > 0$ ，当 $2 < t < 6$ 时， $V'(t) < 0$ ，

所以 $V(t)$ 在 $[0, 2)$ 上递增，在 $(2, 6)$ 上递减，

所以当 $t = 2$ 时， $V(t)$ 取得最大值，即 $r = 4\sqrt{2}$ 时，圆锥的体积最大，

此时圆锥的高为 $6 + \sqrt{36 - r^2} = 6 + \sqrt{36 - 32} = 8$ ，母线长为 $l = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 8^2} = 4\sqrt{6}$ ，

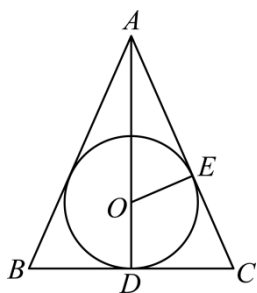
设圆锥的内切球半径为 R ，圆锥的轴截面图如图所示，则

$AD = 8$ ， $AC = 4\sqrt{6}$ ， $DC = 4\sqrt{2}$ ， $AO = 8 - R$ ，

因为 $\angle EAO = \angle DAC$ ， $\angle AEO = \angle ADC = 90^\circ$ ，

所以 $\triangle EAO \sim \triangle DAC$ ，所以 $\frac{OE}{CD} = \frac{AO}{AC}$ ，

即 $\frac{R}{4\sqrt{2}} = \frac{8-R}{4\sqrt{6}}$ ，解得 $R = 4(\sqrt{3}-1)$ ，故选 D



10. (2024 届广东省高三上学期新联合质量测评) 已知等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, 边 $AC = \sqrt{6}$, P, Q 分别为 AC, AB 上的动点 (P 与 C 不重合), 将 $\triangle APQ$ 沿 PQ 折起, 使点 A 到达点 A' 的位置, 且平面 $A'PQ \perp$ 平面 $BCPQ$. 若点 A', B, C, P, Q 均在球 O 的球面上, 则球 O 体积的最小值为 ()

A. $\frac{8\pi}{3}$

B. $\frac{4\pi}{3}$

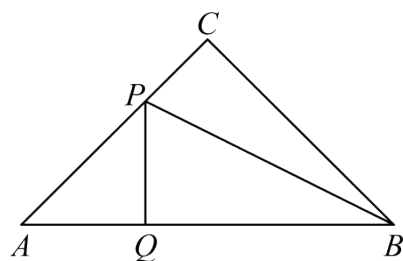
C. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{2}\pi}{3}$

【答案】C

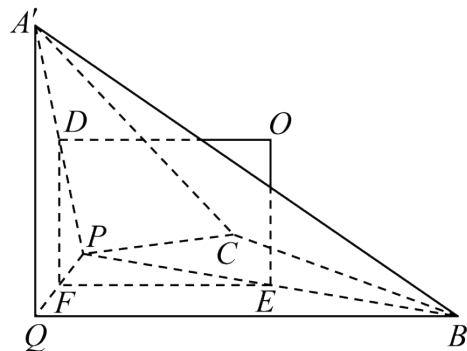
【解析】显然 P 不与 A 重合, 由点 A', B, C, P, Q 均在球 O 的球面上, 得 B, C, P, Q 共圆, 则 $\angle C + \angle PQB = \pi$,

又 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, AB 为斜边, 即有 $PQ \perp AB$,



将 $\triangle APQ$ 翻折后, $PQ \perp A'Q$, $PQ \perp BQ$, 又平面 $A'PQ \perp$ 平面 $BCPQ$,

平面 $A'PQ \cap$ 平面 $BCPQ = PQ$,



$A'Q \subset$ 平面 $A'PQ$, $BQ \subset$ 平面 $BCPQ$, 于是 $A'Q \perp$ 平面 $BCPQ$, $BQ \perp$ 平面 $A'PQ$,

显然 $A'P$, BP 的中点 D , E 分别为 $\triangle A'PQ$, 四边形 $BCPQ$ 外接圆圆心,

则 $DO \perp$ 平面 $A'PQ$, $EO \perp$ 平面 $BCPQ$, 因此 $DO \parallel BQ$, $EO \parallel A'Q$,

取 PQ 的中点 F , 连接 DF , EF , 则有 $EF \parallel BQ \parallel DO$, $DF \parallel A'Q \parallel EO$,

四边形 $EFDO$ 为矩形, 设 $A'Q = x$ 且 $0 < x < 2\sqrt{3}$, $DO = EF = \frac{1}{2}BQ = \frac{2\sqrt{3}-x}{2}$, $A'P = \sqrt{2}x$,

设球 O 的半径 R , 有 $R^2 = DO^2 + \left(\frac{A'P}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}x^2 - \sqrt{3}x + 3 = \frac{3}{4}\left(x - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 2$,

当 $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时, $(R^2)_{\min} = 2$, 所以球 O 体积的最小值为 $\frac{4\pi R^3}{3} = \frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$. 故选 C.

11. (2024 届辽宁省十校联合体高三上学期八月调研) 已知一个棱长为 2 的正方体, 点 A, C 是其内切球上两点, B, D 是其外接球上两点, 连接 AB, CD , 且线段 AB, CD 均不穿过内切球内部, 当四面体 $A-BCD$ 的体积取得最大值时, 异面直线 AD 与 BC 的夹角的余弦值为 ().

- A. $\frac{\sqrt{2}}{13}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{2}{3}$

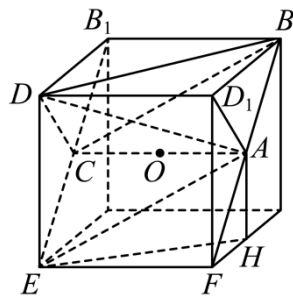
【答案】D

【解析】由正方体棱长为 2, 知其内切球的半径为 1, 外接球的半径 $\frac{\sqrt{2^2+2^2+2^2}}{2} = \sqrt{3}$,

依题意知, AB, CD 最长为 $\sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1} = \sqrt{2}$, AC 最长为内切球的直径 2,

由三角形面积公式 $S = \frac{1}{2}ab \sin C$, 若 a, b 为定值时, $C = \frac{\pi}{2}$ 时面积最大,

画出图形如图所示, 其中 A, C 分别是所在正方形的中心, O 是内切球与外接球的球心,



由正方体性质知 $CD \parallel AD_1$, $CD = AD_1$, $CB_1 \parallel AB$, $CB_1 = AB$,

又 $V_{A-BCD} = \frac{1}{3}V_{ABD_1-CB_1D} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABD_1} \cdot AC$, 故此时四面体 $A-BCD$ 的体积取得最大,

因为 $CE \parallel AB$, $CE = AB$, 所以四边形 $ABCE$ 是平行四边形,

所以 $BC \parallel AE$, 所以 $\angle DAE$ 异面直线 AD 与 BC 所成的角,

在 $\triangle DAE$ 中, $DA = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$, $EA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

由余弦定理得 $\cos \angle DAE = \frac{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2 - 2^2}{2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2}{3}$ ，故选 D

12. (2023 届重庆市巴蜀中学校高三下学期 4 月月考) 已知正四棱锥 $O-ABCD$ 的底面边长为 $\sqrt{6}$ ，高为

3. 以点 O 为球心， $\sqrt{2}$ 为半径的球 O 与过点 A, B, C, D 的球 O_1 相交，相交圆的面积为 π ，则球 O_1 的半径为 ()

A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 或 $\sqrt{6}$

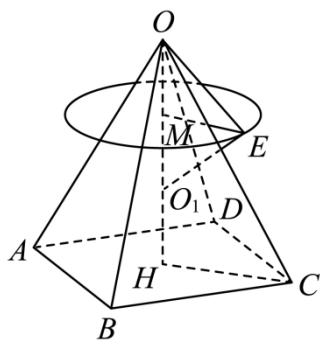
B. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{97}}{4}$

C. $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{97}}{4}$

D. $\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{6}$

【答案】B

【解析】当公共圆面在四棱锥内部时，如下图所示，



设相交圆的圆心为 M ，点 E 为相交圆上的一点，也是两球的公共点，

设球 O_1 的半径为 r ，

因为相交圆的面积为 π ，所以相交圆的半径为 1，即 $ME = 1$ ，

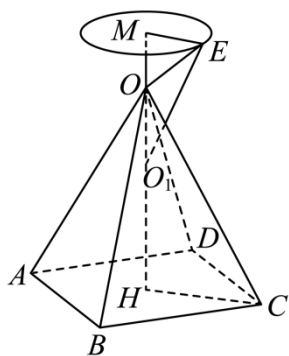
底面正方形边长为 $\sqrt{6}$ ，所以 $CH = \sqrt{3}$ ， $OE = \sqrt{2}$ ， $OH = 3$ ，

由勾股定理有 $OM^2 + ME^2 = OE^2 \Rightarrow OM = 1$ ，所以 $MH = 2$ ，

设 $MO_1 = h$ ，则 $h^2 + 1 = r^2$ ①， $(2-h)^2 + 3 = r^2$ ②，

联立①②解得 $r = \frac{\sqrt{13}}{2}$ 。

当公共圆面在四棱锥外部时，如下图所示，



同上可求 $OM=1$ ， $MH=OH+OM=3+1=4$ ， $MO_1=h$ ，

则 $h^2+1=r^2$ ③， $(4-h)^2+3=r^2$ ④，

联立③④解得 $r=\frac{\sqrt{97}}{4}$ 。故选 B。

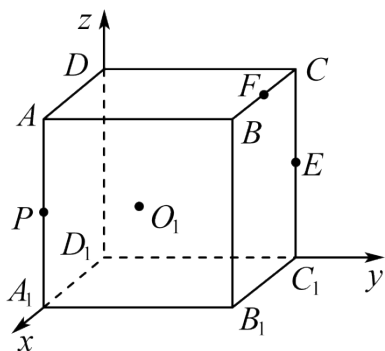
二、多选题

13. (2023 届辽宁省实验中学高三第五次模拟) 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， P, E, F 分别为棱 AA_1 ， CC_1 ， BC 的中点， O_1 为侧面 AA_1B_1B 的中心，则 ()

- A. 直线 $AB \parallel$ 平面 PEF
- B. 直线 $A_1C \parallel$ 平面 O_1EF
- C. 三棱锥 O_1-PEF 的体积为 $\frac{1}{3}$
- D. 三棱锥 $P-BCE$ 的外接球表面积 9π

【答案】BCD

【解析】由题意，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，棱长为 2， P, E, F 分别为棱 AA_1 ， CC_1 ， BC 的中点， O_1 为侧面 AA_1B_1B 的中心，建立空间直角坐标系如下图所示，



则 $A(2,0,2), B(2,2,2), C(0,2,2), D(0,0,2), A_1(2,0,0), B_1(2,2,0), C_1(0,2,0)$ ，

$D_1(0,0,0), O_1(2,1,1), P(2,0,1), E(0,2,1), F(1,2,2)$ ，A 项，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/896022000003010222>