

辽宁省沈阳市沈河区育源中学 2022-2023 学年九年级上学期

期末数学试题

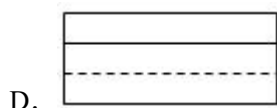
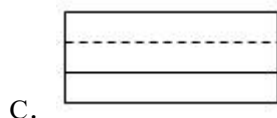
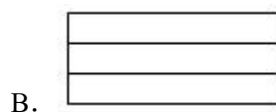
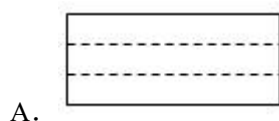
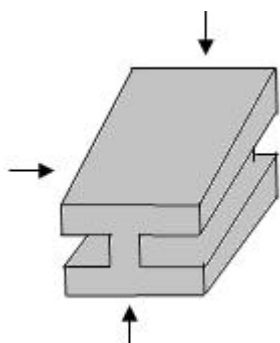
学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

一、单选题

1. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$, 则 $\frac{a}{a+b} = (\quad)$

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{3}{7}$

2. 如图的一个几何体, 其左视图是 ()



3. 一个不透明的袋子中装有除颜色外均相同的 4 个白球和若干个绿球, 每次摇均匀后随机摸出一个球, 记下颜色后再放回袋中, 经大量试验, 发现摸到绿球的频率稳定在

0.2, 则摸到绿球的概率约为 ()

- A. 0.2 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8

4. 下列说法:

- (1) 对角线互相垂直的四边形是菱形;
- (2) 有一个内角为直角的平行四边形是矩形;
- (3) 对角线互相垂直平分的四边形是正方形;
- (4) 两组对角相等的四边形是平行四边形;
- (5) 四边形各边中点连线所得的图形是平行四边形;

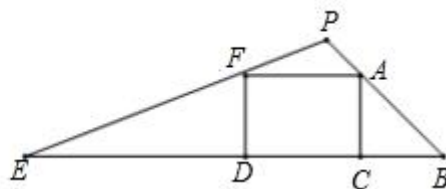
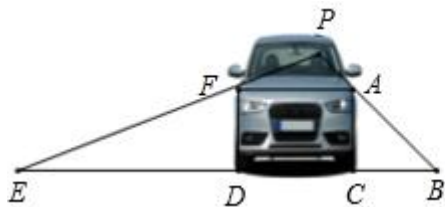
其中正确的有 () 个.

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

5. 按照党中央、国务院决策部署, 为了活跃市场主体、助推各地区经济发展, 各省市地区抓紧推动稳经济一揽子政策落实落地. 江夏区制定了“黄金十条”, 坚定企业疫后发展信心, 促进企业稳步高效增长. 2022 年我区某企业 4 月份的利润是 100 万元, 第二季度的总利润达到 500 万元, 设利润平均月增长率为 x , 则依题意列方程为 ()

- A. $100(1+x)^2 = 500$ B. $100(1+x^2) = 500$
 C. $100(1+x) + 100(1+x)^2 = 500$ D. $100 + 100(1+x) + 100(1+x)^2 = 500$

6. 如图, EB 为驾驶员的盲区, 驾驶员的眼睛点 P 处与地面 BE 的距离为 1.6 米, 车头 $FACD$ 近似看成一个矩形, 且满足 $3FD = 2FA$, 若盲区 EB 的长度是 6 米, 则车宽 FA 的长度为 () 米.

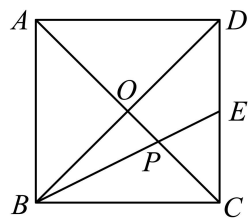


- A. $\frac{11}{7}$ B. $\frac{12}{7}$ C. $\frac{13}{7}$ D. 2

7. 对于反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$, 下列说法正确的是 ()

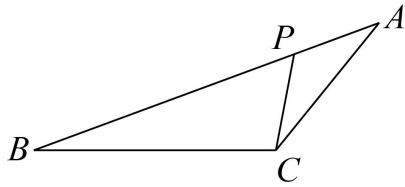
- A. 图象经过点 $(-2, -3)$
 B. 图象位于第一、三象限
 C. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小
 D. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大

8. 在正方形 $ABCD$ 中, 边 $OP = \sqrt{5}$, E 是 CD 中点, 则线段 AB 长度为 ()



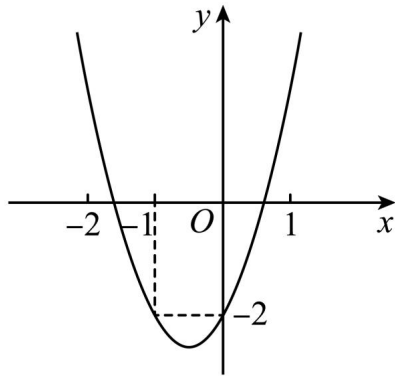
- A. $3\sqrt{5}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ C. $3\sqrt{10}$ D. 5

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, P 为 AB 上一点, 在下列四个条件中, 不能判定 $\triangle APC$ 和 $\triangle ACB$ 相似的条件是 ()



- A. $\angle ACP = \angle B$ B. $\angle APC = \angle ACB$ C. $\frac{AP}{AB} = \frac{PC}{BC}$ D. $AC^2 = AP \cdot AB$

10. 如图，若二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象过点 $(-1, -2)$ ，且与 x 轴交点横坐标分别为 x_1, x_2 ，其中 $-2 < x_1 < -1, 0 < x_2 < 1$ 。得出结论：① $abc < 0$ ；② $2a > b > 0$ ；③ $4ac > b^2 - 8a$ ；④ $a + c > -1$ 。上述结论正确的有 () 个。



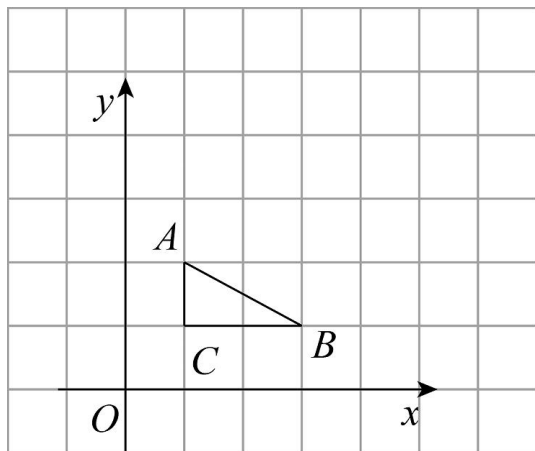
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

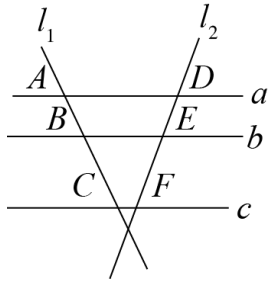
11. 方程 $x^2 + 4x = 0$ 的解是_____。

12. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是以原点 O 为位似中心的位似图形，且位似比为 $1:2$ ，

则点 $A(1, 2)$ 在第一象限的对应点 A_1 的坐标是_____。



13. 如图，直线 $a \parallel b \parallel c$ ，直线 l_1, l_2 与这三条平行线分别交于点 A, B, C 和点 D, E, F 。若 $AB:BC = 1:2, DE = 5$ ，则 DF 的长为_____。



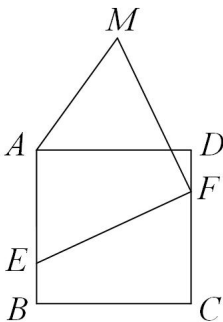
14. 若关于 x 的一元二次方程 $(m - 3)x^2 + 4x + 1 = 0$ 有实数解, 则 m 的取值范围是 _____.

15. 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 中, 函数值 y 与自变量 x 的部分对应值如表:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	0	-3	-3	0	6	...

则当 $-3 < x < 2$ 时, y 的取值范围为 _____.

16. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上, 且 $BE = DF$, 将线段 EF 绕点 F 顺时针旋转 90° 至线段 MF , 连接 AM , 则线段 AM 的最小值为 _____.



三、解答题

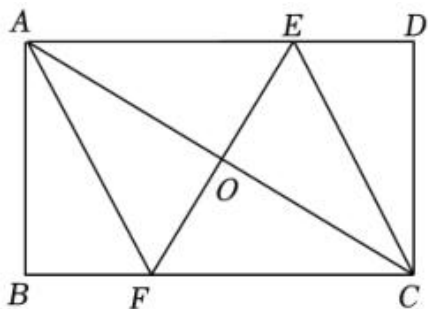
17. 计算: $\cos^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ - \tan 60^\circ \cdot \tan 30^\circ$

18. 建国中学有 7 位学生的生日是 10 月 1 日, 其中男生分别记为 A_1, A_2, A_3, A_4 , 女生分别记为 B_1, B_2, B_3 . 学校准备召开国庆联欢会, 计划从这 7 位学生中抽取学生参与联欢会的访谈活动.

(1) 若任意抽取 1 位学生, 且抽取的学生为女生的概率是 _____;

(2) 若先从男生中任意抽取 1 位, 再从女生中任意抽取 1 位, 求抽得的 2 位学生中至少有 1 位是 A_1 或 B_1 的概率. (请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程)

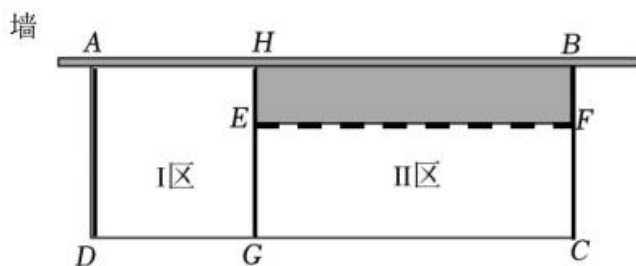
19. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E, F 分别为边 AD, BC 上的点, $DE = BF$, 对角线 AC 平分 $\angle ECF$.



(1)求证：四边形 $AFCE$ 为菱形；

(2)已知 $AB = 4\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，则菱形 $AFCE$ 的面积是_____。

20. 光明中学准备在校园里利用围墙（墙长 19m ）和 42m 长的篱笆墙围建劳动实践基地。该校某数学兴趣小组设计了如下的围建方案（除围墙外，实线部分均为篱笆墙，且不浪费篱笆墙）：利用围墙和篱笆围成 I, II 两块矩形劳动实践基地，且在 II 区中留一个宽度 $EH = 1\text{m}$ 的花池。已知 $CG = 2DG$ ，劳动基地的总面积（不包含花池）为 132m^2 ，求 DG 的长是多少？



21. 有一种升降熨烫台如图 1 所示，其原理是通过改变两根支撑杆夹角的度数来调整熨烫台的高度。图 2 是这种升降熨烫台的平面示意图。 AB 和 CD 是两根相同长度的活动支撑杆，点 O 是它们的连接点， $OA = OC$ ， h (cm) 表示熨烫台的高度。



图1

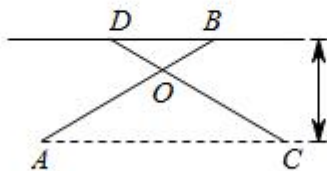


图2

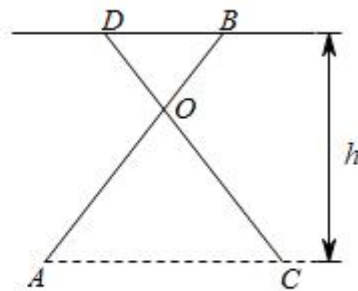


图3

(1)如图 2. 若 $AO = CO = 80\text{cm}$ ， $\angle AOC = 120^\circ$ ，求 AC 的长（结果保留根号）；

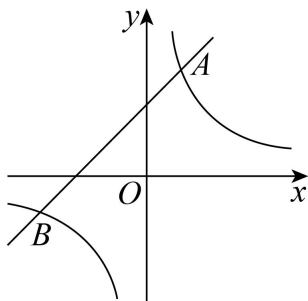
(2)爱动脑筋的小明发现，当家里这种升降熨烫台的高度 h 为 124cm 时，两根支撑杆的夹角 $\angle AOC$ 是 74° （如图 3）。求该熨烫台支撑杆 AB 的长度。（参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.6$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.8$ ， $\sin 53^\circ \approx 0.8$ ， $\cos 53^\circ \approx 0.6$ ）

22. “互联网+”时代，网上购物备受消费者青睐，某网店专售一款电子玩具，其成本为

每件 100 元，当售价为每件 160 元时，每月可销售 200 件。为了吸引更多买家，该网店采取降价措施，据市场调查反映：销售单价每降低 1 元，则每月可多销售 5 件，设每件电子玩具的售价为 x 元 (x 为正整数)，每月销售量为 y 件。

- (1)直接写出 y 与 x 之间的函数关系式；
- (2)设该网店每月获得的利润为 w 元，当销售单价降低多少元时，每月获得的利润最大，最大利润是多少？
- (3)该网店店主决定每月从利润中捐出 500 元资助贫困学生，为了保证捐款后每月利润不低于 11500 元，且让消费者得到最大的实惠，该如何确定该电子玩具的价格？

23. 如图，一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(1, n)$, $B(-3, -1)$ 两点。



- (1)点 A 的坐标为_____；一次函数的解析式为_____；反比例函数的解析式为_____；
- (2)将直线 y_1 向下平移 6 个单位后得到直线 y_3 ，当函数值 $y_1 > y_2 > y_3$ 时，请**直接**写出满足条件的 x 的取值范围。

24. 如图 1，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 5$ ，点 E 在 AB 边上，且 $AE = 1$ 。点 F 是 BC 边上的动点。将 $\triangle BEF$ 沿 EF 折叠得到 $\triangle GEF$ 。直线 GF 与直线 AB 的交点为 H 。

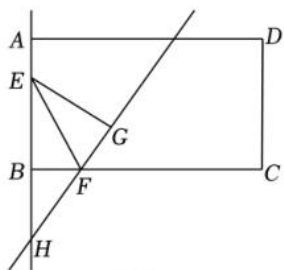


图1

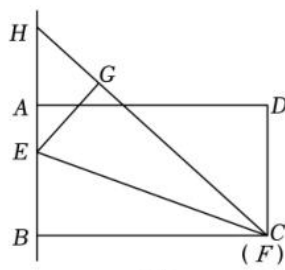


图2

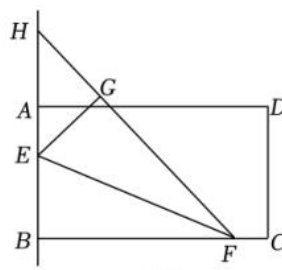


图3

- (1)如图 2，点 F 与点 C 重合时，**直接**写出 $\triangle HEG$ 与 $\triangle HBC$ 的面积比；
- (2)如图 3，当 H 在点 A 的上方，且满足 $\triangle HEF$ 是等腰三角形时，**直接**写出线段 EH 的长；
- (3)在点 F 的运动过程中，以 E 、 G 、 H 为顶点的三角形能否与以 B 、 C 、 D 为顶点的三角形相似？若能，**直接**写出 BF 的长；若不存在，请说明理由。

25. 已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交

于点 $C(0,3)$ ，点 M 是线段 OB 上一动点，连接 CM 。

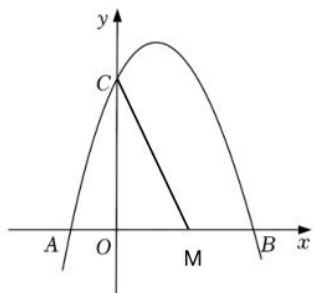


图 1

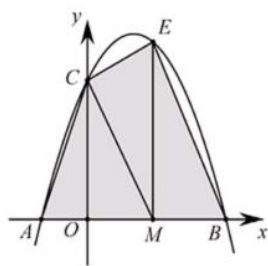


图 2

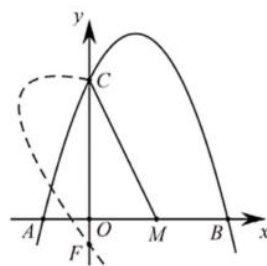


图 3

(1) 点 A 坐标是_____；点 B 坐标是_____；抛物线的函数表达式是_____；

(2) 当 $CM = 2BM$ 时，则 $OM : OC$ 的值是_____；

(3) 如图 2，过点 M 作 x 轴的垂线，交抛物线于点 E 。

① 当 $OM =$ _____时，四边形 $ABEC$ 的面积最大？此时四边形 $ABEC$ 的最大面积是_____；

② 如图 3，在①的条件下，将 CM 右侧的抛物线沿 CM 对折，交 y 轴于点 F ，请**直接**写出点 F 的坐标。

参考答案:

1. C

【分析】根据已知条件得出 $b = \frac{5}{2}a$ ，再代入要求的式子进行计算即可得出答案.

【详解】解：∵ $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$,

$$\therefore b = \frac{5}{2}a,$$

$$\therefore \frac{a}{a+b} = \frac{a}{a+\frac{5}{2}a} = \frac{2}{7}.$$

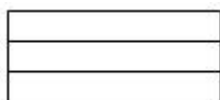
故选：C.

【点睛】此题考查了比例的性质，根据已知条件得出 b 与 a 的关系解题的关键.

2. B

【分析】根据简单几何体的三视图的意义，画出左视图即可作出判断.

【详解】解：从左面看该几何体，所得到的图形如下：



故选：B.

【点睛】本题考查了简单几何体的左视图，掌握“能看见的轮廓线用实线表示，看不见的轮廓线用虚线表示”是正确判断的关键.

3. A

【分析】设袋中绿球有 x 个，根据经大量实验，发现摸到绿球的频率稳定在 0.2，估计摸到绿球的频率为 0.2，从而确定答案.

【详解】解：大量重复试验中，事件发生的频率可以估计概率，

∵ 经大量试验，发现摸到绿球的频率稳定在 0.2，

∴ 摸到绿球的概率约为 0.2，

故选：A.

【点睛】本题主要考查利用频率估计概率，大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率.

4. B

【分析】利用菱形、矩形、正方形及平行四边形的判定方法分别判断后即可确定正确的选项.

【详解】(1) 对角线互相垂直的平行四边形是菱形，故错误，不符合题意；

(2) 有一个内角为直角的平行四边形是矩形，正确，符合题意；

(3) 对角线互相垂直平分的四边形是菱形，故原命题错误，不符合题意；

(4) 两组对角相等的四边形是平行四边形，正确，符合题意；

(5) 四边形各边中点连线所得的图形是平行四边形，正确，符合题意，

正确的有 3 个，

故选：B.

【点睛】本题考查了菱形、矩形、正方形及平行四边形的判定方法，熟练掌握菱形、矩形、正方形及平行四边形的判定方法是解题的关键.

5. D

【分析】根据该企业 4 月份的利润及利润平均月增长率，可得出该企业 5 月份的利润是 $100(1+x)$ 万元，6 月份的利润是 $100(1+x)^2$ 万元，结合该企业第二季度的总利润达到 500 万元，即可得出关于 x 的一元二次方程，此题得解.

【详解】解： \because 该企业 4 月份的利润是 100 万元，且利润平均月增长率为 x ，

\therefore 该企业 5 月份的利润是 $100(1+x)$ 万元，6 月份的利润是 $100(1+x)^2$ 万元.

依题意得： $100+100(1+x)+100(1+x)^2=500$.

故选：D.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

6. B

【分析】通过作高，利用相似三角形的对应高的比等于相似比，列方程求解即可.

【详解】解：如图，过点 P 作 $PM \perp BE$ ，垂足为 M ，交 AF 于点 N ，则 $PM=1.6$ ，

设 $FA=x$ 米，由 $3FD=2FA$ 得， $FD=\frac{2}{3}x=MN$ ，

\therefore 四边形 $ACDF$ 是矩形，

$\therefore AF \parallel CD$ ，

$\therefore \triangle PAF \sim \triangle PBE$ ，

$\therefore \frac{PN}{PM} = \frac{FA}{EB}$ ，

即 $\frac{PN}{1.6} = \frac{x}{6}$ ，

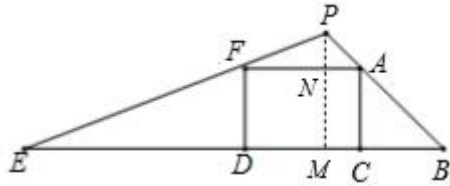
$$\therefore PN = \frac{4}{15}x,$$

$$\therefore PN + MN = PM,$$

$$\therefore \frac{4}{15}x + \frac{2}{3}x = 1.6,$$

$$\text{解得, } x = \frac{12}{7},$$

故选: B.



【点睛】本题考查矩形的判定与性质,相似三角形的性质,熟悉相关性质是解题的关键.

7. D

【分析】根据反比例函数的性质,可以判断各个选项中的说法是否正确,从而可以解答本题.

【详解】 \because 反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$,

$$k = -6 < 0,$$

\therefore 该函数图象为第二、四象限,故选项 B 不符合题意;

当 $x = -2$ 时, $y = 3$, 即该函数过点 $(-2, 3)$, 故选项 A 不符合题意;

当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 故选项 C 不符合题意;

当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 故选项 D 符合题意;

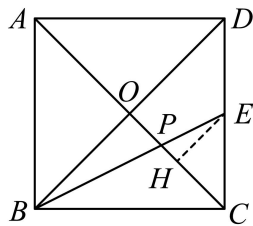
故选: D.

【点睛】本题考查反比例函数的性质,解答本题的关键是明确反比例函数的性质,利用反比例函数的性质解答.

8. C

【分析】如图,过 E 作 $EH \perp AC$ 于 H, 利用正方形的性质, 以及平行线分线段成比例, 得到 HE 是三角形的中位线, 证明 $\triangle BOP \sim \triangle EHP$, 利用相似比, 求出 PH, 进而求出 OH, 利用等腰直角三角形的性质, 求出 CE, 利用 $AB = CD = 2CE$, 即可得解.

【详解】解: 如图, 过 E 作 $EH \perp AC$ 于 H,



∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $AC \perp BD$, $\angle ACD = \angle ACB = \angle DBC = 45^\circ$, $AB = BC = CD = AD$,

∴ $EH \parallel BD$,

$$\therefore \frac{CE}{ED} = \frac{CH}{HO}$$

∵ E 是 CD 中点,

∴ $OH = CH$,

∴ H 是 OC 的中点,

$$\therefore HE = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{2}OC,$$

设 $CH = EH = OH = x$,

$$\therefore CE = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore CD = 2CE = 2\sqrt{2}x,$$

∵ $EH \parallel BD$,

$$\therefore \triangle BOP \sim \triangle EHP,$$

$$\therefore OP : PH = OB : EH = 2 : 1,$$

$$\therefore \sqrt{5} : PH = 2 : 1,$$

$$\therefore PH = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore CH = OH = OP + PH = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{2}x = 2\sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{10}.$$

故选 C.

【点睛】 本题考查正方形的性质, 相似三角形的判定和性质, 三角形的中位线定理. 熟练掌握正方形的性质, 通过添加辅助线, 证明三角形相似是解题的关键.

9. C

【分析】 根据三角形相似的判定方法逐一进行判断.

【详解】 解: 当 $\angle ACP = \angle B$ 时,

$\because \angle A = \angle A,$

$\therefore \triangle ACP \sim \triangle ABC,$ 故 A 不符合题意;

当 $\angle APC = \angle ACB$ 时,

$\because \angle A = \angle A,$

$\therefore \triangle ACP \sim \triangle ABC,$ 故 B 不符合题意;

当 $AC^2 = AP \cdot AB$ 时, 即 $\frac{AC}{AP} = \frac{AB}{AC},$

且 $\angle A = \angle A,$

$\therefore \triangle ACP \sim \triangle ABC,$ 故 D 不符合题意;

当 $\frac{AP}{AB} = \frac{PC}{BC}$ 时, 而 $\angle A = \angle A,$

所以不能判定 $\triangle APC$ 和 $\triangle ACB$ 相似, 故 C 符合题意.

故选: C.

【点睛】 本题主要考查了相似三角形的判定: 有两组角相等的两个三角形相似; 两边成比例且夹角相等的两个三角形相似, 熟记判定定理是解题的关键.

10. C

【分析】 由二次函数的图象开口向上, 轴对称在 y 轴的左侧, 图象与 y 轴交于负半轴, 可判断①, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象过点 $(-1, -2)$, 结合图象可得: $(0, -2)$ 在抛物线上, 再求解抛物线的对称轴可判断②, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为:

$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$, 可判断③, 先利用 $x = 1, x = -1$ 时的函数值求解 a, b 的取值范围, 从而可判断

④, 从而可得答案.

【详解】 解: 由二次函数的图象开口向上, 轴对称在 y 轴的左侧, 图象与 y 轴交于负半轴,
 $\begin{cases} a > 0, b > 0, c < 0, \\ abc < 0, \end{cases}$ 故①符合题意;

$\therefore abc < 0,$ 故①符合题意;

\because 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象过点 $(-1, -2)$, 结合图象可得:

$(0, -2)$ 在抛物线上,

\therefore 抛物线的对称轴为: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}, c = -2,$

$\begin{cases} b = a, \end{cases}$

$$\because a > 0, b > 0,$$

\ $2a > b > 0$, 故②符合题意;

\ \because 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为: $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$, 结合图象可得:

$$\frac{4ac - b^2}{4a} < -2, \text{ 而 } a > 0,$$

$$\backslash 4ac - b^2 < -8a,$$

\ $4ac < b^2 - 8a$, 故③不符合题意;

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } y = -2,$$

$$\backslash a - b + c = -2,$$

$$\backslash a + c = b - 2,$$

又由图象可得: $x = 1$ 时, $y = a + b + c > 0$,

$$\backslash a + c > -b,$$

$$\backslash b - 2 > -b, \text{ 解得: } b > 1,$$

$$\text{Q } a = b, c = -2,$$

\ $a + c > 1 + (-2) = -1$, 故④符合题意;

综上: 符合题意的有: ①②④

故选 C

【点睛】 本题考查的是二次函数的图象与性质, 掌握“利用二次函数的图象与性质判断代数式的符号”是解本题的关键.

11. 0 或 -4

【分析】 根据因式分解法求解即可.

【详解】 解: $x^2 + 4x = 0$ 即 $x(x + 4) = 0$

解得 $x_1 = 0, x_2 = -4$

所以方程 $x^2 + 4x = 0$ 的解是 0 或 -4.

故答案为: 0 或 -4.

【点睛】 本题考查了解一元二次方程组, 根据方程的特点选择合适的解法是解题的关键.

12. (2,4)

【分析】 根据位似图形的性质, 点 A 的对应点 A1 的坐标是点 A 的横纵坐标的 2 倍, 直接写

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/896152133233010030>