2024 届内蒙古第一机械制造有限公司一中 3 月高三第一次在线大联考（江苏卷）

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知复数 $z=\dfrac{(2+ai)i}{1-i}$ 是纯虚数，其中 a 是实数，则 z 等于（　）

A．$2i$　　B．$-2i$　　C．i　　D．$-i$

2．若集合 $A=\{x\in N\mid x=\sqrt{2020}\}$，$a=2\sqrt{2}$，则下列结论正确的是（　　）

A．$\{a\}\subseteq A$　　B．$a\subseteq A$　　C．$\{a\}\in A$　　D．$a\notin A$

3．$\dfrac{2-3i}{1+i}=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2}-\dfrac{5}{2}i$　　B．$-\dfrac{1}{2}-\dfrac{5}{2}i$　　C．$\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2}i$　　D．$-\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2}i$

4．设 $a=\ln 3$，则 $b=\lg 3$，则（　　）

A．$a+b>a-b>ab$　B．$a+b>ab>a-b$　C．$a-b>a+b>ab$　D．$a-b>ab>a+b$

5．中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：“三百七十八里关，初行健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关，要见次日行里数，请公仔细算相还.”意思为有一个人要走 378 里路，第一天健步行走，从第二天起脚痛，每天走的路程为前一天的一半，走了六天恰好到达目的地，请问第二天比第四天多走了（　　）

A．96 里　　B．72 里　　C．48 里　　D．24 里

6．已知实数集 R，集合 $A=\{x\mid 1<x<3\}$，集合 $B=\left\{x\mid y=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}\right\}$，则 $A\cap\left(C_RB\right)=$（　　）

A．$\{x\mid 1<x\le 2\}$　　B．$\{x\mid 1<x<3\}$　　C．$\{x\mid 2\le x<3\}$　　D．$\{x\mid 1<x<2\}$

7．已知将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$）的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都关于 $x=\dfrac{\pi}{4}$ 对称，则 ω 的值为（　　）

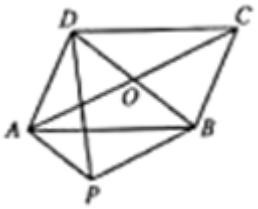
A．2　　B．3　　C．4　　D．$\dfrac{3}{2}$

8．“$b=2$”是“函数 $f\left(x\right)=\left(2b^2-3b-1\right)x^{\alpha}$（$\alpha$ 为常数）为幂函数”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

9.如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，O 为对角线的交点，点 P 为平行四边形外一点，且 $AP=OB$，$BP=OA$，则 $\overrightarrow{DP}=$（　　）



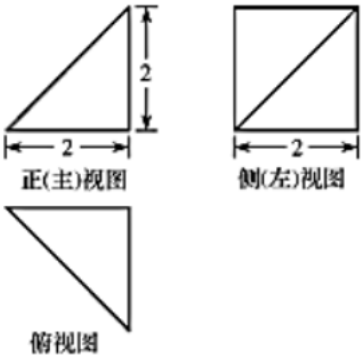
A．$\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DC}$　　B．$\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$

C．$2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$　　D．$\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$

10．在 ΔABC 中，D 在边 AC 上满足 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，$E$ 为 BD 的中点，则 $\overrightarrow{CE}=$（　　）．

A．$\frac{7}{8}\overrightarrow{BA}-\frac{3}{8}\overrightarrow{BC}$　　B．$\frac{3}{8}\overrightarrow{BA}-\frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$　　C．$\frac{3}{8}\overrightarrow{BA}+\frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$　　D．$\frac{7}{8}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{8}\overrightarrow{BC}$

11．某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的表面积为（　　）



A．8　　B．$\frac{8}{3}$　　C．$8+2\sqrt{2}$　　D．$8+4\sqrt{2}$

12．若 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，且 $f(x+2)=-f(x)$，则

A．$f(x)$ 的值域为 R　　B．$f(x)$ 为周期函数，且 6 为其一个周期

C．$f(x)$ 的图像关于 $x=2$ 对称　　D．函数 $f(x)$ 的零点有无穷多个

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．一个四面体的顶点在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中的坐标分别是 $A(0,0,\sqrt{5})$，$B(\sqrt{3},0,0)$，$C(0,1,0)$，$D(\sqrt{3},1,\sqrt{5})$，则该四面体的外接球的体积为_____.

14．已知抛物线 $C:y^2=16x$ 的对称轴与准线的交点为 M，直线 $l:y=kx-4k$ 与 C 交于 A，B 两点，若

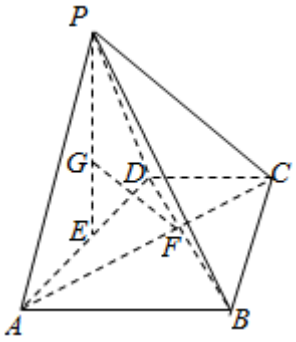
$|AM|=4|BM|$，则实数 $k=$_____.

15. $\left(2x-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^8$ 展开式的第 5 项的系数为_____.

16. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3a_4a_5=64, a_5=8$，则 $a_2=$_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

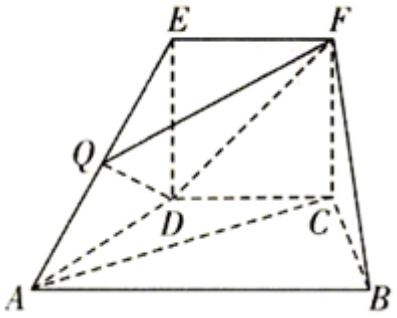
17.（12 分）如图,四棱锥 $P-ABCD$ 中,平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$,底面 $ABCD$ 为梯形. $AB//CD.AD=2DC=2\sqrt{3}$，且 $\triangle PAD$ 与 $\triangle ABD$ 均为正三角形. E 为 AD 的中点, G 为 $\triangle PAD$ 重心, AC 与 BD 相交于点 F .



(1)求证: $GF//$ 平面 PDC ；

(2)求三棱锥 $G-PCD$ 的体积.

18.（12 分）在如图所示的几何体中，面 *CDEF* 为正方形，平面 *ABCD* 为等腰梯形，*AB*//*CD*，*AB* =2*BC*，点 *Q* 为 *AE* 的中点.



（1）求证：*AC*//平面 *DQF*；

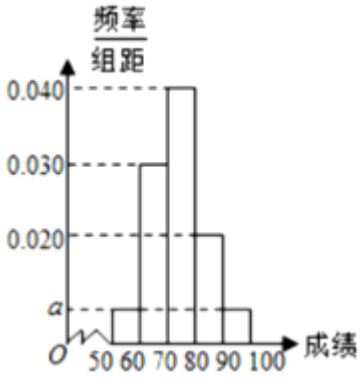
（2）若∠*ABC*=60°，*AC*⊥*FB*，求 *BC* 与平面 *DQF* 所成角的正弦值.

19.（12 分）已知 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列，a_2，a_4 是方程 $x^2-5x+6=0$ 的根.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 的前 n 项和.

20.（12 分）某职称晋级评定机构对参加某次专业技术考试的 100 人的成绩进行了统计，绘制了频率分布直方图（如图所示），规定 80 分及以上者晋级成功，否则晋级失败.



	晋级成功	晋级失败	合计
男	16		
女			50
合计			

（1）求图中 a 的值；

（2）根据已知条件完成下面 2×2 列联表，并判断能否有 85% 的把握认为“晋级成功”与性别有关？

（3）将频率视为概率，从本次考试的所有人员中，随机抽取 4 人进行约谈，记这 4 人中晋级失败的人数为 X，求 X 的分布列与数学期望 $E(X)$.

（参考公式：$k^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$）

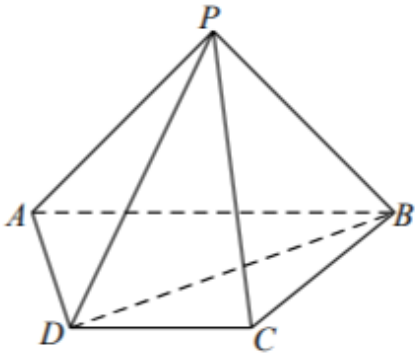
$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025
k_0	0.780	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024

21.（12 分）已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，点 $A\left(a,3\right)$，点 P 为抛物线 C 上的动点.

（1）若 $\left|PA\right|+\left|PF\right|$ 的最小值为 5，求实数 a 的值；

（2）设线段 OP 的中点为 M，其中 O 为坐标原点，若 $\angle MOA=\angle MAO=\angle AOF$，求 ΔOPA 的面积.

22.（10 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 PAB 为等腰直角三角形，$BC\perp$ 平面 $PAB,\ PA=PB,AB=BC=2,AD=BD=\sqrt{5}$.



（1）求证：$PA\perp$平面PBC；

（2）求直线PC与平面PAD所成的角的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

对复数z进行化简，由于z为纯虚数，则化简后的复数形式中，实部为0，得到a的值，从而得到复数z.

【详解】

$$z=\frac{(2+ai)i}{1-i}=\frac{-a+2i}{1+i}=\frac{(-a+2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{2-a}{2}+\frac{a+2}{2}i$$

因为z为纯虚数，所以$\frac{2-a}{2}=0$，得$a=2$

所以$z=2i$.

故选A项

【点睛】

本题考查复数的四则运算，纯虚数的概念，属于简单题.

2、D

【解析】

由题意$A=\{x\in N\mid x=\sqrt{2020}\}=\varnothing$，分析即得解

【详解】

由题意 $A=\{x\in N\mid x=\sqrt{2020}\}=\varnothing$，故 $a\notin A$，$A\subseteq\{a\}$

故选：D

【点睛】

本题考查了元素和集合，集合和集合之间的关系，考查了学生概念理解，数学运算能力，属于基础题.

3、B

【解析】

利用复数代数形式的乘除运算化简得答案.

【详解】

$$z=\frac{2-3i}{1+i}=\frac{(2-3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{-1-5i}{2}=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i.$$

故选 B.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，考查了复数的基本概念，是基础题.

4、A

【解析】

根据换底公式可得 $b=\frac{\ln 3}{\ln 10}$，再化简 $a+b,a-b,ab$，比较 $\ln 3,\ln 10-1,\ln 10+1$ 的大小，即得答案.

【详解】

$\because b=\lg 3=\log_{10}3=\frac{\ln 3}{\ln 10}$，

$$\therefore a+b=\ln 3+\frac{\ln 3}{\ln 10}=\frac{\ln 3(\ln 10+1)}{\ln 10},a-b=\ln 3-\frac{\ln 3}{\ln 10}=\frac{\ln 3(\ln 10-1)}{\ln 10},$$

$$ab=\frac{\ln 3\times\ln 3}{\ln 10}.$$

$\because \ln 3>0,\ln 10>0$，显然 $a+b>a-b$.

$\because 3e<10,\therefore \ln(3e)<\ln 10$，即 $\ln 3+1<\ln 10,\therefore \ln 3<\ln 10-1$，

$$\therefore \frac{\ln 3\times\ln 3}{\ln 10}<\frac{\ln 3(\ln 10-1)}{\ln 10}$$，即 $ab<a-b$.

综上，$a+b>a-b>ab$.

故选：A.

【点睛】

本题考查换底公式和对数的运算，属于中档题.

5、B

【解析】

人每天走的路程构成公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，设此人第一天走的路程为a_1，计算$a_1=192$，代入得到答案.

【详解】

由题意可知此人每天走的路程构成公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，设此人第一天走的路程为a_1，

则$\frac{a_1\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right]}{1-\frac{1}{2}}=378$，解得$a_1=192$，从而可得$a_2=192\times\frac{1}{2}=96, a_4=192\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=24$，故

$a_2-a_4=96-24=72$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了等比数列的应用，意在考查学生的计算能力和应用能力.

6、A

【解析】

$\sqrt{x-2}>0$可得集合B,求出补集C_RB,再求出$\mathrm{A}\cap\left(\mathrm{C_R B}\right)$即可.

【详解】

由$\sqrt{x-2}>0$,得$x>2$,即$B=(2,+\infty)$,

所以$C_RB=(-\infty,2]$,

所以$A\cap\left(C_RB\right)=(1,2]$.

故选:A

【点睛】

本题考查了集合的补集和交集的混合运算,属于基础题.

7、B

【解析】

因为将函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象，

可得$g(x)=\sin\left[\omega\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\varphi\right]=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi\right)$，结合已知，即可求得答案.

【详解】

Q将函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象

$\therefore g(x)=\sin\left[\omega\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\varphi\right]=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi\right)$，

又Q $f(x)$和$g(x)$的图象都关于$x=\frac{\pi}{4}$对称，

$\therefore$由$\begin{cases}\frac{\pi}{4}\omega+\varphi=k_1\pi+\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases}\left(k_1,k_2\in\mathbf{Z}\right)$，

得$\frac{\pi}{3}\omega=\left(k_1-k_2\right)\pi$，$\left(k_1,k_2\in\mathbf{Z}\right)$，

即$\omega=3\left(k_1-k_2\right)\left(k_1,k_2\in\mathbf{Z}\right)$，

又Q $0<\omega<6$，

$\therefore\omega=3$.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了三角函数图象平移和根据图象对称求参数，解题关键是掌握三角函数图象平移的解法和正弦函数图象的特征，考查了分析能力和计算能力，属于基础题.

8、A

【解析】

根据幂函数定义，求得b的值，结合充分条件与必要条件的概念即可判断.

【详解】

∵当函数$f\left(x\right)=\left(2b^2-3b-1\right)x^a$为幂函数时，$2b^2-3b-1=1$，

解得$b=2$或$-\frac{1}{2}$，

∴“$b=2$”是“函数$f\left(x\right)=\left(2b^2-3b-1\right)x^a$为幂函数”的充分不必要条件.

故选：A.

【点睛】

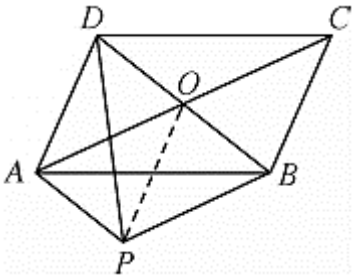
本题考查了充分必要条件的概念和判断，幂函数定义的应用，属于基础题.

9、D

【解析】

连接OP，根据题目，证明出四边形$APOD$为平行四边形，然后，利用向量的线性运算即可求出答案

【详解】



连接OP，由AP∥OB，BP∥OA知，四边形$APBO$为平行四边形，可得四边形$APOD$为平行四边形，所以

$\overrightarrow{DP}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.

【点睛】

本题考查向量的线性运算问题，属于基础题

10、B

【解析】

由$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，可得$\overrightarrow{CD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{CA})$，再将$\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}$代入即可.

【详解】

因为$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，所以$\overrightarrow{CD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$，故$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{CA})=$

$\frac{1}{2}(-\overrightarrow{BC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}-\frac{3}{4}\overrightarrow{BC})=\frac{3}{8}\overrightarrow{BA}-\frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查平面向量的线性运算性质以及平面向量基本定理的应用，是一道基础题.

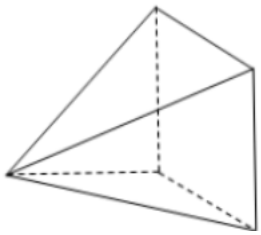
11、D

【解析】

根据三视图还原几何体为四棱锥，即可求出几何体的表面积.

【详解】

由三视图知几何体是四棱锥，如图，



且四棱锥的一条侧棱与底面垂直，四棱锥的底面是正方形,边长为 2,棱锥的高为 2，

所以 $S=2\times2+2\times\frac{1}{2}\times2\times2+2\times\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=8+4\sqrt{2}$，

故选：D

【点睛】

本题主要考查了由三视图还原几何体，棱锥表面积的计算，考查了学生的运算能力，属于中档题.

12、D

【解析】

运用函数的奇偶性定义，周期性定义，根据表达式判断即可.

【详解】

$f\left(x\right)$是定义域为 R 的奇函数，则 $f(-x)=-f(x)$，$f(0)=0$，

又 $f(x+2)=-f(x)$，$f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$，

即 $f\left(x\right)$是以 4 为周期的函数，$f(4k)=f(0)=0(k\in Z)$，

所以函数 $f\left(x\right)$的零点有无穷多个；

因为 $f(x+2)=-f(x)$，$f[(x+1)+1]=f(-x)$，令 $t=1+x$，则 $f(t+1)=f(1-t)$，

即 $f(x+1)=f(1-x)$，所以 $f\left(x\right)$的图象关于 $x=1$ 对称，

由题意无法求出 $f\left(x\right)$的值域，

所以本题答案为 D.

【点睛】

本题综合考查了函数的性质，主要是抽象函数的性质，运用数学式子判断得出结论是关键.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$\frac{9\pi}{2}$

【解析】

将四面体补充为长宽高分别为 $\sqrt{3},1,\sqrt{5}$ 的长方体，体对角线即为外接球的直径，从而得解.

【详解】

采用补体法，由空间点坐标可知，该四面体的四个顶点在一个长方体上，该长方体的长宽高分别为 $\sqrt{3},1,\sqrt{5}$，长方体的外接球即为该四面体的外接球，外接球的直径即为长方体的体对角线 $\sqrt{3+1+5}=3$，所以球半径为 $\frac{3}{2}$，体积为

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/897014003155006141