

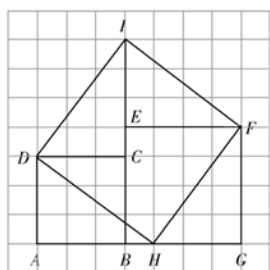
四川省泸县第二中学 2025 年高三下学期联考（五）数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 刘徽是我国魏晋时期伟大的数学家，他在《九章算术》中对勾股定理的证明如图所示。“勾自乘为朱方，股自乘为青方，令出入相补，各从其类，因就其余不移动也。合成弦方之幂，开方除之，即弦也”。已知图中网格纸上小正方形的边长为 1，其中“正方形 $ABCD$ 为朱方，正方形 $BEFG$ 为青方”，则在五边形 $AGFID$ 内随机取一个点，此点取自朱方的概率为（ ）

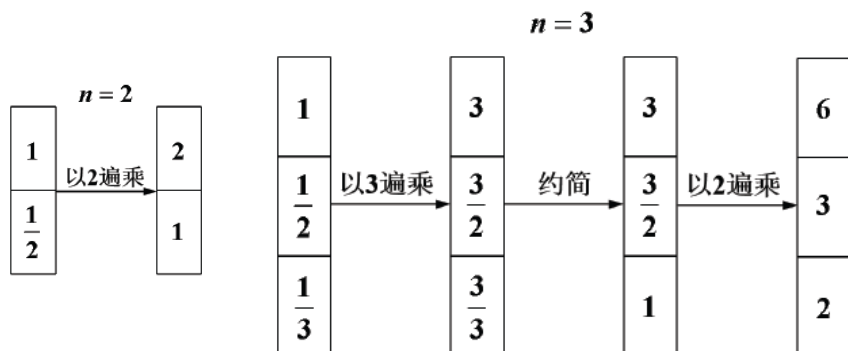


- A. $\frac{16}{37}$ B. $\frac{9}{49}$ C. $\frac{9}{37}$ D. $\frac{3}{11}$

2. 在边长为 1 的等边三角形 ABC 中，点 E 是 AC 中点，点 F 是 BE 中点，则 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AB} =$ （ ）

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{3}{8}$

3. 《九章算术》“少广”算法中有这样一个数的序列：列出“全步”（整数部分）及诸分子分母，以最下面的分母遍乘各分子和“全步”，各自以分母去约其分子，将所得能通分之分数进行通分约简，又用最下面的分母去遍乘诸（未通者）分子和以通之数，逐个照此同样方法，直至全部为整数，例如： $n = 2$ 及 $n = 3$ 时，如图：



记 S_n 为每个序列中最后一列数之和，则 S_6 为（ ）

A. 147

B. 294

C. 882

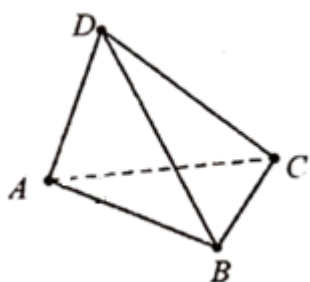
D. 1764

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x, & x \geq 2 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1, & x < 2 \end{cases}$, 满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围

围为 ()

A. $(1, +\infty)$ B. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right]$ C. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right)$ D. $\left(\frac{13}{8}, +\infty\right)$

5. 如图, 已知三棱锥 $D-ABC$ 中, 平面 $DAB \perp$ 平面 ABC , 记二面角 $D-AC-B$ 的平面角为 α , 直线 DA 与平面 ABC 所成角为 β , 直线 AB 与平面 ADC 所成角为 γ , 则 ()

A. $\alpha \geq \beta \geq \gamma$ B. $\beta \geq \alpha \geq \gamma$ C. $\alpha \geq \gamma \geq \beta$ D. $\gamma \geq \alpha \geq \beta$

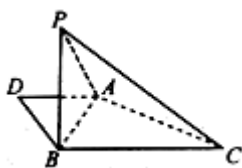
6. 已知 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f\left[f\left(\log_2 \frac{1}{3}\right)\right] =$ ()

A. 2

B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$

D. 3

7. 如图, 平面四边形 $ACBD$ 中, $AB \perp BC$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 2$, $\triangle ABD$ 为等边三角形, 现将 $\triangle ABD$ 沿 AB 翻折, 使点 D 移动至点 P , 且 $PB \perp BC$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为 ()

A. 8π B. 6π C. 4π D. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$

8. 泰山有“五岳之首”“天下第一山”之称, 登泰山的路线有四条: 红门盘道徒步线路, 桃花峪登山线路, 天外村汽车登山线路, 天烛峰登山线路. 甲、乙、丙三人在聊起自己登泰山的线路时, 发现三人走的线路均不同, 且均没有走天外村汽车登山线路, 三人向其他旅友进行如下陈述:

甲: 我走红门盘道徒步线路, 乙走桃花峪登山线路;

乙：甲走桃花峪登山线路，丙走红门盘道徒步线路；
 丙：甲走天烛峰登山线路，乙走红门盘道徒步线路；

事实上，甲、乙、丙三人的陈述都只对一半，根据以上信息，可判断下面说法正确的是（ ）

- A. 甲走桃花峪登山线路
- B. 乙走红门盘道徒步线路
- C. 丙走桃花峪登山线路
- D. 甲走天烛峰登山线路

9. 已知底面为正方形的四棱锥，其一条侧棱垂直于底面，那么该四棱锥的三视图可能是下列各图中的（ ）

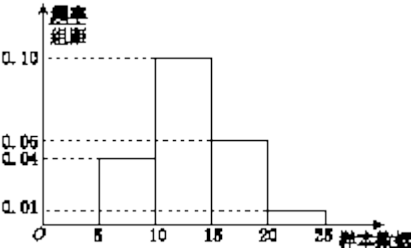
A.

B.

C.

D.

10. 某个小区住户共 200 户，为调查小区居民的 7 月份用水量，用分层抽样的方法抽取了 50 户进行调查，得到本月的用水量(单位：m³)的频率分布直方图如图所示，则小区内用水量超过 15 m³ 的住户的户数为()



- A. 10
- B. 50
- C. 60
- D. 140

11. 已知函数 $f(x)$ 是 R 上的偶函数，且当 $x \in [0, +\infty)$ 时，函数 $f(x)$ 是单调递减函数，则 $f(\log_2 5)$ ， $f\left(\log_3 \frac{1}{5}\right)$ ，

$f(\log_5 3)$ 的大小关系是（ ）

- A. $f\left(\log_3 \frac{1}{5}\right) < f(\log_5 3) < f(\log_2 5)$

B. $f\left(\log_3 \frac{1}{5}\right) < f(\log_2 5) < f(\log_5 3)$
- C. $f(\log_5 3) < f\left(\log_3 \frac{1}{5}\right) < f(\log_2 5)$

D. $f(\log_2 5) < f\left(\log_3 \frac{1}{5}\right) < f(\log_5 3)$

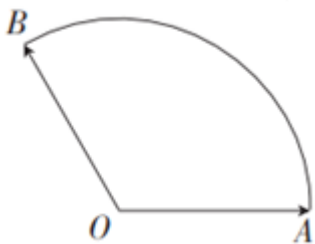
12. 设 $a = 0.82^{0.5}$, $b = \sin 1$, $c = \lg 3$, 则 a , b , c 三数的大小关系是

- A.** $a < c < b$
- B.** $a < b < c$
- C.** $c < b < a$
- D.** $b < c < a$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 若 $\vec{a} = (a_2, 2)$, $\vec{b} = (a_3, 3)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\frac{a_2 + a_4}{a_3 + a_5} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如图, 已知扇形 AOB 的半径为 1, 面积为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$.



15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, $a_1=1$, 且 $a_2+a_6=a_8$, 若 $p-q=10$, 则 $a_p-a_q=$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = A \cos^2(\omega x + \varphi) + 1$ $\left(A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}\right)$ 的最大值为 3, $f(x)$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 2)$, 其相邻两条对称轴间的距离为 2, 则 $f(1) + f(2) + \cdots + f(2015) =$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知 $a > 0, b > 0$, 函数 $f(x) = |x+a| + |2x-b|$ 的最小值为 1.

- (1) 证明: $2a+b=2$.
- (2) 若 $a+2b \geq tab$ 恒成立, 求实数 t 的最大值.

18. (12 分) 班主任为了对本班学生的考试成绩进行分析, 决定从本班 24 名女同学, 18 名男同学中随机抽取一个容量为 7 的样本进行分析.

- (1) 如果按照性别比例分层抽样，可以得到多少个不同的样本？（写出算式即可，不必计算出结果）
- (2) 如果随机抽取的 7 名同学的数学、物理成绩（单位：分）对应如下表：

学生序号 i	1	2	3	4	5	6	7
数学成绩 x_i	60	65	70	75	85	87	90
物理成绩 y_i	70	77	80	85	90	86	93

①若规定 85 分以上（包括 85 分）为优秀，从这 7 名同学中抽取 3 名同学，记 3 名同学中数学和物理成绩均为优秀的人数为 ξ ，求 ξ 的分布列和数学期望；

②根据上表数据，求物理成绩 y 关于数学成绩 x 的线性回归方程（系数精确到 0.01）；若班上某位同学的数学成绩为 96 分，预测该同学的物理成绩为多少分？

附：线性回归方程 $\hat{y}=bx+a$ ，

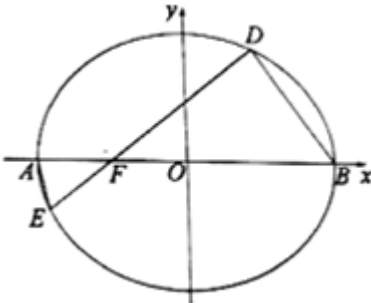
$$\text{其中 } b=\frac{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})^2}, \quad a=\bar{y}-b\bar{x}.$$

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$
76	83	812	526

19.（12 分）已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 和 F_2 ，右顶点为 A ，且 $|AF_1|=3$ ，短轴长为 $2\sqrt{3}$.

- (1) 求椭圆 E 的方程；
- (2) 若过点 A 作垂直 x 轴的直线 l ，点 T 为直线 l 上纵坐标不为零的任意一点，过 F_2 作 TF_2 的垂线交椭圆 E 于点 P 和 Q ，当 $\frac{|TF_2|}{|PQ|}=\frac{7\sqrt{2}}{24}$ 时，求此时四边形 TPF_1Q 的面积.

20.（12 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$. 且经过点 $(1, \frac{3}{2})$ ， A, B 分别为椭圆 C 的左、右顶点，过左焦点 F 的直线 l 交椭圆 C 于 D, E 两点（其中 D 在 x 轴上方）.



- (1) 求椭圆 C 的标准方程；
- (2) 若 $\triangle AEF$ 与 $\triangle BDF$ 的面积之比为 1: 7，求直线 l 的方程.

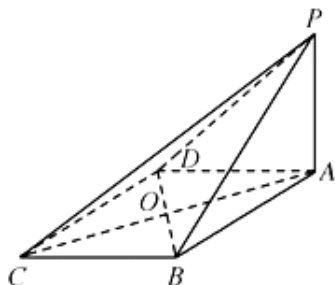
21.（12 分）已知椭圆 C 的中心在坐标原点 O ，其短半轴长为 1，一个焦点坐标为 $(1,0)$ ，点 A 在椭圆 C 上，点 B

在直线 $y = \sqrt{2}$ 上, 且 $OA \perp OB$.

(1) 证明: 直线 AB 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切;

(2) 设 AB 与椭圆 C 的另一个交点为 D , 当 $\triangle AOB$ 的面积最小时, 求 OD 的长.

22. (10 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $\angle BAD = 60^\circ$ $AB = 4$.



(1) 求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;

(2) 若直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 30° , 求平面 PAB 与平面 PCD 所成锐二面角的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. C

【解析】

首先明确这是一个几何概型面积类型，然后求得总事件的面积和所研究事件的面积，代入概率公式求解.

【详解】

因为正方形 $ABCD$ 为朱方，其面积为 9，

五边形 $AGFID$ 的面积为 $S_{ABCD} + S_{BGFE} + S_{\triangle DCI} + S_{\triangle IEF} = 37$ ，

所以此点取自朱方的概率为 $\frac{9}{37}$.

故选：C

本题主要考查了几何概型的概率求法，还考查了数形结合的思想和运算求解的能力，属于基础题.

2. C

【解析】

根据平面向量基本定理，用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 来表示 $\overrightarrow{AF}$ ，然后利用数量积公式，简单计算，可得结果.

【详解】

由题可知：点 E 是 AC 中点，点 F 是 BE 中点

$$\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}), \quad \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{又 } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos \angle A = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AB} = \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} \right) \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\text{则 } \overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{5}{8}$$

故选：C

本题考查平面向量基本定理以及数量积公式，掌握公式，细心观察，属基础题.

3. A

【解析】

根据题目所给的步骤进行计算，由此求得 S_6 的值.

【详解】

依题意列表如下：

	上列乘6	上列乘5	上列乘2
1	6	30	60
$\frac{1}{2}$	3	15	30
$\frac{1}{3}$	2	10	20
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{15}{2}$	15
$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{5}$	6	12
$\frac{1}{6}$	1	5	10

所以 $S_6 = 60 + 30 + 20 + 15 + 12 + 10 = 147$.

故选：A

本小题主要考查合情推理，考查中国古代数学文化，属于基础题.

4. B

【解析】

由题意可知函数 $y = f(x)$ 为 R 上为减函数，可知函数 $y = (a-2)x$ 为减函数，且 $2(a-2) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$ ，由此可解得实数 a 的取值范围.

【详解】

由题意知函数 $y = f(x)$ 是 R 上的减函数，于是有
$$\begin{cases} a-2 < 0 \\ 2(a-2) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 \end{cases}, \text{ 解得 } a \leq \frac{13}{8},$$

因此，实数 a 的取值范围是 $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right]$.

故选：B.

本题考查利用分段函数的单调性求参数，一般要分析每支函数的单调性，同时还要考虑分段点处函数值的大小关系，考查运算求解能力，属于中等题.

5. A

【解析】

作 $DD' \perp AB$ 于 D' , $DE \perp AC$ 于 E , 分析可得 $\alpha = \angle DED'$, $\beta = \angle DAD'$, 再根据正弦的大小关系判断分析得 $\alpha \geq \beta$, 再根据线面角的最小性判定 $\beta \geq \gamma$ 即可.

【详解】

作 $DD' \perp AB$ 于 D' , $DE \perp AC$ 于 E .

因为平面 $DAB \perp$ 平面 ABC , $DD' \perp$ 平面 ABC . 故 $AC \perp DE$, $AC \perp DD'$,

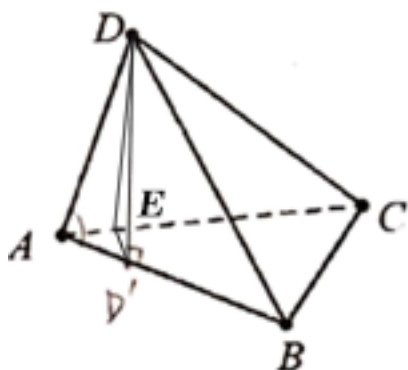
故 $AC \perp$ 平面 DED' . 故二面角 $D-AC-B$ 为 $\alpha = \angle DED'$.

又直线 DA 与平面 ABC 所成角为 $\beta = \angle DAD'$, 因为 $DA \geq DE$,

故 $\sin \angle DED' = \frac{DD'}{DE} \geq \frac{DD'}{DA} = \sin \angle DAD'$. 故 $\alpha \geq \beta$, 当且仅当 A, E 重合时取等号.

又直线 AB 与平面 ADC 所成角为 γ , 且 $\beta = \angle DAD'$ 为直线 AB 与平面 ADC 内的直线 AD 所成角, 故 $\beta \geq \gamma$, 当且仅当 $BD \perp$ 平面 ADC 时取等号.

故 $\alpha \geq \beta \geq \gamma$.



故选: A

本题主要考查了线面角与线线角的大小判断, 需要根据题意确定角度的正弦的关系, 同时运用线面角的最小性进行判定. 属于中档题.

6. A

【解析】

利用分段函数的性质逐步求解即可得答案.

【详解】

$$\because \log_2 \frac{1}{3} < 0, \therefore f(\log_2 \frac{1}{3}) = -\log_2 \frac{1}{3} = \log_2 3 > 0;$$

$$\therefore f[f(\log_2 \frac{1}{3})] = f(\log_2 3) = 3 - 1 = 2;$$

故选: A.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/897135064122006156>