山西省晋中市昔阳县中学校2024-2025学年高三上学期第六次模拟考试（12月）检测数学试卷

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、未知

1．若复数$z=\frac{\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则$|z|=$（　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

二、单选题

2．已知集合$A=\{x|-2<x<5\},B=\{x|2a-1<x<2a+6\}$，若$A\cap B=\{x|3<x<5\}$，则$a=$（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

三、未知

3．在$\triangle ABC$中，D是AB边上的中点，则$\overrightarrow{CB}=$（　）

A．$2\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CA}$　　B．$\overrightarrow{CD}-2\overrightarrow{CA}$　　C．$2\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}$　　D．$\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{CA}$

4．设$\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，则$\cos 2\alpha=$（　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

四、单选题

5．下列说法正确的是（　）

A．若函数$f(x)$为奇函数，则$f(0)=0$

B．函数$f(x)=\frac{1}{x-1}$在$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$上是减函数

C．若函数$y=f(2x+1)$的定义域为$[2,3]$，则函数$f(x)$的定义域为$\left[\frac{1}{2},1\right]$

D．若函数$f(x)$为偶函数，且在$(0,+\infty)$上是单调递增，则$f(x)$在$(-\infty,0)$上是单调递减

6．已知三棱锥$P-ABC$的四个顶点都在球O的球面上，$PA=PB=PC=4$，

$AB=BC=2, AC=2\sqrt{3}$，则球O的表面积为（　）

A．$\frac{64\pi}{3}$　　B．$\frac{40\pi}{3}$　　C．$\frac{27\pi}{4}$　　D．$\frac{21\pi}{2}$

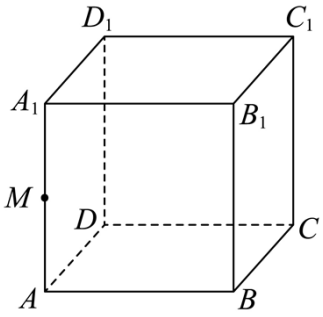
7．已知直线$l:kx-y+1-k=0$和圆$\odot O:x^2+y^2=r^2(r>0)$，则“$r=\sqrt{2}$”是“存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切”的（　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

五、未知

8．木桶效应，也可称为短板效应，是说一只水桶能装多少水取决于它最短的那块木板.如果一只桶的木板中有一块不齐或者某块木板有破洞，这只桶就无法盛满水，此时我们可以倾斜木桶，设法让桶装水更多.如图，棱长为2的正方体容器，在顶点C_1和棱AA_1的中点M处各有一个小洞（小洞面积忽略不计），为了保持平衡，以BD为轴转动正方体，则用此容器装水，最多能装水的体积V＝（　）



A．4　　B．$\frac{16}{3}$　　C．6　　D．$\frac{20}{3}$

六、多选题

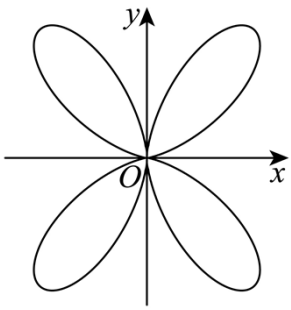
9．已知等差数列$\{a_n\}$和等比数列$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n.和T_n，且$\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n+1}{2}$，则下列正确的是（　）

A．$\frac{a_4}{b_4}=\frac{15}{2}$　　B．$\frac{a_4}{b_4}=\frac{9}{2}$

C．$\frac{a_5}{b_6}=\frac{19}{2}$　　D．$\frac{a_5}{b_6}=\frac{25}{2}$

10．数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，例如：四叶草曲线就是其中一种，其方程为

$(x^2+y^2)^3=x^2y^2$，则下列说法正确的是（　）



A．四叶草曲线有四条对称轴

B．设P为四叶草曲线上一点，且在第一象限内，过P作两坐标轴的垂线，则两垂线与两坐标轴围成的矩形面积的最大值为$\frac{1}{8}$

C．四叶草曲线上的点到原点的最大距离为$\frac{1}{4}$

D．四叶草曲线的面积小于$\frac{\pi}{4}$

七、未知

11．已知$f(x)=x+a\cos x(a\neq 0)$，则下列说法中正确的是（　）

A．$f(x)$在R上可能单调递减

B．若$f(x)$在R上单调递增，则$a\in[-1,0)\cup(0,1]$

C．$\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$是$f(x)$的一个对称中心

D．$f(x)$所有的对称中心在同一条直线上

八、填空题

12．已知向量$\vec{a}=(1,3)$，$\vec{b}=(3,4)$，若$(\vec{a}-\lambda\vec{b})\perp\vec{b}$，则$\lambda=$____.

13．若动直线$l_1:mx-y-m+3=0$，圆$C:(x-2)^2+(y-4)^2=3$，则直线l_1与圆C相交的最短弦长为_____.

14．在等差数列$\{a_n\}$中，数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$S_7=28$，$a_1+a_4=5$，若$4a_n+a_m=a_{17}$$(m,n\in\mathrm{N}^*)$，则$n^2+m^2$的最小值为_____.

九、解答题

15．已知圆 C 经过点 $A(3,1)$，$B(-1,3)$ 且圆心 C 在直线 $3x-y-2=0$ 上.

(1)求圆 C 方程；

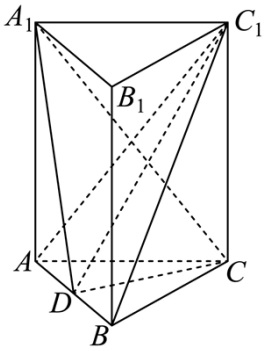
(2)若 E 点为圆 C 上任意一点，且点 $F(4,0)$，求线段 EF 的中点 M 的轨迹方程.

16．记$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，点 D 在边 AC 上，且满足 $DB:DA:DC=2:3:4$，$\triangle ABC$ 的面积 $S=\dfrac{BD\cdot b\cdot \sin B}{2}$

(1)证明：$2b^2=7ac$

(2)求 $\cos\angle ABC$.

17. 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 ABC，$\triangle ABC$ 是等边三角形，且 D 为棱 AB 的中点.



(1)证明：$AB\perp$ 平面 CC_1D .

(2)若 $2AA_1=3AB$，求平面 A_1CD 与平面 ABC_1 所成锐二面角的余弦值.

18．已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{4}x^3-x^2+x$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 的斜率为 1 的切线方程；

（Ⅱ）当 $x\in[-2,4]$ 时，求证：$x-6\le f(x)\le x$；

（Ⅲ）设 $F(x)=|f(x)-(x+a)|(a\in\mathbf{R})$，记 $F(x)$ 在区间 $[-2,4]$ 上的最大值为 M（a），当 M（a）最小时，求 a 的值.

19．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n．定义：若存在 $k\in\mathbf{Z}$，使得对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，$a_{n+1}-T_n=k$ 恒成立，则称数列 $\{a_n\}$ 为“k 数列”.

(1)若 $a_1=1$，且 $\{a_n\}$ 为“2 数列”，求 a_5 .

(2)若$a_1=2$，且$\{a_n\}$为“k数列”，$\{a_n\}$的前n项的平方和为G_n，数列$\{b_n\}$是各项均为正数的等比数列，满足$b_n=2^{G_n-T_n}$，求k的值和$\{b_n\}$的通项公式.

(3)若$a_1>1$，$k>0$，且$\{a_n\}$为“k数列”，$\{a_n\}$的前n项和为S_n，证明：$S_n>\ln T_n+n$.

参考答案：

题号	2	5	6	7	9	10				
答案	B	D	A	A	AC	ABD				

1．B

【分析】化简$z=-\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$，再求$|z|$得解.

【详解】由题得$z=\frac{i}{1-i}=\frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-1+i}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$，

所以$|z|=\sqrt{(-\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：B

2．B

【分析】由$A\cap B=\{x|3<x<5\}$，分析集合A,B的端点值，知$2a-1=3$，求解即可

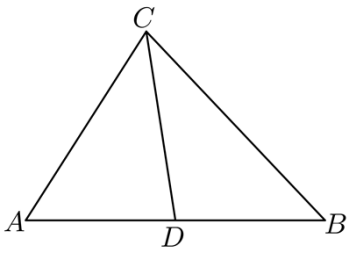
【详解】由题意可得$2a-1=3$，解得$a=2$.

故选：B.

3．C

【分析】根据向量的加减法运算法则算出即可.

【详解】



$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CA}+2\left(\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}\right)=2\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}$

故选：C

【点睛】本题考查的是向量的加减法，较简单.

4．A

【分析】运用完全平方公式、二倍角公式、同角三角函数平方关系及由三角函数值判断角的范围可求得结果.

【详解】因为$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，

所以$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+\sin 2\alpha=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以$\sin 2\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}<0$，

因为$\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，

所以$\frac{\pi}{2}<2\alpha<\frac{3\pi}{2}$，

又因为$\sin 2\alpha<0$，

所以$\pi<2\alpha<\frac{3\pi}{2}$，

所以$\cos 2\alpha=-\sqrt{1-\sin^2 2\alpha}=-\frac{1}{2}$，

故选：A.

5．D

【分析】对于 AB：举反例说明即可；对于 C：根据抽象函数定义域运算求解；对于 D：根据偶函数性质分析判断.

【详解】对于选项 A：例如$f(x)=\frac{1}{x}$为奇函数，但$f(0)$无定义，故 A 错误；

对于选项 B：因为$f(0)=-1, f(2)=1$，所以函数$f(x)$在定义域上不是减函数，故 B 错误；

对于选项 C：因为函数$y=f(2x+1)$的定义域为$[2,3]$，

即$x\in[2,3]$，则$2x+1\in[5,7]$，

所以函数$f(x)$的定义域为$[5,7]$，故 C 错误；

对于选项 D：因为函数$f(x)$为偶函数，且在$(0,+\infty)$上是单调递增，

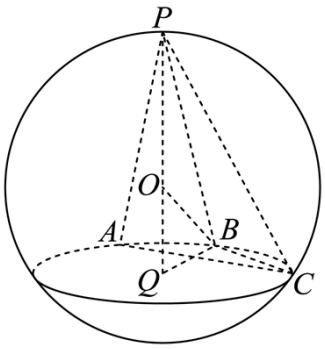
所以$f(x)$在$(-\infty,0)$上是单调递减，故 D 正确；

故选：D.

6．A

【分析】先利用正弦定理求$\triangle ABC$的外接圆半径，再求点P到平面ABC的距离，设三棱锥$P-ABC$外接球半径为R，根据勾股定理列方程求出R，进一步计算球的表面积.

【详解】如图：



在$\triangle ABC$中，$AB=BC=2, AC=2\sqrt{3}$，

由余弦定理：$\cos\angle ABC=\dfrac{BA^2+BC^2-AB^2}{2BA\cdot BC}=\dfrac{4+4-12}{8}=-\dfrac{1}{2}$,

所以$\angle ABC=120°$，所以$\triangle ABC$外接圆半径为$\dfrac{AC}{2\sin\angle ABC}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=2$，即$QB=2$.

在直角三角形PQB中，$BQ=2$，$BP=4$，所以$QP=2\sqrt{3}$.

设棱锥$P-ABC$外接球半径为R，在直角三角形OQB中，$\left(2\sqrt{3}-R\right)^2+2^2=R^2$，

解得：$R=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

所以球O的表面积为：$S=4\pi R^2=4\pi\times\dfrac{16}{3}=\dfrac{64\pi}{3}$.

故选：A

7．A

【分析】先由$r=\sqrt{2}$，点到直线距离公式列出方程，求出此时$k=-1$，充分性成立；求出$l:kx-y+1-k=0$所过定点，再由存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切”，得到$r=1$或定点在圆上，得到方程，求出相应的答案，必要性不成立.

【详解】$r=\sqrt{2}$时，$l:kx-y+1-k=0$到$\odot O:x^2+y^2=2$的距离为$\dfrac{|1-k|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{2}$，

故$1-2k+k^2=2+2k^2$，解得$k=-1$，

满足存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切”，充分性成立，

$l:kx-y+1-k=0$经过定点$M(1,1)$，

若$r=1$，$\odot O:x^2+y^2=1$，若$k=0$，此时直线$l:y=1$，

直线$l:y=1$与$\odot O$相切，另一条切线斜率不存在，

故满足存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切”，

当$M(1,1)$在$\odot O:x^2+y^2=r^2(r>0)$上，满足存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切，

故$r^2=1+1=2$，

又$r>0$，解得$r=\sqrt{2}$，必要性不成立，

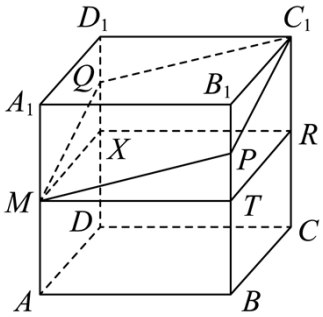
故“$r=\sqrt{2}$”是“存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切”的充分不必要条件.

故选：A

8．C

【分析】作出辅助线，得到$PMQC_1$为菱形，从而得到多能装入的体积为长方体$MTRX-ABCD$的体积加上长方体$MTRX-A_1B_1C_1D_1$的体积的一半，结合正方体的体积求出答案.

【详解】棱长为2的正方体的体积为$2^3=8$，



在BB_1,DD_1上分别取P,Q，使得$B_1P=D_1Q=\dfrac{1}{2}$，

又M为棱AA_1的中点，故由勾股定理得$C_1P=MQ=MP=C_1Q=\sqrt{4+\dfrac{1}{4}}=\dfrac{\sqrt{17}}{2}$，

故四边形$PMQC_1$为菱形，故P,M,Q,C_1四点共面，

取BB_1,CC_1,DD_1的中点T,R,X，连接MT,TR,RX,XM，

则平面$PMQC_1$将长方体$MTRX-A_1B_1C_1D_1$的体积平分，

故以BD为轴转动正方体，则用此容器装水，

则最多能装入的体积为长方体$MTRX-ABCD$的体积加上长方体$MTRX-A_1B_1C_1D_1$的体积的一半，

故最多能装水的体积$V=\dfrac{3}{4}V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1}=\dfrac{3}{4}\times 8=6$.

故选：C

9．AC

【分析】设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，等比数列$\{b_n\}$的公比为q

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/897154140126010012