2024贵州中考数学二轮复习专题 题型九 几何综合题专项训练

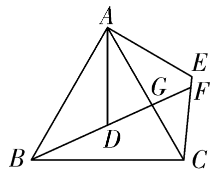
类型一　手拉手全等模型探究

(黔西南州2022.25，黔东南州2023.25)

典例精讲

例1　(2023黔西南州25题14分)如图①，D为等边$\triangle ABC$内一点，将线段AD绕点A逆时针旋转60°得到AE，连接CE，BD的延长线与AC交于点G，与CE交于点F.

(1)求证：$BD=CE$；



例1题图①

条件分析：

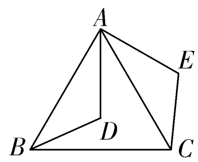
共顶点：点A

等线段：$AD=AE$，$AB=AC$

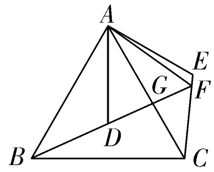
等角：$\angle BAC=\angle DAE=60°$

联想到手拉手全等模型

模型抽离：



(2)如图②，连接FA，小颖对该图形进行探究，得出结论：$\angle BFC=\angle AFB=\angle AFE$.小颖的结论是否正确？若正确，请给出证明；若不正确，请说明理由.



例 1 题图②

条件分析：

共顶点：点 A

等线段：$AD=AE$

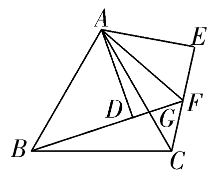
等角：$\angle ADB=\angle AEC$

联想到构造手拉手全等模型

【解题思路】在 BD 上取一点 M，使得 $MD=EF$，则$\triangle AMD\cong\triangle AFE$，得到$\triangle AMF$ 为等边三角形即可求解.

拓展设问

如图③，连接 AF，若$\angle DAF=30°$，$AD=4$，且 $BD=2DF$，求 CD 的长.

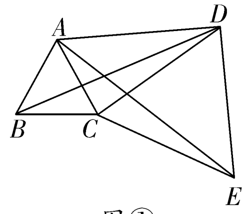


例 1 题图③

【解题思路】通过证明$\triangle DAF\cong\triangle EAF$，并利用边角关系，得到 DF、EF、CF 的线段数量关系，以此证得$\triangle CDE$ 为直角三角形，通过角度转换得到$\angle DEC=30°$即可求解.

针对演练

1. (2023 黔东南州 25 题 14 分)如图①，$\triangle ABC$ 和$\triangle DCE$ 都是等边三角形．



图①

第 1 题图

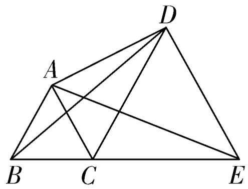
探究发现

(1)$\triangle BCD$ 与$\triangle ACE$ 是否全等？若全等，加以证明；若不全等，请说明理由；

拓展运用

(2)若 B、C、E 三点不在一条直线上，$\angle ADC=30°$，$AD=3$，$CD=2$，求 BD 的长；

(3)若 B、C、E 三点在一条直线上(如图②)，且$\triangle ABC$ 和$\triangle DCE$ 的边长分别为 1 和 2，求$\triangle ACD$ 的面积及 AD 的长．



图②

第 1 题图

类型二　对角互补全等模型探究

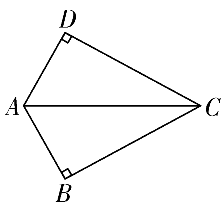
(黔东南州 2023.25)

典例精讲

例 2　(2023 黔东南州 25 题 12 分)在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 平分$\angle BA$D.

【探究发现】

(1)如图①，若$\angle BAD=120°$，$\angle ABC=\angle ADC=90°$，求证：$AD+AB=AC$；

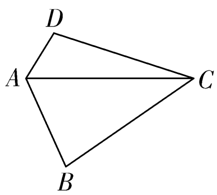


例 2 题图①

【解题思路】由题意可得$\angle CAD=\angle CAB=60°$，进而可求得$AD$、$AB$分别与$AC$的数量关系，即可得证；

(2) 如图②，若$\angle BAD=120°$，$\angle ABC+\angle ADC=180°$.

①猜想AB、AD、AC三条线段的数量关系，并说明理由；



例 2 题图②

条件分析：

①AC平分$\angle DAB$，即$\angle DAC=\angle BAC=60°$；②$\angle ABC+\angle ADC=180°$

联想到120°对角互补模型

【解题思路】方法一：过点C分别作AB，AD的垂线于点M、N，由$\triangle CBM\cong\triangle CDN$，故$BM=DN$，再利用等量代换及直角三角形的性质求解；方法二：在AD的延长线上取一点E，使$AE=AC$，由$\triangle ABC\cong\triangle EDC$即可求解.

②若$AC=10$，求四边形$ABCD$的面积.

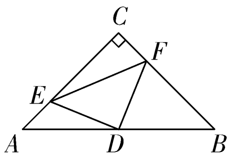
【解题思路】方法一：由$\triangle CBM\cong\triangle CDN$，将四边形$ABCD$的面积转化为四边形$AMCN$的面积，利用等量代换及锐角三角函数即可求解；方法二：由$\triangle ABC\cong\triangle EDC$，将四边形$ABCD$

的面积转化为△ACE的面积即可求解.

针对演练

2. 在Rt△ABC中，∠ACB＝90°，AC＝BC，D为边AB中点，点E、F分别在射线CA、BC上，且$DE\perp DF$，连接EF.

(1)猜想：如图①，当点E、F分别在边CA和BC上时，线段DE与EF的大小关系；

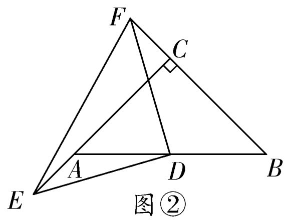


图①

(2)如图②，当点E、F分别在边CA、BC的延长线上.

①判断线段DE与EF的大小关系，并加以证明；

②若DE＝4，利用探究得到的结论，求△DEF的面积.



图②

第2题图

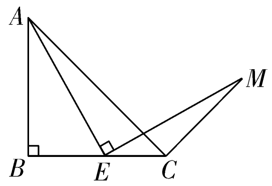
类型三　三垂直模型探究

典例精讲

例3 如图①,在等腰直角△ABC中,AB＝BC,点E为BC上一点,连接AE,过点E作$EM\perp AE$,

且 $AE=EM$，连接 MC.

(1) 求证：$\angle ACM=90°$；



例 3 题图①

条件分析：

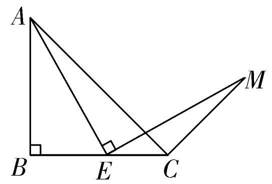
垂直：$AB\perp BC$，$EM\perp AE$

线段关系：$AE=EM$

联想到三垂直全等模型

【解题思路】过点 M 作 $MH\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 H，证明$\triangle MHE\cong\triangle EBA$，通过线段数量关系求得$\angle MCH=45°$ 即可；

(2)如图②，若 $AC=2CM$，$AB=4$，求 EM 的长．



例 3 题图②

条件分析：

垂直：$AC\perp CM$，$AB\perp BC$

线段关系：$AC=2CM$

联想到三垂直相似

【解题思路】过点 M 作 $MH\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 H，利用$\triangle ABC\backsim\triangle MHC$，求得 MH 的长，通过证明$\triangle ABE\cong\triangle EHM$ 可得 EH 的长，再利用勾股定理求解即可.

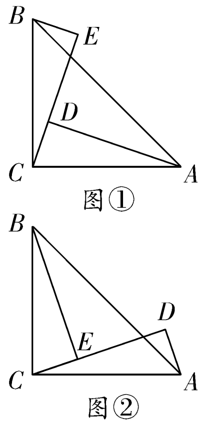
针对演练

3. 如图①，在等腰 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，$BE\perp CE$ 于点 E，$AD\perp CE$ 于点 D.

(1)求证：$\triangle BCE\cong\triangle CAD$；

(2)猜想：线段 AD，DE，BE 之间有怎样的数量关系，并说明理由；

(3)如图②，若 $AD=3$，$BE=7$，求 DE 的长．



第 3 题图

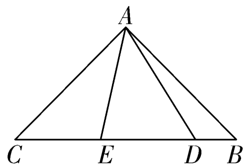
类型四　半角模型探究

典例精讲

例 **4** 【问题解决】

(1)如图①，$\triangle ABC$是等腰直角三角形，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，$\angle DAE$的两边交线段BC于D、E两点，且$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle BAC$.

求证：$BD^2+CE^2=DE^2$；



例4题图①

条件分析：

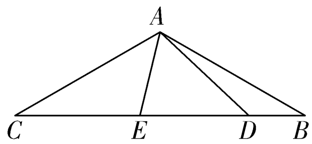
①$\angle BAC=90°$，$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle ABC=45°$；②$AB=AC$

联想到45°旋转半角模型

【解题思路】要证$BD^2+CE^2=DE^2$，可将$\triangle ABD$旋转至$\triangle ACD'$，连接$D'E$，证得$CD'^2+CE^2=D'E^2$，再利用全等证得$D'E=DE$即可；

【类比探究】

(2)如图②，若$\angle BAC=120°$，其余条件不变，且$S_{\triangle ABD}=2$，$S_{\triangle ACE}=4$，求$\triangle ABC$的面积.



例4题图②

条件分析：

①$\angle BAC=120°$，$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle ABC=60°$；②$AB=AC$

联想到60°旋转半角模型

【解题思路】旋转$\triangle ABD$至$\triangle ACD'$，连接$D'E$，可求得$\angle D'CE$，根据$\triangle ACD'$和$\triangle ACE$的面积关系求出CD'和CE的数量关系，再根据DE和CE的关系可求得$\triangle ABC$的面积.

针对演练

4.)已知，△AMN的顶点M、N分别在正方形$ABCD$的边BC、CD所在的直线上，且满足$\angle MAN=45°$.

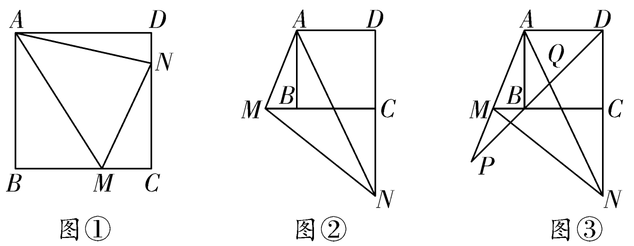
【问题解决】

(1)如图①，当点M、N分别在线段CB、DC上时，线段MN、BM和DN之间的数量关系为________；

(2)如图②，当点M、N分别在边CB、DC的延长线上时，请探究线段MN、MB和DN之间存在怎样的数量关系，并说明理由；

【类比探究】

(2) 如图③，在(2)的条件下，作射线DB分别交直线AM、AN于P、Q两点，若$MN=10$，$CM=8$，求AP的长.



第 4 题图

类型五　动点探究问题

(黔西南州 2018.26，黔东南州 2018.26)

典例精讲

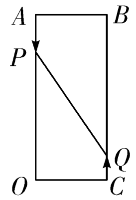
例 5　(2018 三州联考 26 题 16 分)如图①，已知矩形$AOCB$，$AB=6$ cm，$BC=16$ cm，动点P从点A出发，以 3 cm/s 的速度向点O运动，直到点O为止；动点Q同时从点C出发，以 2 cm/s 的速度向点B运动，与点P同时结束运动.

(1)点P到达终点O的运动时间是________s，此时点Q的运动距离是________cm；

(2)当运动时间为 2 s 时，P、Q两点的距离为______cm；

(3)请你计算出发多久时，点P和点Q之间的距离是 10 cm；

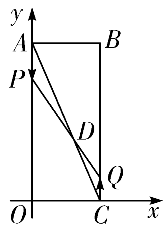
【解题思路】设出运动时间，表示出线段长，通过勾股定理列等量关系式求解即可；



例 5 题图①

(4)如图②，以点 O 为坐标原点，OC 所在直线为 x 轴，OA 所在直线为 y 轴，1 cm 长为单位长度建立平面直角坐标系，连接 AC，与 PQ 相交于点 D，若双曲线 $y=\frac{k}{x}$过点 D，问 k 的值是否会变化？若会变化，说明理由；若不会变化，请求出 k 的值.

【解题思路】通过证明$\triangle APD\backsim\triangle CQD$ 及速度比，即可得到$\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}$，再证明$\triangle ADG\backsim\triangle ACO$，由线段比求得 OG 与 GD 的长，即可得到点 D 的坐标，进而求得 k 的值.



例 5 题图②

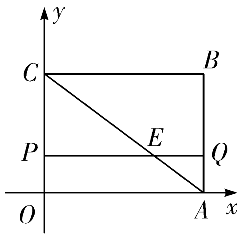
针对演练

5.)如图，在平面直角坐标系中，点 A、C 的坐标分别为(8，0)、(0，6)，四边形 $OABC$ 是以 OA、OC 为边的矩形，点 P 从点 C 出发，沿折线 $CO-OA$ 以每秒 1 个单位的速度运动，过点 P 作 $PQ\perp CP$，交 AB 于点 Q，交 AC 于点 E，设点 P 的运动时间为 t 秒($0<t<14$).

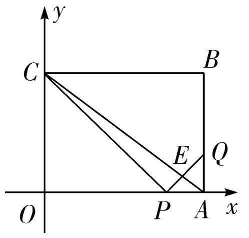
(1)点 P 到点 B 距离的最大值是__________；

(2)当点 P 在 CO 上时，若 $S_{\triangle CPE}=\frac{27}{2}$，求 $S_{\triangle EQA}$；

(3)如图②，当点 P 在 OA 上，且 $\angle OCP=45°$时，求 $\tan\angle PCE$ 的值.



图①



图②

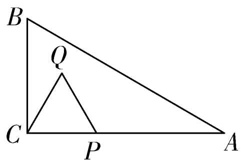
第 5 题图

6. (2023 铜仁 25 题 14 分)如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$BC=6\sqrt{3}$ cm，$AC=12$ cm.点 P 是 CA 边上的一动点，点 P 从点 C 出发以每秒 2 cm 的速度沿 CA 方向匀速运动，以 CP 为边作等边$\triangle CPQ$(点 B、点 Q 在 AC 同侧)，设点 P 运动的时间为 x 秒，$\triangle ABC$ 与$\triangle CPQ$ 重叠部分的面积为 S.

(1)当点 Q 落在$\triangle ABC$ 内部时，求此时$\triangle ABC$ 与$\triangle CPQ$ 重叠部分的面积 S(用含 x 的代数式表示，不要求写 x 的取值范围)；

(2)当点 Q 落在 AB 上时，求此时$\triangle ABC$ 与$\triangle CPQ$ 重叠部分的面积 S 的值；

(3)当点 Q 落在$\triangle ABC$ 外部时，求此时$\triangle ABC$ 与$\triangle CPQ$ 重叠部分的面积 S(用含 x 的代数式表示).



第 6 题图

参考答案

类型一　手拉手全等模型探究

典例精讲

例 1　(1)证明：∵$\triangle ABC$为等边三角形，

∴$AB=AC$，$\angle BAC=60°$，

∴$\angle BAD+\angle DAG=60°$.

∵AE是AD绕点A逆时针旋转$60°$得到的，

∴$AD=AE$，$\angle DAE=60°$，

∴$\angle CAE+\angle DAG=60°$，

∴$\angle BAD=\angle CAE$.

在$\triangle BAD$和$\triangle CAE$中，

$$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAD=\angle CAE,\\ AD=AE\end{cases}$$

∴$\triangle BAD\cong\triangle CAE$(SAS)，

∴$BD=CE$；(7 分)

(2)解：正确.

证明：如解图①，在BD上取一点M，使得$DM=EF$，连接AM，

由(1)知$\triangle BAD\cong\triangle CAE$，

∴$\angle ADM=\angle AEC$，

在$\triangle AMD$和$\triangle AFE$中，

$$\begin{cases}AE=AD\\ \angle ADM=\angle AEF,\\ DM=EF\end{cases}$$

∴$\triangle AMD\cong\triangle AFE$(SAS)，

∴$\angle MAD=\angle FAE$，$\angle AMF=\angle AFE$，

∵$\angle DAF+\angle FAE=60°$，

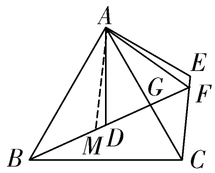
∴$\angle DAF+\angle MAD=60°$，

∴$\triangle MAF$是等边三角形，

$\therefore \angle AFB = \angle AFE = 60°$，

$\therefore \angle BFC = 60°$，

$\therefore \angle BFC = \angle AFB = \angle AFE$.(14 分)



例 1 题解图①

【拓展设问】

解：如解图②，连接 CD、DE，

$\because \angle DAF = 30°$，$\angle DAE = 60°$，

$\therefore \angle DAF = \angle EAF = 30°$，

由(2)知 $\angle DFA = \angle EFA = 60°$，

在 $\triangle DAF$ 和 $\triangle EAF$ 中，

$$\begin{cases} \angle DAF = \angle EAF \\ AF = AF \\ \angle AFD = \angle AFE \end{cases}，$$

$\therefore \triangle DAF \cong \triangle EAF$(ASA)，

$\therefore DF = EF$，

$\because \angle DAF = 30°$，$\angle AFD = 60°$，

$\therefore \angle AEF = \angle ADF = 90°$，

$\because AE = AD$，$\angle DAE = 60°$，

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle AED = 60°$，

$\therefore \angle CED = 30°$，

$\because BD = 2DF$，

由(1)知 $BD = CE$，

$\therefore CE = 2DF$，

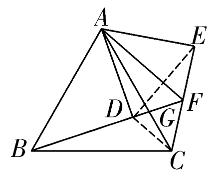
$\therefore DF = EF = CF$，

$\therefore \angle FED = \angle FDE$，$\angle FDC = \angle FCD$，

$\therefore \angle EDC = \angle EDF + \angle FDC = \dfrac{180°}{2} = 90°$，

∵$\angle CED=30°$，$DE=AD=4$，

∴$CD=DE\cdot\tan\angle DEC=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.



例 1 题解图②

针对演练

1. 解：(1)全等；

证明：

∵$\triangle ABC$ 和$\triangle DCE$ 都是等边三角形，

∴$\angle BCA=\angle DCE=60°$，$BC=AC$，$CD=CE$，

∴$\angle BCA+\angle ACD=\angle DCE+\angle ACD$，

即$\angle BCD=\angle ACE$，

在$\triangle BCD$ 和$\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases}BC=AC\\ \angle BCD=\angle ACE,\\ CD=CE\end{cases}$$

∴$\triangle BCD\cong\triangle ACE$；(4 分)

(2)∵$\angle ADC=30°$，$\angle CDE=60°$，

∴$\angle ADE=90°$，

∵$AD=3$，$CD=DE=2$，

∴$AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，

由(1)可知$\triangle BCD\cong\triangle ACE$，

∴$BD=AE$，

∴$BD=\sqrt{13}$；(8 分)

(3)如解图，过点 A 作 $AF\perp CD$ 于点 F，

∵$\angle BCA=\angle DCE=60°$，$B$、$C$、$E$ 在同一条直线上，

∴$\angle ACD=60°$，