2020-2021学年山东省烟台市高一下数学期末试卷

一．单项选择题（共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分）

1．设复数 z 满足$|z-1-i|=\sqrt{2}$，则|z|的最大值为（　　）

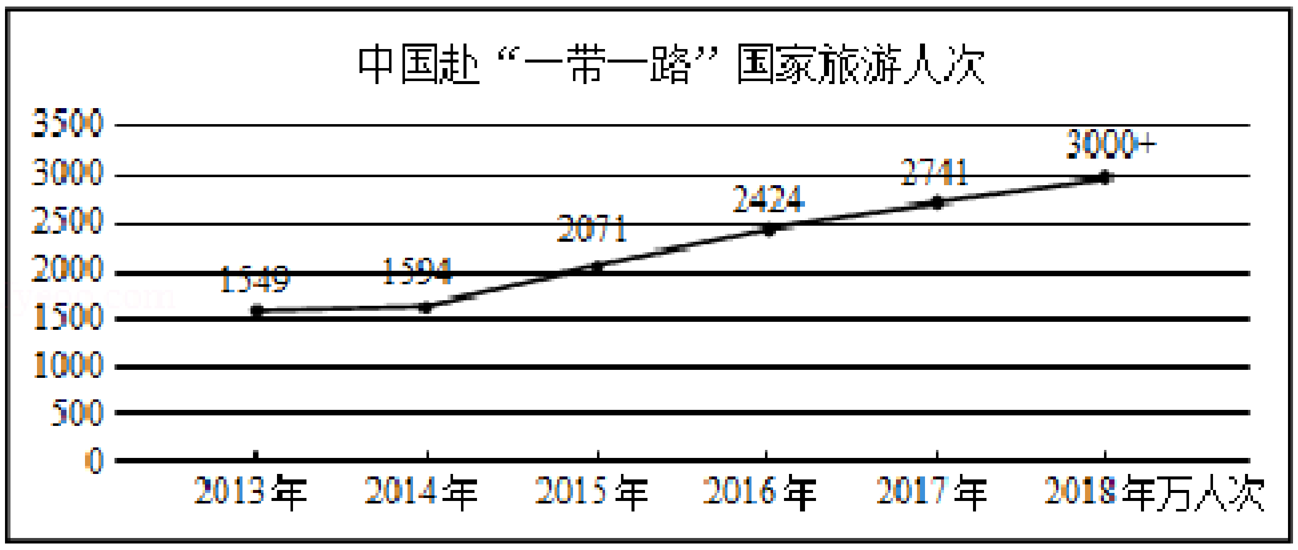
A．$\sqrt{2}$　　　B．2　　　C．$2\sqrt{2}$　　　D．4

2．设 D 为$\triangle ABC$所在平面内一点，$\vec{BC}=3\vec{DC}$，则（　　）

A．$\vec{AD}=-\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{2}{3}\vec{AC}$　　　B．$\vec{AD}=\frac{1}{3}\vec{AB}-\frac{2}{3}\vec{AC}$

C．$\vec{AD}=\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{2}{3}\vec{AC}$　　　D．$\vec{AD}=-\frac{1}{3}\vec{AB}-\frac{2}{3}\vec{AC}$

3．近年来，随着“一带一路”倡议的推进，中国与沿线国家旅游合作越来越密切，中国到“一带一路”沿线国家的游客也越来越多，如图是2013﹣2018年中国到“一带一路”沿线国家的游客人次情况，则下列说法正确的是（　　）



①2013﹣2018年中国到“一带一路”沿线国家的游客人次逐年增加

②2013﹣2018年这6年中，2014年中国到“一带一路”沿线国家的游客人次增幅最小

③2016﹣2018年这3年中，中国到“一带一路”沿线国家的游客人次每年的增幅基本持平

A．①②③　　　B．②③　　　C．①②　　　D．③

4．盒中有5个大小相同的球，其中白球3个，黑球2个，从中任意摸出3个（摸出后不放回），则至少摸出一个黑球的概率为（　　）

A．$\frac{9}{10}$　　　B．$\frac{1}{10}$　　　C．$\frac{7}{10}$　　　D．$\frac{3}{10}$

5．已知圆锥 SO 被平行于底面的平面所截，形成的圆台的两个底面面积之比为4：9，母线与底面的夹角是60°，圆台轴截面的面积为$20\sqrt{3}$，则圆锥 SO 的体积为（　　）

A．$48\sqrt{3}\pi$　　　B．$72\sqrt{3}\pi$　　　C．$144\sqrt{3}m$　　　D．$216\sqrt{3}\pi$

6．袋内装有8个红球、2个白球，从中任取2个，其中是互斥而不对立的两事件是（　　）

A．至少有一个白球；全部都是红球

B．至少有一个白球；至少有一个红球

C．恰有一个白球；恰有一个红球

D．恰有一个白球；全部都是红球

7．在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$中，已知点 P 是正方形 $AA'D'D$ 内部（不含边界）的一个动点，若直线 AP 与平面 $AA'B'B$ 所成角的正弦值和异面直线 AP 与 DC'所成角的余弦值相等，则线段 DP 长度的最小值是（　　）

A．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{4}{3}$

8．在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件在一段时间内没有发生大规模群体感染的标志为："连续 10 天，每天新增疑似病例不超过 7 人"，根据过去 10 天甲、乙、丙、丁四地新增疑似病例据，一定符合该标志的是（　　）

A．甲地：总体平均值为 3，中位数为 4

B．乙地；总体平均值为 1，总体方差大于 0

C．丙地：中位数为 2，众数为 3

D．丁地：总体均值为 2，总体方差为 2

二．多选题（共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分）

9．已知 M 为△ABC 的重心，D 为 BC 的中点，则下列等式成立的是（　　）

A．$\vec{AD}=\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AC}$　　B．$\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}=\vec{0}$

C．$\vec{BM}=\frac{2}{3}\vec{BA}+\frac{1}{3}\vec{BD}$　　D．$\vec{CM}=\frac{1}{3}\vec{CA}+\frac{2}{3}\vec{CD}$

10．任何一个复数 $z=a+bi$（其中 a，$b\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位）都可以表示成 $z=r$（$\cos\theta+i\sin\theta$）的形式，通常称之为复数 z 的三角形式．法国数学家棣莫弗发现：$z^n=[r(\cos\theta+i\sin\theta)]^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$（$n\in\mathbf{N}_+$），我们称这个结论为棣莫弗定理．根据以上信息，下列说法正确的是（　　）

A．$|z^2|=|z|^2$

B．当 $r=1$，$\theta=\frac{\pi}{3}$时，$z^3=1$

C．当 $r=1$，$\theta=\frac{\pi}{3}$时，$\overline{z}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

D．当 $r=1$，$\theta=\frac{\pi}{4}$时，若 n 为偶数，则复数 z^n 为纯虚数

11．如图 1，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，E，F 分别是 AB，BC 的中点，将△ADE，△

CDF，$\triangle BEF$ 分别沿 DE，DF，EF 折起，使 A，B，C 重合于点 P，得到如图 2 所示的三棱锥 $P-DEF$．则下列结论正确的是（　　）

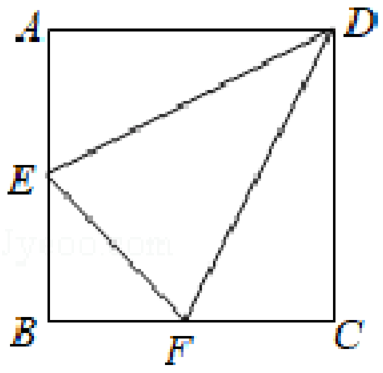


图1

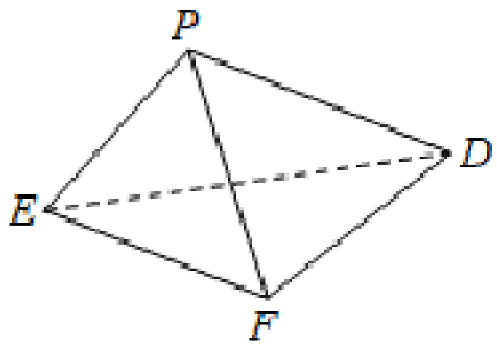


图2

A．$PD\perp EF$

B．平面 $PDE\perp$ 平面 PDF

C．二面角 $P-EF-D$ 的余弦值为$\frac{1}{3}$

D．点 P 到平面 DEF 的距离为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

12．某校对甲、乙两个数学兴趣小组的同学进行了知识测试，现从两兴趣小组的成员中各随机选取 15 人的测试成绩（单位：分）用茎叶图表示，如图，根据以上茎叶图，对甲、乙两兴趣小组的测试成绩作比较，下列统计结论正确的有（　　）

甲		乙
3 6	9	2 1
2 5 8	8	4 6
2 5 7 9 9	7	2 5 7
1 3 5 8	6	1 4 4
9	5	2 3 6
	4	6 9

A．甲兴趣小组测试成绩的平均分高于乙兴趣小组测试成绩的平均分

B．甲兴趣小组测试成绩较乙兴趣小组测试成绩更分散

C．甲兴趣小组测试成绩的中位数大于乙兴趣小组测试成绩的中位数

D．甲兴趣小组测试成绩的众数小于乙兴趣小组测试成绩的众数

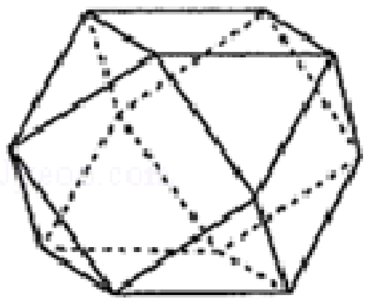
三．填空题（共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分）

13．已知 $a+4i=3-bi$，其中 a，$b\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位，则$|a+bi|$的值为_______．

14．已知圆锥底面半径为 1，母线长为 3，某质点从圆锥底面圆周上一点 A 出发，绕圆锥侧面一周，再次回到 A 点，则该质点经过的最短路程为_______．

15．已知样本 x_1，x_2，x_3，…，x_n 方差 $s^2=1$，则样本 $2x_1+1$，$2x_2+1$，$2x_3+1$，…，$2x_n+1$ 的方差为_______．

16．如图，将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥，如此共可截去八个三棱锥，得到一个有十四个面的半正多面体，它们的棱长都相等，其中八个为正三角形，六个为正方形，称这样的半正多面体为二十四等边体．若该二十四等边体棱长为1，则该二十四等边体的体积为________．



四．解答题（共**6**小题，第**17**小题**10**分，第**18-22**小题每题**12**分，共**70**分）

17．已知复数$z_1=\frac{3}{a+2}+(a^2-3)i$，$z_2=2+(3a+1)i$（$a\in\mathbf{R}$，$i$是虚数单位）．

（1）若z_1-z_2在复平面上对应点落在第一象限，求实数a的取值范围；

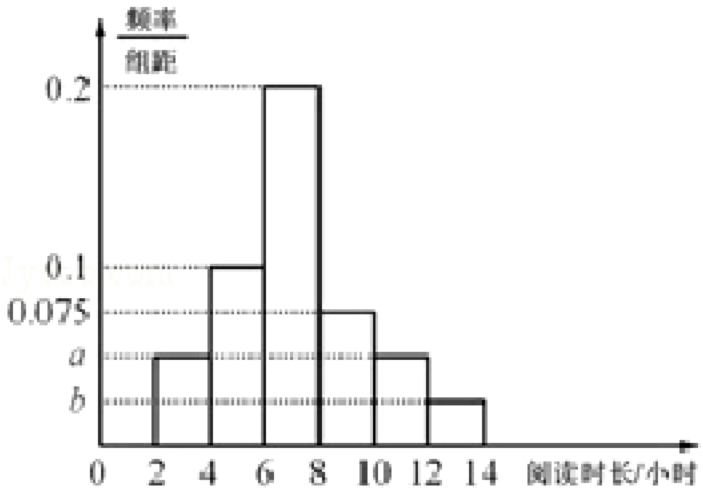
（2）若z_2是实系数一元二次方程$x^2-4x+4=0$的根，求实数a的值．

18．4 月 23 日是世界读书日，其设立的目的是推动更多的人去阅读和写作．某市教育部门为了解全市中学生课外阅读的情况，从全市随机抽取 1000 名中学生进行调查，统计他们每周课外阅读的时长．如图是根据调查结果绘制的频率分布直方图．

（1）已知样本中每周课外阅读时长不足 4 小时的中学生有 100 人，求图中 a，b 的值；

（2）试估计该市中学生阅读时长不小于 10 小时的概率；

（3）为了更具体的了解全市中学生课外阅读情况，用比例分配的分层抽样的方法从[10，12）和[12，14]两组中共抽取了 6 名学生参加座谈会，现从上述 6 名学生中随机抽取 2 名在会上进行经验分享，求这 2 名学生来自不同组的概率．



19．已知向量$\vec{a}=$（﹣1，2），$\vec{b}=$（3，﹣1）．

（1）若（$\vec{a}+\lambda\vec{b}$）⊥$\vec{a}$，求实数 λ 的值；

（2）若$\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$，$\vec{d}=\vec{a}+2\vec{b}$，求向量$\vec{c}$与$\vec{d}$的夹角．

20．将一颗骰子先后抛掷 2 次，观察向上的点数，事件 A：“两数之和为 8”，事件 B：“两数之和是 3 的倍数”，事件 C：“两个数均为偶数”．

（Ⅰ）写出该试验的基本事件空间 Ω，并求事件 A 发生的概率；

（Ⅱ）求事件 B 发生的概率；

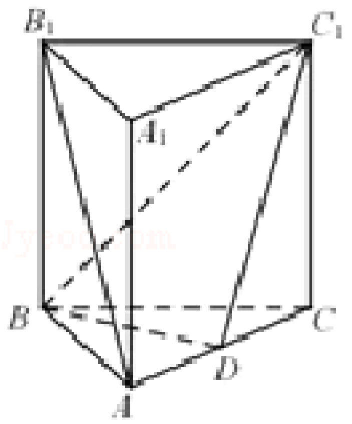
（Ⅲ）事件 A 与事件 C 至少有一个发生的概率．

21．如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 为 AC 的中点．

（1）证明：$AB_1\parallel$ 平面 BC_1D；

（2）证明：$BD\perp$ 平面 AA_1C_1C；

（3）若 $AA_1=AB$，求直线 BC_1 与平面 AA_1C_1C 所成角的正弦值．



22．某玻璃工艺品加工厂有 2 条生产线用于生产某款产品，每条生产线一天能生产 200 件该产品，该产品市场评级规定：评分在 10 分及以上的为 A 等品，低于 10 分的为 B 等品．厂家将 A 等品售价定为 2000 元/件，B 等品售价定为 1200 元/件．

下面是检验员在现有生产线上随机抽取的 16 件产品的评分：

9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得$\overline{x}=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i=9.97$，$s^2=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(x_i-\overline{x})^2=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i^2-\overline{x}^2=0.045$，其中 x_i 为抽取的第 i 件产品的评分，$i=1$，2，……，16．

该厂计划通过增加生产工序来改进生产工艺，已知对一条生产线增加生产工序每年需花费 1500 万元，改进后该条生产线产能不变，但生产出的每件产品评分均提高 0.05．已知该厂现有一笔 1500 万元的资金．

（1）若厂家用这 1500 万元改进一条生产线，根据随机抽取的 16 件产品的评分，

（i）估计改进后该生产线生产的产品中 A 等品所占的比例；

（ii）估计改进后该厂生产的所有产品评分的平均数和方差．

（2）某金融机构向该厂推销一款年收益率为 8.2%的理财产品．请你利用所学知识分析，将这 1500 万元用于购买该款理财产品所获得的收益，与通过改进一条生产线使产品评分提高所增加的收益相对比，一年后哪种方案的收益更大？（一年按 365 天计算）

2020-2021 学年山东省烟台市高一下数学期末试卷

参考答案与试题解析

一．单项选择题（共 **8** 小题，每小题 **5** 分，共 **40** 分）

1．设复数 z 满足$|z-1-i|=\sqrt{2}$，则$|z|$的最大值为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　　　B．2　　　　C．$2\sqrt{2}$　　　　D．4

【解答】解：因为：复数 z 满足$|z-1-i|=\sqrt{2}$，

所以：复数 z 对应复平面上的点是以（1，1）为圆心，$\sqrt{2}$为半径的圆，

故$|z|$的最大值即为圆的直径$2\sqrt{2}$．

故选：C．

2．设 D 为△ABC 所在平面内一点，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{DC}$，则（　　）

A．$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$　　　　B．$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

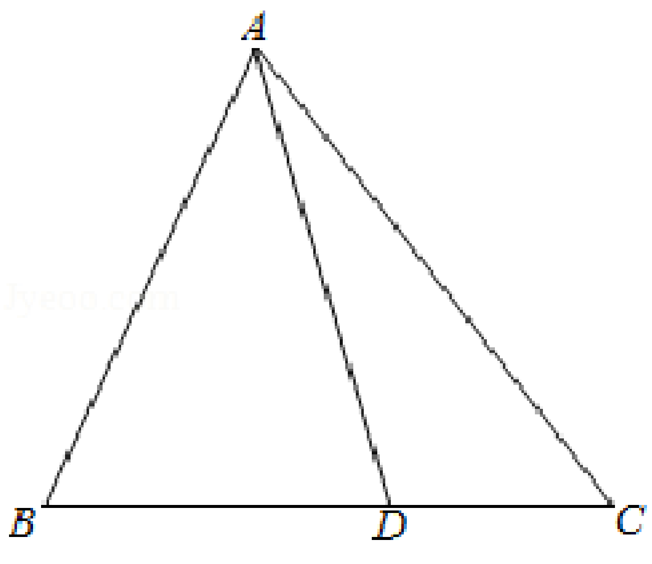
C．$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$　　　　D．$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

【解答】解：$\because\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{DC}$，$\therefore D$ 为线段 BC 靠近 C 点的三等分点

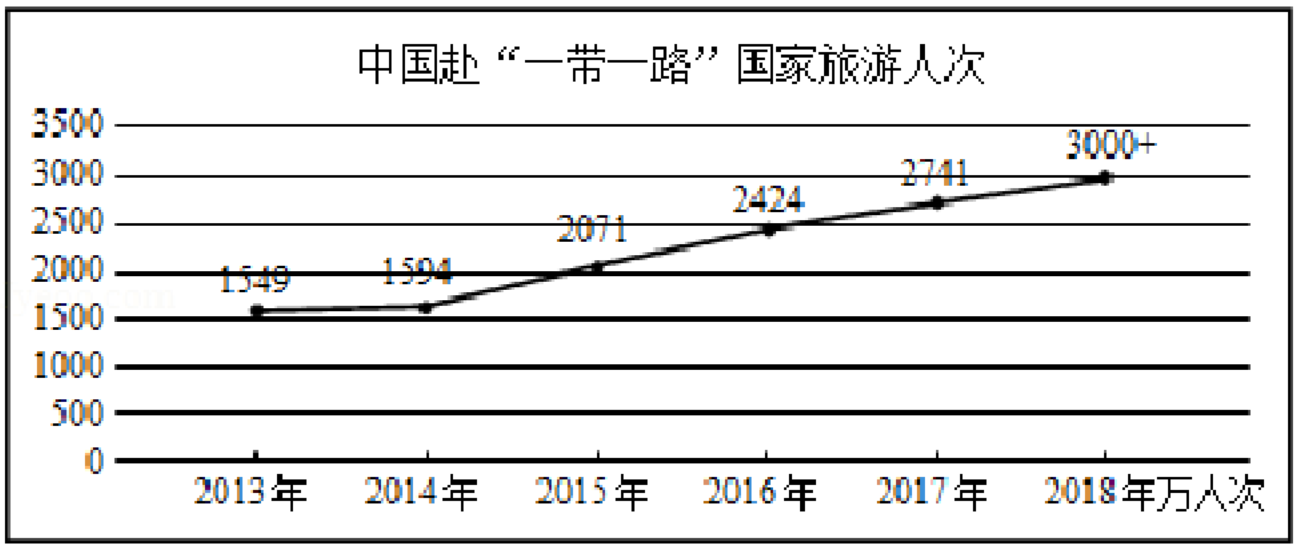
$\therefore\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，

$\therefore\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$．

故选：C．



3．近年来，随着“一带一路”倡议的推进，中国与沿线国家旅游合作越来越密切，中国到“一带一路”沿线国家的游客也越来越多，如图是 2013﹣2018 年中国到“一带一路”沿线国家的游客人次情况，则下列说法正确的是（　　）



①2013－2018 年中国到“一带一路”沿线国家的游客人次逐年增加

②2013－2018 年这 6 年中，2014 年中国到“一带一路”沿线国家的游客人次增幅最小

③2016－2018 年这 3 年中，中国到“一带一路”沿线国家的游客人次每年的增幅基本持平

A．①②③　　B．②③　　C．①②　　D．③

【解答】解：由 2013－2018 年中国到“一带一路”沿线国家的游客人次情况和折线图，得：

在①中，2013－2018 年中国到“一带一路”沿线国家的游客人次逐年增加，故①正确；

在②中，2013－2018 年这 6 年中，2014 年中国到“一带一路”沿线国家的游客人次增幅最小，故②正确；

在③中，2016－2018 年这 3 年中，中国到“一带一路”沿线国家的游客人次每年的增幅基本持平，故③正确．

故选：A．

4．盒中有 5 个大小相同的球，其中白球 3 个，黑球 2 个，从中任意摸出 3 个（摸出后不放回），则至少摸出一个黑球的概率为（　　）

A．$\frac{9}{10}$　　B．$\frac{1}{10}$　　C．$\frac{7}{10}$　　D．$\frac{3}{10}$

【解答】解：盒中有 5 个大小相同的球，其中白球 3 个，黑球 2 个，从中任意摸出 3 个（摸出后不放回），

基本事件总数 $n=C_5^3=10$，

至少摸出一个黑球包含的基本事件个数 $m=C_3^1C_2^2+C_3^2C_2^1=9$，

∴至少摸出一个黑球的概率为 $p=\frac{m}{n}=\frac{9}{10}$.

故选：A．

5．已知圆锥 SO 被平行于底面的平面所截，形成的圆台的两个底面面积之比为 4：9，母线

与底面的夹角是 60°，圆台轴截面的面积为 $20\sqrt{3}$，则圆锥 SO 的体积为（　　）

A．$48\sqrt{3}\pi$　　B．$72\sqrt{3}\pi$　　C．$144\sqrt{3}m$　　D．$216\sqrt{3}\pi$

【解答】解：圆台的两个底面面积之比为 4：9，

设圆台的上、下底面半径分别为 r 和 R，$2\pi r^2$：$2\pi R^2$＝4：9，

则 r：R＝2：3；…①

由题意可知 $\cos60° =\frac{R-r}{l}=\frac{1}{2}$，…②

圆台的轴截面面积为$\frac{1}{2}\times$（$2r+2R$）×（$R-r$）×$\tan60°$ ＝$20\sqrt{3}$，

化简得 R^2-r^2＝20，…③

由①②③组成方程组，解得 R＝6，r＝4，l＝4；

即圆台的母线长为 l＝4．则圆锥的母线长为：x，

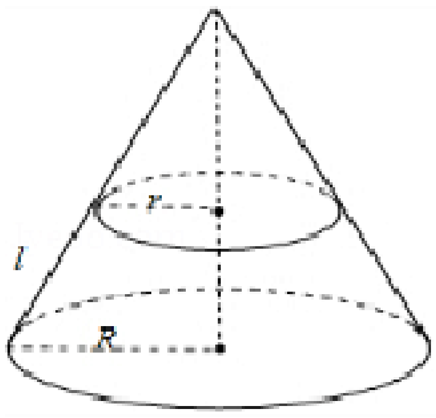
由题意可得，$\frac{x-l}{x}=\frac{2}{3}$，

圆锥的母线长为 12，

所以圆锥的高为$\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$.

圆锥 SO 的体积为$\frac{1}{3}\times6^2\pi\times6\sqrt{3}$ ＝$72\sqrt{3}\pi$.

故选：B．



6．袋内装有 8 个红球、2 个白球，从中任取 2 个，其中是互斥而不对立的两事件是（　　）

A．至少有一个白球；全部都是红球

B．至少有一个白球；至少有一个红球

C．恰有一个白球；恰有一个红球

D．恰有一个白球；全部都是红球

【解答】解：袋内装有 8 个红球、2 个白球，从中任取 2 个，

对于 A，至少有一个白球和全部都是红球是对立事件，故 A 错误；

对于 B，至少有一个白球和至少有一个红球能同时发生，不是互斥事件，故 B 错误；

对于 C，恰有一个白球；恰有一个红球同时发生，不是互斥事件，故 C 错误；

对于 D，恰有一个白球和全部都是红球，不能同时发生，是互斥而不对立事件，故 D 正确．

故选：D．

7．在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$中，已知点 P 是正方形 $AA'D'D$ 内部（不含边界）的一个动点，若直线 AP 与平面 $AA'B'B$ 所成角的正弦值和异面直线 AP 与 DC'所成角的余弦值相等，则线段 DP 长度的最小值是（　　）

A．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{4}{3}$

【解答】解：如图，以 D 为坐标原点，DA，DC，DD'

所在直线为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系，

可设 P（x，0，z），由 A（1，0，0），C'（0，1，1），

D（0，0，0），

$\overrightarrow{AP}=$（$x-1$，0，z），$\overrightarrow{DC'}=$（0，1，1），$\overrightarrow{DA}=$（-1，0，0），

设直线 AP 与平面 $AA'B'B$ 所成角为 θ 和异面直线 AP 与 DC'所成角为 α，

可得 $\cos\alpha=\cos\langle\overrightarrow{AP}，\overrightarrow{DC'}\rangle=\frac{z}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{z^2+(x-1)^2}}$，

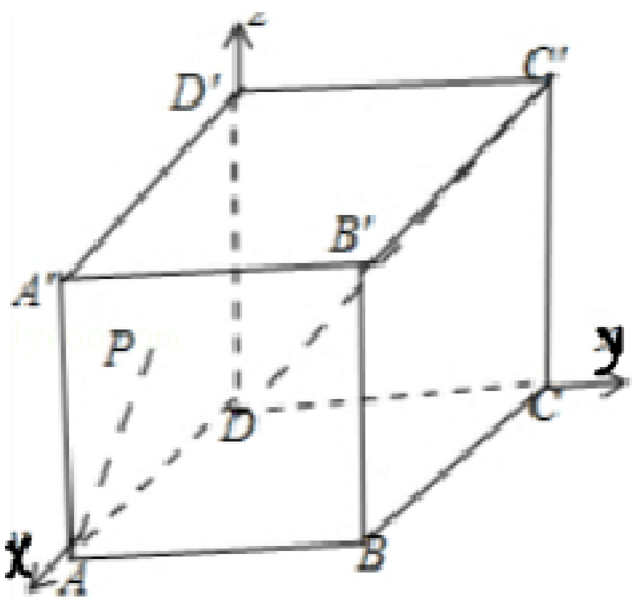
$\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{AP}，\overrightarrow{DA}\rangle|=\frac{1-x}{\sqrt{z^2+(x-1)^2}}$，$0<x<1$，

由 $\sin\theta=\cos\alpha$，可得 $z=\sqrt{2}$（$1-x$），

则$|\overrightarrow{DP}|=\sqrt{x^2+z^2}=\sqrt{x^2+2(1-x)^2}=\sqrt{3(x-\frac{2}{3})^2+\frac{2}{3}}$，

当 $x=\frac{2}{3}$时，线段 DP 长度的最小值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

故选：C．



8．在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件在一段时间内没有发生大规模群体感染的标志为："连续 10 天，每天新增疑似病例不超过 7 人"，根据过去 10 天甲、乙、