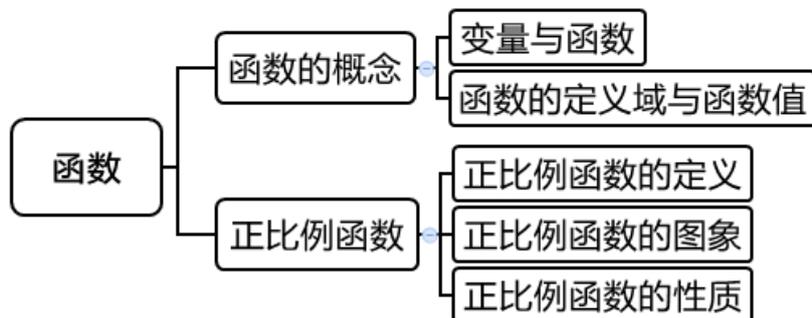


专题 09 函数的概念正比例函数



知识精讲

知识点 01 函数的概念

1、函数的概念

(1) 在问题研究过程中，可以取不同数值的量叫做变量；保持数值不变的量叫做常量；

(2) 定义：在某个变化过程中有两个变量，设为 x 和 y ，如果在变量 x 允许的取值范围内，变量 y 随着 x 变化而变化，他们之间存在确定的依赖关系，那么变量 y 叫做变量 x 的函数， x 叫做自变量. 函数用记号 $y = f(x)$ 表示， $f(a)$ 表示 $x = a$ 时的函数值；

(3) 表示两个变量之间依赖关系的数学式子称为函数解析式.

2. 函数的定义域和函数值

(1) 函数自变量允许取值的范围，叫做这个函数的定义域.

例如：设 $f(x)$ 为整式，则函数 $y = f(x)$ 的定义域：一切实数；函数 $y = \frac{1}{f(x)}$ 的定义

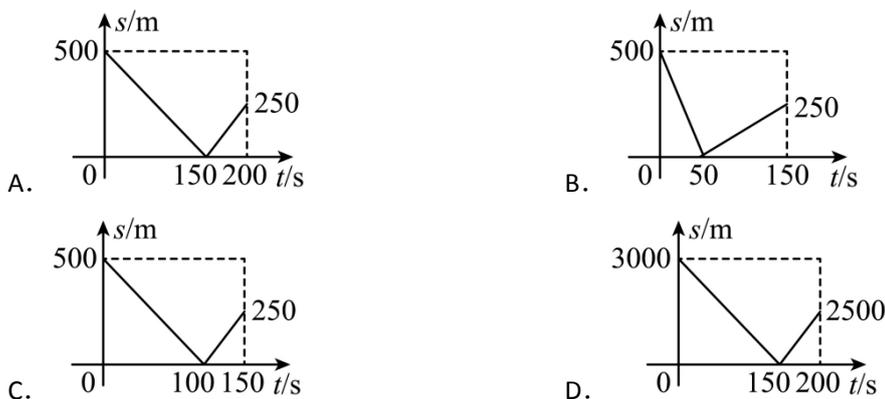
域：满足 $f(x) \neq 0$ 的实数；函数 $y = \sqrt{f(x)}$ 的定义域：满足 $f(x) \geq 0$ 的实数.

(2) 函数自变量取遍定义中的所有值，对应的函数值的全体叫做这个函数的值域.

【典例分析】

1. 甲地和乙地之间有一条长为3千米的直路，A，B两辆小汽车都在该条直路上，目的地都是乙地，速度分别为15m/s和20m/s. 行驶前，B车在甲地，A车在B车前面500m

处，若两车同时行驶，则从开始行驶到其中一辆车先到达乙地的过程中，两车之间的距离 s (m) 与时间 t (s) 之间的函数图象是 ()



【答案】. C

【分析】求得 A ， B 两辆小汽车分别到达乙地所花费的时间，以及相遇的时间，即可求解。

【详解】解： $t = 0$ s 时， A ， B 两辆小汽车相距 500m，

A 小汽车到达乙地的时间为 $(3000 - 500) \div 15 = \frac{500}{3}$ s

B 小汽车到达乙地的时间为： $3000 \div 20 = 150$ s

$\therefore \frac{500}{3} > 150$

$\therefore B$ 小汽车在 150s 时到达乙地，

A ， B 两辆小汽车相遇的时间为 $500 \div (20 - 15) = 100$ s，

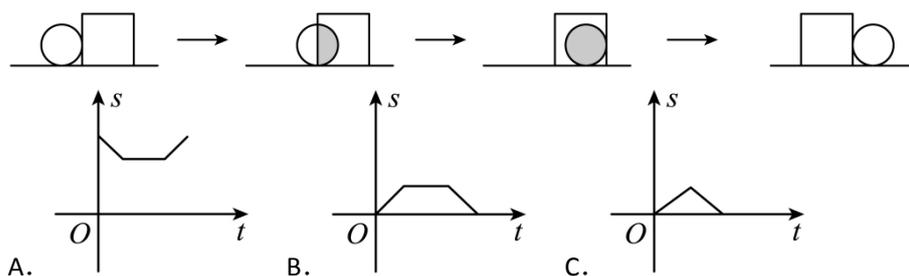
即在 100s 时 A ， B 两辆小汽车相遇，

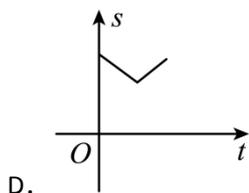
结合选项， C 符合；

故选： C

【点睛】此题考查了函数图像的应用，解题的关键是理解题意，找到题中的关键节点，读懂函数图象。

2. 如图所示，半径为 2 的圆和边长为 5 的正方形在同一水平线上，圆沿该水平线从左向右匀速穿过正方形，设穿过的时间为 t ，圆与正方形重叠部分 (阴影部分) 的面积为 S ，则 S 与 t 的函数关系式的大致图象为 ()





【答案】. B

【分析】观察图形，在运动过程中， S 随 t 的变化情况，得到开始随时间 t 的增大而增大，当圆在正方形内时 t 改变，而重合面积等于圆的面积不变，再运动，随 t 的增大而减小，根据以上结论判断即可。

【详解】解：∵半径为 2 的圆沿水平线从左向右匀速穿过正方形，开始至完全进入正方形 S 随时间 t 的增大而增大，

∴选项 A、D 错误；

∵当圆在正方形内时， t 改变，重合面积等于圆的面积， S 不变，再运动， S 随 t 的增大而减小，

∴选项 C 错误，选项 B 正确；

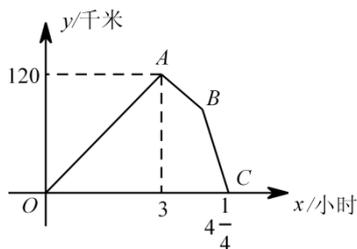
故选：B.

【点睛】本题主要考查动图形问题的函数图象，熟练掌握函数图象形状变化与两图形重合部分形状、大小变化的关系，是解决此题的关键。

3. 大业物流公司的快递车和货车同时从甲地出发，以各自的速度匀速向乙地行驶，快递车到达乙地后卸完物品再另装货物共用 45 分钟，立即按原路以另一速度匀速返回，直至与货车相遇. 已知货车的速度为 60 千米/时，两车之间的距离 y （千米）与货车行驶时间 x （小时）之间的函数图像如图所示，现有以下 4 个结论：

- ①快递车从甲地到乙地的速度为 100 千米/时；
- ②甲、乙两地之间的距离为 120 千米；
- ③图中点 B 的坐标为 $(3\frac{3}{4}, 75)$ ；
- ④快递车从乙地返回时的速度为 90 千米/时.

其中正确的个数为（ ）



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】. B

【分析】①设快递车从甲地到乙地的速度为 x 千米/时，根据两车 3 小时距离 120 千米，列出方程，可得①正确；根据 120 千米是快递车到达乙地后两车之间的距离，可得②错误；根据快递车到达乙地后卸完物品再另装货物共用 45 分钟，求出点 B 横纵坐标，可得③正确；设快递车从乙地返回时的速度为 y 千米/时，则返回时与货车共同行驶的时间为 $\left(4\frac{1}{4}-3\frac{3}{4}\right)$ 小时，此时两车还相距 75 千米，列出方程，即可求解.

【详解】解：①设快递车从甲地到乙地的速度为 x 千米/时，则 $3(x-60)=120$ ，解得： $x=100$ ，故①正确；

②因为 120 千米是快递车到达乙地后两车之间的距离，不是甲、乙两地之间的距离，故②错误；

③因为快递车到达乙地后卸完物品再另装货物共用 45 分钟，所以图中点 B 的横坐标为 $3+\frac{3}{4}=3\frac{3}{4}$ ，纵坐标为 $120-60\times\frac{3}{4}=75$ ，所以点 B 的坐标为 $\left(3\frac{3}{4}, 75\right)$ ，故③正确；

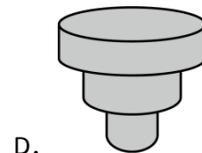
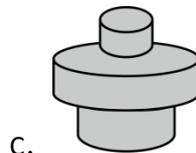
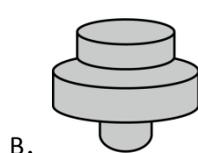
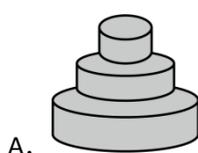
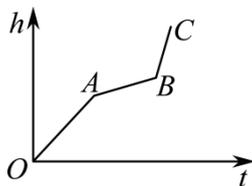
④设快递车从乙地返回时的速度为 y 千米/时，则返回时与货车共同行驶的时间为 $\left(4\frac{1}{4}-3\frac{3}{4}\right)$ 小时，此时两车还相距 75 千米，由题意，得 $(y+60)\left(4\frac{1}{4}-3\frac{3}{4}\right)=75$ ，解得： $y=90$ ，故④正确；

所以正确的有①③④，共 3 个.

故选：B

【点睛】本题主要考查了函数图象的动点问题，根据题意，从函数图象获取信息，并利用数形结合思想解答是解题的关键.

4. 匀速地向一个容器内注水，最后把容器注满，在注水过程中，水面高度 h 随时间 t 的变化规律如图所示（图中 $OABC$ 为一折线），这个容器的形状是图中的（ ）



【答案】. C

【分析】根据每一段函数图象的倾斜程度，反映了水面上升速度的快慢，再观察容器的粗细，作出判断.

【详解】解：注水量一定，即随着时间的变化，水面高度变化的快慢不同，与所给容器的底面积有关.

A. 容器的底面积大，中，小，则函数图象的走势是平缓，稍陡，陡，故此选项不符合题意；

B. 容器的底面积小，大，中，则函数图象的走势是陡，平缓，稍陡，故此选项不符合题意；

C. 容器的底面积中，大，小，则函数图象的走势是稍陡，平缓，陡，故此选项符合题意；

D. 容器的底面积小，中，大，则函数图象的走势是陡，稍陡，平缓，故此选项不符合题意；

故选：C.

【点睛】此题考查函数图象的应用，需注意容器粗细和水面高度变化的关联.

知识点 02 正比例函数

1. 正比例函数的概念

(1)如果两个变量的每一组对应值的比值是一个常数（这个常数不等于零），那么就这两个变量成正比例，用数学式子表示两个变量 x 、 y 成正比例，就是 $\frac{y}{x} = k$ ，或表示为 $y = kx$ （ x 不等于 0）， k 是不等于零的常数.

(2)解析式形如 $y = kx$ （ k 是不等于零的常数）的函数叫做正比例函数，其中常数 k 叫做比例系数. 正比例函数 $y = kx$ 的定义域是一切实数. 确定了比例系数，就可以确定一个正比例函数的解析式

2. 正比例函数的图象

(1)一般地，正比例函数 $y = kx$ （ k 是常数， $k \neq 0$ ）的图象是经过 $(0, 0)$ ， $(1, k)$ 这两点的一条直线，我们把正比例函数 $y = kx$ 的图象叫做直线 $y = kx$ ；

(2)图像画法：列表、描点、连线.

3. 正比例函数的性质

(1)当 $k > 0$ 时，正比例函数的图像经过第一、三象限. 自变量 x 的值逐渐增大时， y 的值也随着逐渐增大.

(2)当 $k < 0$ 时，正比例函数的图像经过第二、四象限. 自变量 x 的值逐渐增大时， y

的
值则随着逐渐减小.

【典例分析】

5. 下列函数中，属于正比例函数的是（ ）

- A. $y = x^2 + 2$ B. $y = -2x + 1$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = \frac{x}{5}$

【答案】. D

【分析】根据正比例函数的定义逐个判断即可.

【详解】解：A. 不是正比例函数，故本选项不符合题意；

B. 是一次函数，但不是正比例函数，故本选项不符合题意；

C. 不是正比例函数，故本选项不符合题意；

D. 是正比例函数，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了正比例函数的定义，能熟记正比例函数的定义是解此题的关键，注意：形如 $y = kx + b$ （ k 、 b 为常数， $k \neq 0$ ）的函数，叫一次函数，当 $b = 0$ 时，函数也叫正比例函数.

6. 正比例函数 $y = kx$ 的图象经过点 $(-2, 1)$ ，则它一定经过（ ）

- A. $(-1, 2)$ B. $(1, -2)$ C. $(-2, -1)$ D. $(2, -1)$

【答案】. D

【分析】先将 $(-2, 1)$ 代入正比例函数解析式中，解出 k 的值，得到正比例函数的解析式，再进行判断即可；

【详解】 $\because y = kx$ 经过 $(-2, 1)$,

\therefore 将 $(-2, 1)$ 代入 $y = kx$ 中，

得： $1 = -2k$ ，

$\therefore k = -\frac{1}{2}$ ，

\therefore 函数解析式为： $y = -\frac{1}{2}x$.

\therefore 点 $(2, -1)$ 在函数 $y = -\frac{1}{2}x$ 的图象上，

故选：D.

【点睛】本题考查了正比例函数的性质以及求解析式，正确掌握知识点是解题的关键；

7. 若函数 $y = (m+1)x^{m^2-3}$ 是正比例函数，且图象经过第二、四象限，则 m 的值是（ ）

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 3

【答案】 A

【分析】 根据题意， $m^2-3=1$ ， $m+1<0$ ，验证判断即可。

【详解】 ∵函数 $y=(m+1)x^{m^2-3}$ 是正比例函数，且图象经过第二、四象限，

$$\therefore m^2-3=1, m+1<0,$$

$$\therefore m=2 \text{ 或 } m=-2, \text{ 且 } m<-1,$$

$$\therefore m=2 \text{ 不符合题意, 舍去,}$$

$$\therefore m=-2,$$

故选 A.

【点睛】 本题考查了正比例函数的定义，正比例函数的图像分布，熟记定义，掌握图像分布与比例系数 k 的关系是解题的关键。

8. 已知正比例函数 $y=3x$ ，若该正比例函数图象经过点 $(a, 4a-1)$ ，则 a 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

【答案】 A

【分析】 把点的坐标代入函数的解析式，即可得出关于 a 的方程，求出方程的解即可。

【详解】 解：∵正比例函数 $y=3x$ 的图象经过点 $(a, 4a-1)$ ，

$$\therefore \text{代入得: } 4a-1=3a,$$

$$\text{解得: } a=1,$$

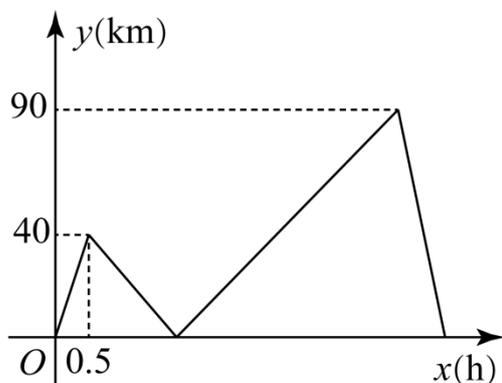
故选: A.

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征和解一元一次方程，能得出关于 a 的一元一次方程是解此题的关键。

综合训练

一、单选题

1. 甲、乙两车匀速从A地到B地，甲出发半小时后，乙车以每小时100千米的速度沿同一路线行驶，两车分别到达目的地后停止，甲、乙两车之间的距离 y （千米）与甲车行驶的时间 x （小时）之间的关系如图所示，则下列说法错误的是（ ）

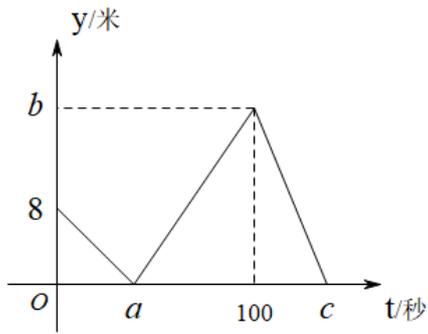


- A. 甲车的行驶速度为80km/h
- B. 当乙车行驶2小时，乙车追上甲车
- C. 当甲车行驶6小时，甲、乙两车相距70km
- D. A、B两地的距离为700km

2. 小明和小亮在操场的同一条笔直的跑道上进行500米匀速跑步训练，他们从同一地点出发，先到达终点的人原地休息，已知小明先出发2秒，在跑步的过程中，小明和小亮的距离 y （米）与小亮出发的时间 t （秒）之间的函数关系如图所示，下列四种说法：

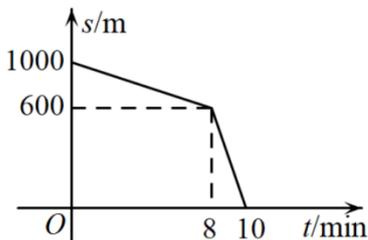
- ①小亮的速度是5米/秒；
- ② $a = 8$ ， $b = 92$ ， $c = 125$ ；
- ③小亮出发20秒时，小亮在小明前方12米。
- ④小明出发6秒或12秒或124秒时，两人相距4米。

其中正确的说法为（ ）



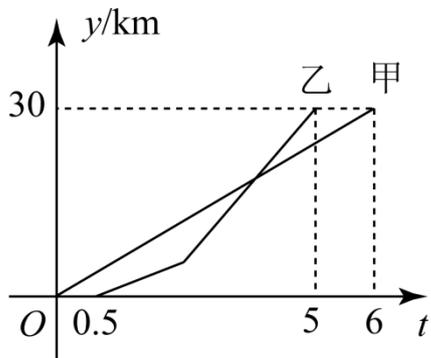
- A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ①②③④

3. 放学后，小刚正常走路回家，突然想起今天是妈妈的生日，于是赶紧跑步回家。小刚离家的距离 s (单位 m) 和放学后的时间 t (单位 min) 之间的关系如图，那么下列结论错误的是 ()



- A. 小刚边走边聊阶段的行走速度是 $125m/min$
 B. 小刚家离学校的距离是 $1000m$
 C. 小刚回到家时已放学 $10min$
 D. 小刚从学校回到家的平均速度是 $100m/min$

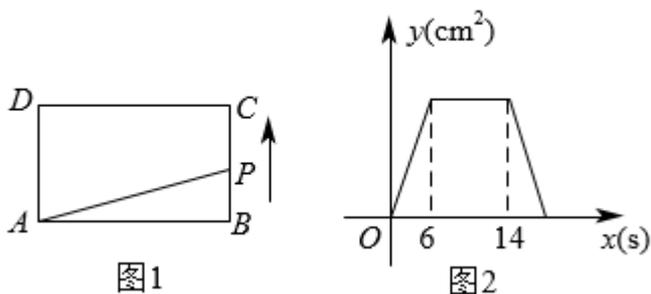
4. A, B 两地相距 $30km$ ，甲乙两人沿同一条路线从 A 地到 B 地。如图，反映的是两人行进路程 y (km) 与行进时间 t (h) 之间的关系，①甲始终是匀速行进，乙的行进不是匀速的；②乙用了 4.5 个小时到达目的地；③乙比甲迟出发 0.5 小时；④甲在出发 5 小时后被乙追上。以上说法正确的个数有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

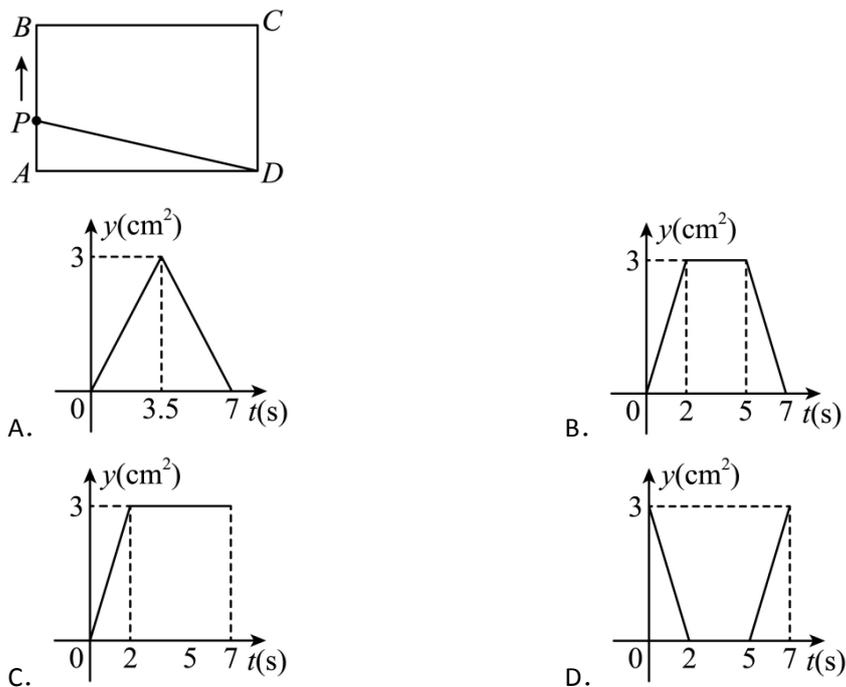
5. 如图 1，在长方形 $ABCD$ 中，动点 P 从点 B 出发，沿 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 方向匀速运动至点 A 停止。已知点 P 的运动速度为 $1cm/s$ ，设点 P 的运动时间为 $x(s)$ ， $\angle VPAB$

的面积为 $y(\text{cm}^2)$ ，若 y 关于 x 的函数图象如图2所示，则长方形 $ABCD$ 面积为（ ）



- A. 20 B. 28 C. 48 D. 24

6. 如图，长方形 $ABCD$ 中， $AB=2$ ， $AD=3$ ，点 P 从点 A 出发，以 1cm/s 的速度沿 $A-B-C-D$ 运动，到达点 D 后停止运动，若点 P 的运动时间为 $t(\text{s})$ ， $\triangle PAD$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$ ，则 y 与 t 之间函数关系的大致图像是（ ）



7. 下列函数中，自变量取值范围是 $x \geq 3$ 的是（ ）

- A. $y = \frac{1}{x-3}$ B. $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$ C. $y = x-3$ D. $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x+5}$

二、填空题

8. A 、 B 两座城市之间有一条高速公路，甲、乙两辆汽车同时分别从这条路两端的入口处驶入（城区与入口的距离忽略不计），并始终在高速公路上正常行驶。甲车驶往 B 城，乙车驶往 A 城，已知甲车以 90 千米 / 时的速度匀速行驶。两车之间的距离 s （千米）与行驶时间 x （小时）之间的关系如图。给出下列结论：① A 、 B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/905234040242012022>