备考2024年中考数学探究性训练专题16 分段函数与函数动点问题

一、选择题

1．某书定价8元，如果一次购买10本以上，超过10本部分打八折，那么付款金额 y ，与购书数量 x 之间的函数关系如何，同学们对此展开了讨论：

⑴小明说： y 与 x 之间的函数关系为 $y=6.4x+16$ ；

⑵小刚说： y 与 x 之间的函数关系为 $y=8x$ ；

⑶小聪说： y 与 x 之间的函数关系在 $0\le x\le 10$ 时， $y=8x$ ；在 $x>10$ 时，$y=6.4x+16$ ；

⑷小斌说；我认为用下面的列表法也能表示它们之间的关系．

购买量/本	1	2	3	4	…	9	10	11	12	…
付款金额/元	8	16	24	32	…	72	80	86.4	92.8	…

其中，表示函数关系正确的个数有（　　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

二、填空题

2．小明同学在研究函数$y=\begin{cases}a|x+1|(x\le 0)\\ a|x-1|(x>0)\end{cases}$（$a>0$，$a$为常数）时，得到以下四个结论：

①当$x>1$时，y随x的增大而增大；②当$-1\le x\le 1$时，y有最小值0，没有最大值；

③该函数的图象关于y轴对称；④若该函数的图象与直线$y=b$（b为常数）至少有3个交点，则$0<b\le a$．其中正确的结论是_____.（请填写序号）

3．心理学家研究发现：一般情形下，在一节40分钟的课中，学生的注意力随教师讲课的时间变化而变化．开始上课时，学生的注意力逐步增强，中间有一段时间学生的注意力保持为理想的稳定状态，随后学生的汪意力开始分散．经过实验分析，知学生的注意力指数y随时间x（分钟）的变化规律为：

$$y=\begin{cases}4x+60,\ (0\le x\le 10)\\ 100,\ (10<x\le 20)\\ \dfrac{1}{32}x^2-\dfrac{31}{8}x+165,\ (20<x\le 40)\end{cases}$$

有一道数学竞赛题需要讲解16.5分钟，为了使效果更好，要求学生的注意力指数最低值达到最大．那么，教师经过适当安排，应在上课的第_____分钟开始讲解这道题．

4．在数学综合实践课中，小明和同学对类似八下教科书25页例2的问题进行拓展探索：

如图1，一根长为5米的木棍AB斜靠在一竖直的墙上，AO为4米，如果木棍的顶端A沿墙下滑x米，底端向外移动y米，下滑后的木棍记为CD，则x与y满足的等式$(4-x)^2+(3+y)^2=25$，即y关于

x的函数解析式为$y=\sqrt{25-(4-x)^2}-3$，小明利用画图软件画出了该函数图象如图 2，

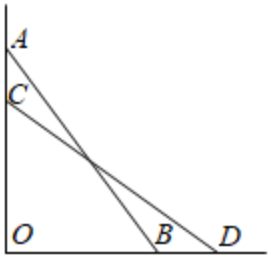


图 1

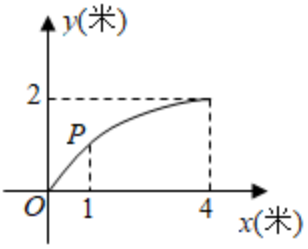


图 2

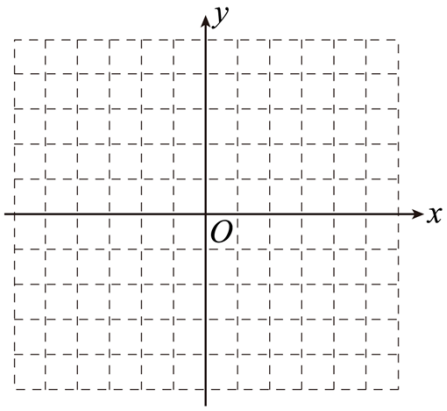
（1）请写出图象上点P的坐标（1，_____）

（2）根据图象，当x的取值范围为_____时，$\triangle COD$的周长大于$\triangle AOB$的周长.

三、数形结合探究题

5．小飞哥根据学习“一次函数”时积累的经验，对函数$y=|x-1|-3$的图象与性质进行了探究，下面是小飞哥的探究过程，请补充完整：

（1）平面直角坐标系中，画出函数$y=|x-1|-3$的图象：



①在函数$y=|x-1|-3$中，自变量的取值范围是_____；

②列表：

x	…	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	0	-1	-2	-3	-2	m	…

其中，$m=$_____；

③描点、连线，在平面直角坐标系中，画出$y=|x-1|-3$的图象；_____

（2）结合所画函数图象，写出$y=|x-1|-3$两条不同类型的性质；

性质 1：_____；

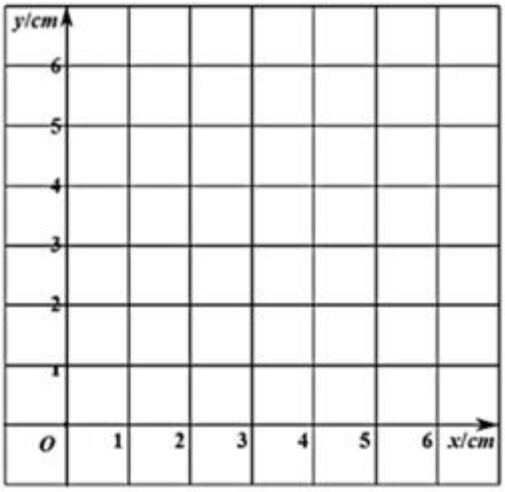
性质 2：_____；

（3）小飞哥利用所画函数图象，估算不等式$|x-1|-3\le-\frac{1}{3}x$的解集是_____.

6．

在等腰直角三角形 ABC 中，AB=AC，∠BAC=90°，点 P 为射线 BA 上一个动点，连接 PC，点 D 在直线 BC 上，且 PD=PC。过点 P 作 EP⊥PC 于点 P，点 D，E 在直线 AC 的同侧，且 PE=PC，连接 BE。请用等式表示线段 BE，BP，BC 之间的数量关系。

小明根据学习函数的经验，对线段 BE，BP，BC 的长度之间的关系进行了探究。下面是小明的探究过程。请补充完整：



（1）对于点 PC 在射线 BA 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 BE，BP，BC 的长度的几组值，如下表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
BC/cm	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83
BE/cm	2.10	1.32	0.53	0.00	1.32	2.10	4.37	5.6
BP/cm	0.52	1.07	1.63	2.00	2.92	3.48	5.09	5.97

在 BE，BP，BC 的长度这三个量中，确定_____的长度是自变量，_____的长度和_____的长度都是这个自变量的函数，_____的长度是常量。

（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出(1)中所确定的函数的图象；

（3）结合函数图象，解决问题：请用等式表示线段 BE，BP，BC 之间的数量关系。

7．如图 1，AB 为半圆 O 的直径，半径的长为 4cm，点 C 为半圆上一动点，过点 C 作 CE⊥AB，垂足为点 E，点 D 为弧 AC 的中点，连接 DE，如果 DE=2OE，求线段 AE 的长.

小何根据学习函数的经验，将此问题转化为函数问题解决.

小华假设 AE 的长度为 xcm，线段 DE 的长度为 ycm.

（当点 C 与点 A 重合时，AE 的长度为 0cm），对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行探究.

下面是小何的探究过程，请补充完整：（说明：相关数据保留一位小数）.

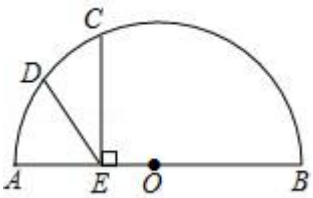
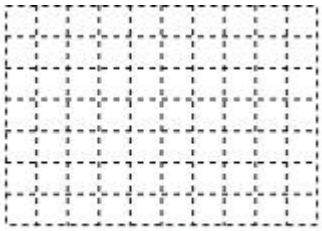


图1


图2

（1）通过取点、画图、测量，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x/cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y/cm	0	1.6	2.5	3.3	4.0	4.7	_____	5.8	5.7

当 x=6cm 时，请你在图中帮助小何完成作图，并使用刻度尺度量此时线段 DE 的长度，填写在表格空白处：

（2）在图 2 中建立平面直角坐标系，描出补全后的表中各组对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

（3）结合画出的函数图象解决问题，当 DE=2OE 时，AE 的长度约为_____cm.

8．如图，点 E 是矩形 ABCD 边 AB 上一动点（不与点 B 重合），过点 E 作 EF⊥DE 交 BC 于点 F，连接 DF，已知 AB＝4cm，AD＝2cm，设 A，E 两点间的距离为 xcm，△DEF 面积为 ycm^2.

小明根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小明的探究过程，请补充完整：

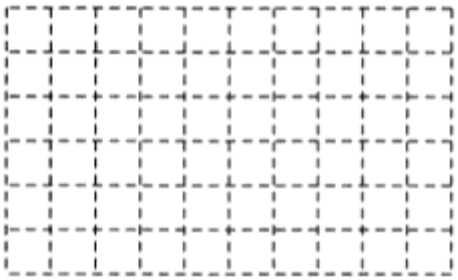
（1）确定自变量 x 的取值范围是_____；

（2）通过取点、画图、测量、分析，得到了 x 与 y 的几组值，如表：

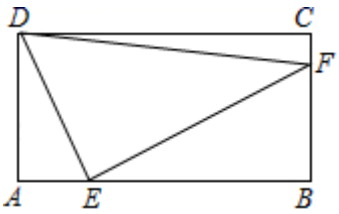
x/cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	…
y/cm^2	4.0	3.7		3.9		3.8	3.3	2.0	…

（说明：补全表格时相关数值保留一位小数）

（3）建立平面直角坐标系，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

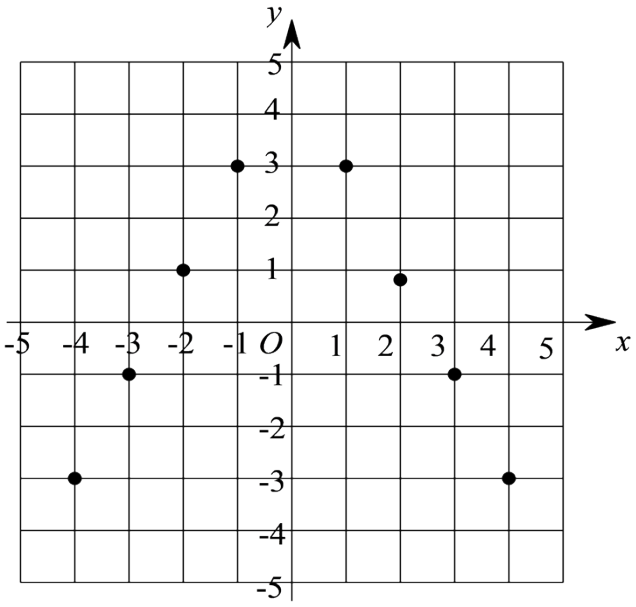


（4）结合画出的函数图象，解决问题：当△DEF 面积最大时，AE 的长度为_____cm.



9．问题探究：嘉嘉同学根据学习函数的经验，对函数 y=-2|x|+5 的图象和性质进行了探究.下面是嘉嘉的探究过程，请你解决相关问题：

（1）如图，嘉嘉同学在平面直角坐标系中，描出了以表中各对对应值为坐标的点，请你根据描出的点，画出该函数的图象：



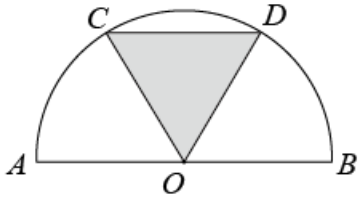
若 A（m，n），B（6，n）为该函数图象上不同的两点，则 m=_____▲_____；

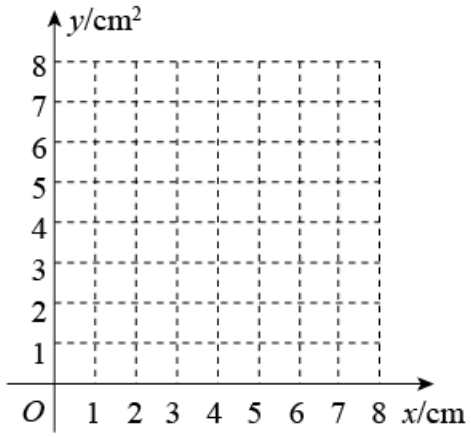
（2）观察函数 y=-2|x|+5 的图象，写出该图象的两条性质；

（3）直接写出，当 0＜-2|x|+5≤3 时，自变量 x 的取值范围.

10．小航在学习中遇到这样一个问题：

如图，点 C 是$\overset{\frown}{AB}$上一动点，直径$AB=8cm$，过点 C 作$CD \parallel AB$交$\overset{\frown}{AB}$于点 D，O 为 AB 的中点，连接 OC，OD，当 $\triangle OCD$的面积为$3.5cm^2$时，求线段 CD 的长.





小航结合学习函数的经验探究此问题，请将下面的探究过程补充完整：

（1）根据点 C 在$\overset{\frown}{AB}$上的不同位置，画出相应的图形，测量、计算线段 CD 的长度和 $\triangle OCD$的面积$S_{\triangle OCD}$得到下表的几组对应值（当点 C 与点 A 或点 B 重合时，$\triangle OCD$的面积为 0）.

CD/cm	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
$S_{\triangle OCD}/cm^2$	0	2.0	3.9	5.6	m	7.8	7.9	6.8	0

填空：m=_____.（结果保留一位小数，参考数据：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$）

（2）将线段 CD 的长度作为自变量 x（cm），$\triangle OCD$的面积是 x 的函数，记为$y(cm^2)$，请在如下平面直角坐标系 xOy 中画出 y 关于 x 的函数图象，并根据图象判断下列说法是否正确.（正确的打“√”，错误的打“×”）

①该函数图象为抛物线的一部分；（　　）

②当$x>3$时，y 随 x 的增大而增大；（　　）

③$\triangle OCD$的面积有最大值.（　　）

（3）继续在同一坐标系中画出所需的图象，并结合图象直接写出：当$\triangle OCD$的面积为$3.5cm^2$时，线段 CD 长度的近似值.（结果保留一位小数）

11．如图 1，$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，$AB=4$cm，点 D 为 AB 边上的动点（点 D 不与点 A，B 重合），过点 D 作$ED\perp CD$交直线 AC 于点 E.在点 D 由点 A 到点 B 运动的过程中，设$AD=x$cm，$AE=y$cm.根据学习函数的经验，可对函数 y 随 x 的变化而变化的情况进行了探究，请将探究过程补充完整：

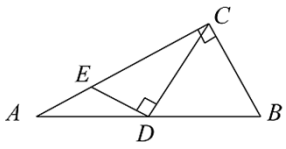


图 1

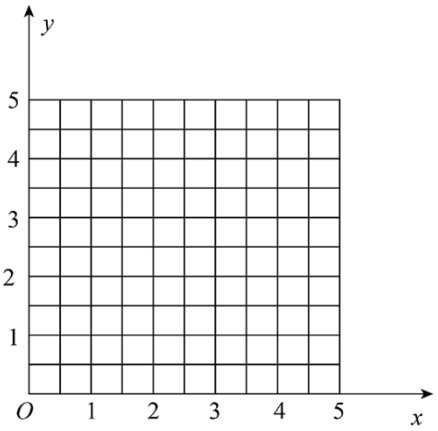


图 2

（1）通过取点、画图、测量或计算，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x/cm	…	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	…
y/cm	…	0.4	0.8	1.0	m	1.0	0	4.0	…

则表中 m 的值为_____.（保留一位小数）

（2）在图 2 的平面直角坐标系xOy中，以表格中各对 x，y 的值为坐标描点，并画出该函数的大致图象；

（3）结合（2）中画出的函数图象，解决问题：当$AE=\frac{1}{3}AD$时，AD 的长度约为_____ cm.

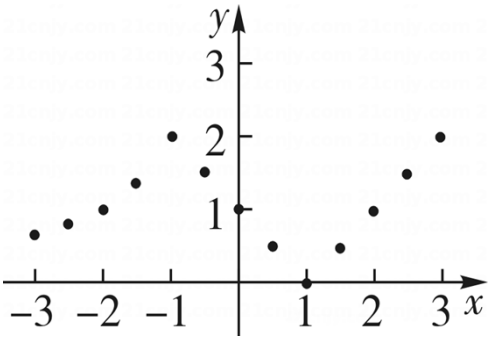
12．若一个函数当自变量在不同范围内取值时，函数表达式不同，我们称这样的函数为分段函数，下面我们参照学习函数的过程与方法，探究分段函数 $y=\begin{cases}-\frac{2}{x}(x\le -1)\\ |x-1|(x>-1)\end{cases}$ 的图象与性质，探究过程如下，请补充完整.

（1）列表：

x	…	-3	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	…
y	…	m	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{4}{3}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	n	…

其中，$m=$_____，$n=$_____.

（2）描点：在平面直角坐标系中，以自变量 x 的取值为横坐标，以相应的函数值 y 为纵坐标，描出相应的点，如图所示，请画出函数的图象.

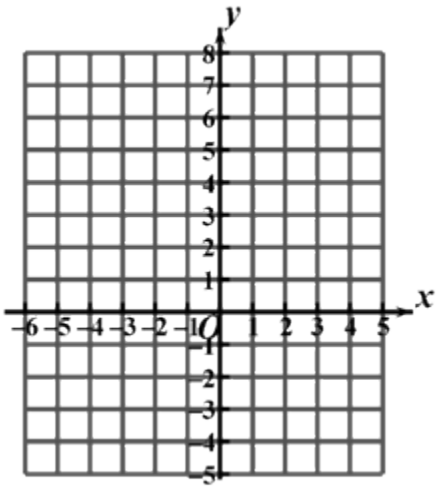


（3）研究函数并结合图象与表格，回答下列问题：

①点 $A(-6,\ y_1)$，$B(-\frac{7}{2},\ y_2)$，$C(x_1,\ \frac{3}{2})$，$D(x_2,\ 6)$ ，在函数图象上，则 y_1_____ y_2 ， x_1_____ x_2 ；（填“＞”，“＝”或“＜”）

②当函数值时 $y=1$ ，求自变量 x 的值；

13．小东同学根据函数的学习经验，对函数 y＝ $|x-1|$ ＋ $|x+3|$ 进行了探究，



下面是他的探究过程：

（1）已知 x＝－3 时 $|x+3|$ ＝0；x＝1 时 $|x-1|$ ＝0，化简：

①当 x＜－3 时，y＝_____

②当－3≤x≤1 时，y＝_____

③当 x＞1 时，y＝_____

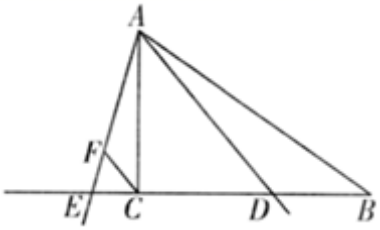
（2）在平面直角坐标系中画出 y＝ $|x-1|$ ＋ $|x+3|$ 的图像，根据图像，写出该函数的一条性质.

（3）根据上面的探究解决，下面问题：

已知 A(a，0)是 x 轴上一动点，B(1，0)，C(－3，0)，则 AB＋AC 的最小值是_____

14．在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90°$ ， $AC=6cm$ ， $BC=8cm$ ，将 $\angle BAC$ 绕点 A 顺时针旋转，角的两边分别交射线 BC 于 D ， E 两点， F 为 AE 上一点，连接 CF ，且 $\angle ACF=\angle B$

（当点 B ， D 重合时，点 C ， F 也重合）.设 B ， D 两点间的距离为 $xcm(0 \leq x \leq 8)$ ，A ， F 两点间的距离为 ycm .



小刚根据学习函数的经验，对因变量 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小刚的探究过程，请补充完整.

（1）列表：下表的已知数据是根据 B ， D 两点间的距离 x 进行取点，画图，测量分别得到了 x 与 y 的几组对应值；

x/c	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	6	7	8
y/c	6.00	5.76	5.53	5.31	5.09	4.88	4.69	4.50	4.33	4.17	4.02	3.79	3.65	a

请你通过计算补全表格： $a=$ _____；

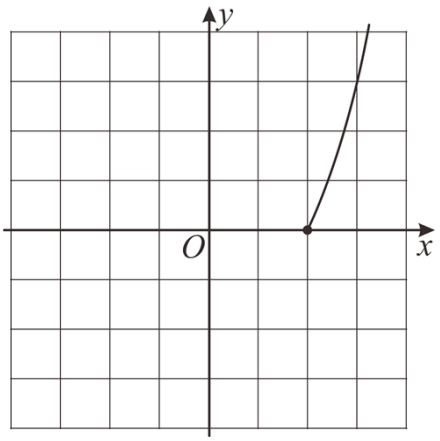
（2）描点、连线：在平面直角坐标系 xOy 中，描出表中各组数值所对应的点 (x, y) ，并画出函数 y 关于 x 的图象；



（3）探究性质：随着自变量 x 的不断增大，函数 y 的变化趋势；

（4）解决问题：当 $AF=CD$ 时， BD 的长度大约是_____cm .（结果保留两位小数）

15．利用函数图象探究方程 x|x-2|=$\frac{1}{2}$的实数根的个数.



（1）设函数 y=x|x-2|，则这个函数的图象与直线 y=$\frac{1}{2}$的交点的_____坐标（填横或纵）就是方程 x|x-2|=$\frac{1}{2}$的实数根．

（2）分类讨论：当 x<2 时，y=-x^2+2x；当 x≥2 时，y=_____．

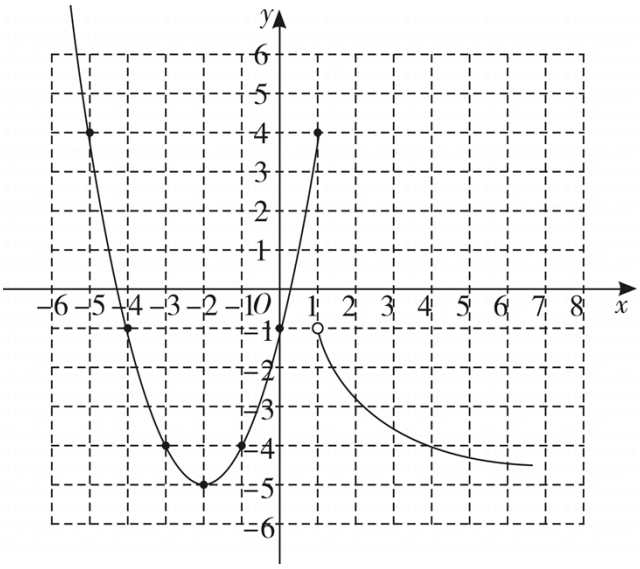
（3）在给定的坐标系中，已经画出了当 x≥2 时的函数图象，请根据（2）中的解析式，通过描点，连线，画出当 x<2 时的函数图象．

（4）在给定的坐标系中画直线 y=$\frac{1}{2}$，观察图象可知方程 x|x-2|=$\frac{1}{2}$的实数根有_____个．

（5）深入探究：若关于 x 的方程 2x|x-2|=m 有 3 个实数根，则 m 的取值范围是_____

16．在函数的学习过程中，我们经历“画函数图象一利用函数图象研究其性质一运用函数图象解决问题”的学习过程．

下面根据学习函数的过程和方法，探究分段函数$y==\begin{cases}x^2+4x-1(x\le 1)\\ \frac{4}{x}-5(x>1)\end{cases}$的相关性质和应用．



（1）在如图所示的平面直角坐标系中，画出了分段函数图象的一部分，补全该分段函数的图象．

x	.....	-5	-4	-3	-2	-1	0	1

y	……	4	-1	-4	-5	-4	-1	4

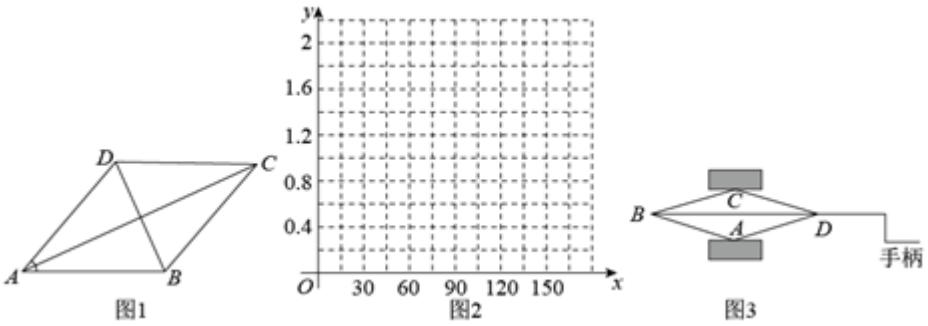
写出该分段函数的一条性质：_____；

（2）直线$y=k$与该分段函数的图象有2个交点，则k的取值范围是_____；

（3）若该分段函数图象上有两点$A(-3,\ y_1)B(m,\ y_2)$，且$y_1<y_2$，则m的取值范围是_____；

（4）当$x\geq a$时，函数值y的取值范围为$-5\leq y\leq b$，当a取某个范围内的任意值时，b为定值，直接写出满足条件的a的取值范围及其对应的b值．

17．如图 1 ，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=1cm$ ，连结 $AC,\ BD$ ．设 $\angle DAB=x$ $(0^\circ<x<180^\circ)$ ，$y=|AC-BD|$ ， 小宁根据学习函数的经验，对变量 y 与 x 之间的关系进行了如下探究．



（1）【探究】列表：通过观察补全下表（精确到 0.01）．

$x/^\circ$	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165
y/cm	1.72		1.08		0.37	0		0.73	1.08	1.41	1.72

描点、连线：在图 2 中描出表中各组数值所对应的点 $(x,\ y)$ ，并画出 y 关于 x 的函数图象．

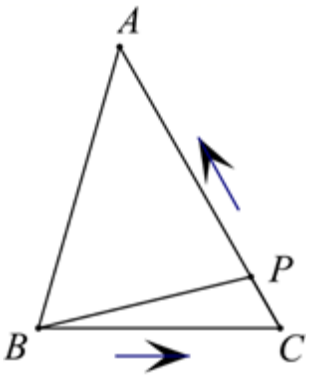
（2）【发现】结合画出的函数图象，写出该函数的两条性质：

①_____；

②_____．

（3）【应用】有一种 “千斤顶”，它是由 4 根长为 $30cm$ 的连杆组成的菱形 $ABCD$ ，当手柄顺时针旋转时， B、D 两点的距离变小（如图 3）．在这个过程中，当 $|AC-BD|=33cm$ 时， $\angle BAD$ 的度数约为_____．（精确到 1°）．

18．如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=60^\circ$ ， $BC=3$ 厘米， $AC=4$ 厘米，点 P 从点 B 出发，沿 $B\to C\to A$ 以每秒 1 厘米的速度匀速运动到点 A．设点 P 的运动时间为 x 秒，B、P 两点间的距离为 y 厘米．小新根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究．下面是小新的探究过程，请补充完整：



（1）通过取点、画图、测量，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x（s）	0	1	2	3	4	5	6	7
y（ cm ）	0	1.0	2.0	3.0	2.7	2.7	m	3.6

m 的值是_____.

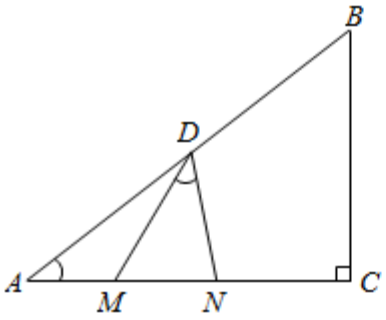
（2）建立平面直角坐标系，描出表格中所有各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

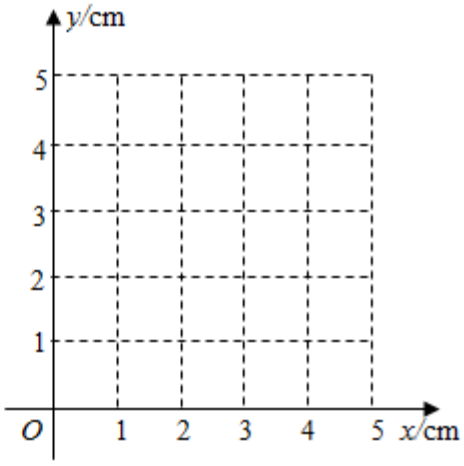


（3）结合画出的函数图象，解决问题：在曲线部分的最低点时，在 $\triangle ABC$ 中画出点 P 所在的位置，此时 P 运动的时间为__▲__ 秒

19．如图，在△ABC 中，∠C＝90°，BC＝6cm，AC＝8cm，点 D 是 AB 的中点，以 D 为顶点作∠MDN＝∠A，∠MDN 的两边分别与线段 AC 交于点 M.N（点 M 在点 N 左边）.设 A，M 两点间的距离为 xcm，C、N 两点间的距离为 ycm.

小明根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.下面是小明的探究过程，请补充完整.





（1）列表：下表的已知数据是根据 A，M 两点间的距离 x 进行取点、画图、测量，分别得到了 x 与 y 的几组对应值：

x/cm	0	0.6	1.2	1.8	2.3	2.9	3.4	3.5	4.0	4.3	4.5	4.7	4.8
y/cm	a	4.6	4.3	3.9	3.6	3.1	2.6	2.4	b	1.2	0.9	0.4	0.2

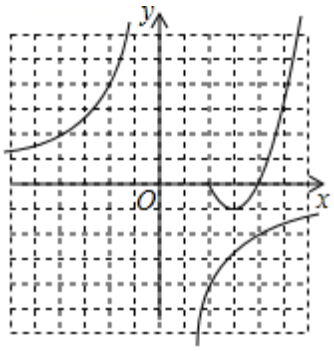
请你补全表格：a＝_____；b＝_____.

（2）描点、连线：在平面直角坐标系 xOy 中，描出表中各组数值所对应的点（x，y），并画出函数 y 关于 x 的图象：

（3）探究性质：随着自变量 x 的不断增大，函数 y 的变化趋势：_____.

（4）解决问题：当 AM＝CN 时，A、M 两点间的距离大约是_____cm.（保留一位小数）

20．某数学小组对函数 $y_1=\begin{cases}|x-2|(x\le 2)\\ x^2+bx+8(x>2)\end{cases}$ 图象和性质进行探究.当 x＝4 时，y_1＝0.



（1）当 x＝5 时，求 y_1 的值；

（2）在给出的平面直角坐标系中，补全这个函数的图象，并写出这个函数的一条性质；

（3）进一步探究函数图象并解决问题：已知函数 $y_2=-\frac{8}{x}$ 的图象如图所示，结合函数 y_1 的图象，直接写出不等式 $y_1\ge y_2$ 的解集.

21．有这样一个问题：探究函数 $y=\sqrt{(2x-1)^2}$ 的图象与性质．小美根据学习函数的经验，对函数 $y=\sqrt{(2x-1)^2}$ 的图象与性质进行了探究．下面是小美的探究过程，请补充完整：

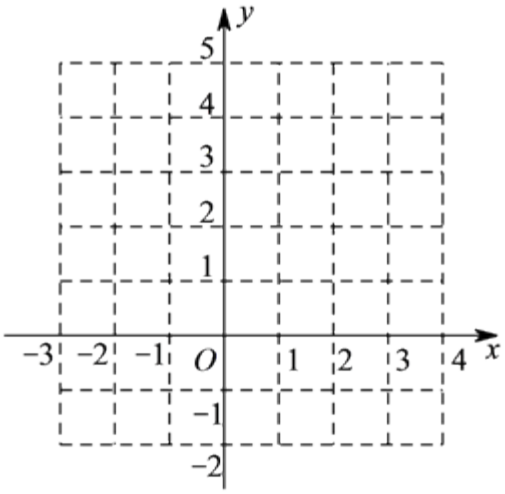
（1）函数 $y=\sqrt{(2x-1)^2}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

（2）下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	…	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	…
y	…	3	2	1	0	1	2	3	…

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出以上表中各对对应值为坐标的点.

根据描出的点，画出该函数的图象，标出函数的解析式.



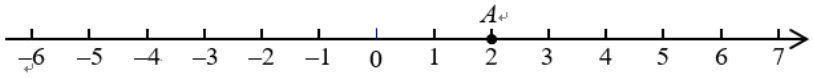
（3）结合函数的图象，写出该函数的一条性质：_____.

22．探究与应用

【探究发现】

某数学小组的同学在学习完函数及一次函数后，掌握了函数的探究路径，即：定义→图像→性质→应用，他们尝试沿着此路径探究下列情景问题：

点 A 是数轴上一点，表示的数是 2；点 B 是数轴上一动点，若它表示的数是 x，AB的距离为 y．随着 x 的变化，AB的距离 y 会如何变化呢？



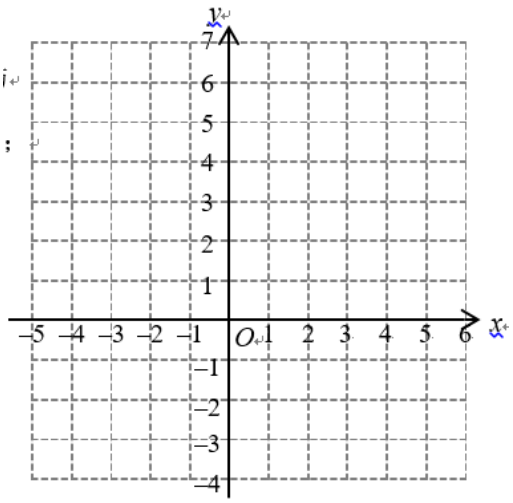
（1）数学小组通过列表得到以下数据：

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
y	...	4	m	2	1	0	1	2	3	...

其中 m=_____.

数学小组发现给定一个 x 的值，就会有唯一的一个 y 值与之对应，y 是 x 的函数吗？_____（填“是”或“不是”）；

（2）请通过描点、连线画出该函数图象，并根据函数图象写出该函数的一条性质：____▲____；



（3）【应用拓展】

若点$P(a,\ n)$，$Q(b,\ n)$均在该函数图象上，请直接写出 a，b 满足的数量关系：_____；

（4）将该函数图象在直线$y=2$上方的部分保持不变，下方的图象沿直线$y=2$进行翻折，得到新函数图象，若一次函数$y=kx+3$与该函数图象只有一个交点，则 k 的取值范围为_____.

(备注：直线 y=2 即过点$(0,\ 2)$且与 x 轴平行的直线．)

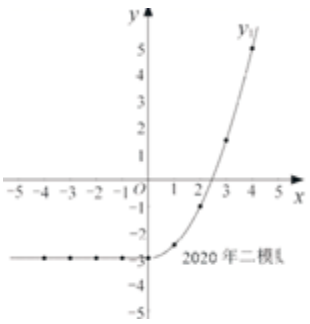
23．已知 y_1，y_2 均是 x 的函数，下表是 y_1，y_2 与 x 的几组对应值．

x	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y_1	…	−3	−3	−3	−3	−3	−2.5	−1	1.5	5	…
y_2	…	−1.88	−2.4	−3.2	−4	0	4	3.2	2.4	1.88	…

小聪根据学习函数的经验，利用上述表格所反映出的 y_1，y_2 与 x 之间的变化规律，分别对函数 y_1，y_2 的图象与性质进行了探究．

下面是小聪的探究过程，请补充完整：

（1）如图，在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出上表中各组数值所对应的点 $(x,\ y_1)$，$(x,\ y_2)$，并画出函数 y_1，y_2 的图象；



（2）结合画出的函数图象，解决问题：

①当 $x=3.5$ 时，对应的函数值 y_1 约为_____；

②写出函数 y_2 的一条性质：_____；

③当 $y_1>y_2$ 时， x 的取值范围是_____.

24．小星在学习中遇到这样一个问题：如图 1$Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90°$ ， $AB=6cm$ ， $AC=10cm$ ，点 E 在线段 CB 上，且 $EC=2cm$ ，点 P 是线段 BE 上一动点，连接 AP ，以 A 为圆心、 AP 的长为半径画弧交线段 AE 于点 Q ，连接 PQ ，当 BP 是 $\triangle PQE$ 中某条边的 1．5 倍时，求 BP 的长.小星的探究过程如下：

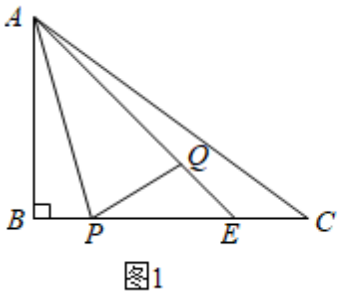


图1

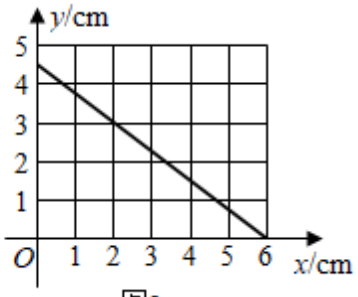


图2

⑴小星分析发现，有三种可能存在的情况，其中，当 $BP=1.5PE$ 时，通过推理计算可得 BP 的长为_____cm .但当他进一步研究其余两种情况时，发现很难通过常规的推理计算得到 BP 的长，于是尝试利用学习函数的经验解决问题.

⑵小星将线段 BP 的长度记为 x ， PQ 和 QE 的长度分别记为 y_1 ， y_2 ，并分别对函数 y_1 ， y_2 随着自变量 x 的变化规律进行探究.小星通过取点、画图、测量，得到了下表中的几组对应值：

x/cm	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
y_1/cm	4.59	3.71	2.91	2.15	1.42	0.71	0
y_2/cm		2.40	2.16	1.78	1.27	0.68	0

①在探究过程中，小星发现当 $BP=0$ 时，无须测量可以求出 QE 的长，此时 QE 的长约为_____cm （结果精确到 0.01 .参考数据： $\sqrt{2}\approx1.414$ ）.

②利用表格中的数据，小星已经在图 2 所示的平面直角坐标系中画出了 y_1 关于 x 的函数图象，请你根据上文中 y_2 和 x 的 7 组对应值在此平面直角坐标系中描点，并画出 y_2 关于 x 的函数图象

⑶小星发现，想用函数图象彻底解决这个问题，还需要在平面直角坐标系内再画出一个函数的图象，请直接写出这个函数的解析式：_____，并在上述平面直角坐标系中画出该函数的图象.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/906030214050010111