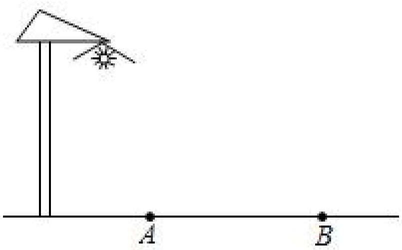
2022-2023学年山东省青岛三十九中九年级（下）期初数学试卷

一.选择题（本题共8小题，每小题3分，共24分）

1.（3分）如图，小明夜晚从路灯下A处走到B处这一过程中，他在路上的影子（　　）



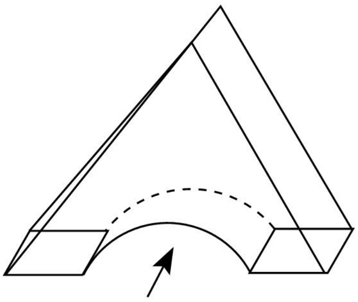
A．逐渐变长　　B．逐渐变短

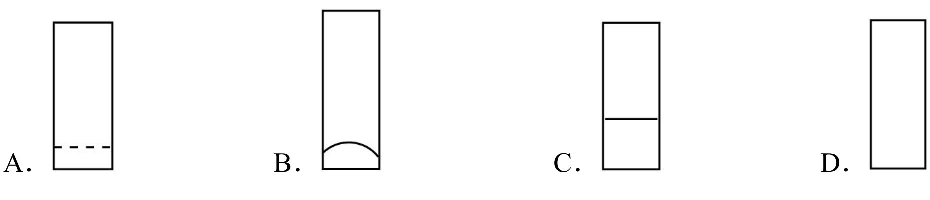
C．长度不变　　D．先变短后变长

2.（3分）已知关于x的一元二次方程$(a-1)x^2-2x+1=0$有两个不相等的实数根，则a的取值范围是（　　）

A．$a<2$　　B．$a>2$　　C．$a<2$且$a\neq1$　　D．$a<-2$

3.（3分）如图所示的几何体的左视图为（　　）

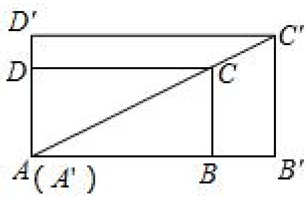




4.（3分）反比例函数$y=\frac{3}{x}$图象上有三个点(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，(x_3,y_3)，若$x_1<x_2<0<x_3$，则y_1、y_2、y_3的大小关系是（　　）

A．$y_2<y_1<y_3$　　B．$y_1<y_2<y_3$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_3<y_2<y_1$

5.（3分）如图矩形$ABCD$与矩形$A'B'C'D'$是位似图形，点A是位似中心，矩形$ABCD$的周长是24，$BB'=4$，$DD'=2$，则AB和AD的长是（　　）

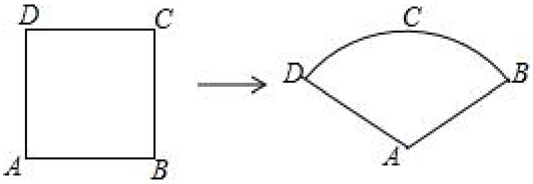


A．4，2　　B．8，4　　C．8，6　　D．10，6

6．（3 分）已知 Rt△ABC 中，∠C＝90°，CD 是 AB 边上的高，且 AB＝5，cos$A$＝$\frac{4}{5}$，则 CD 的长为（　　）

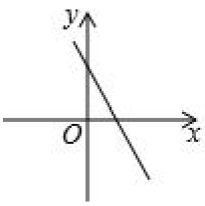
A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$\frac{12}{5}$　　D．$\frac{16}{5}$

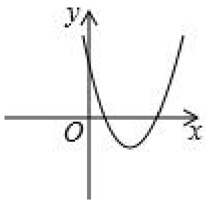
7．（3 分）如图，某数学兴趣小组将边长为 5 的正方形铁丝框 $ABCD$ 变形为以 A 为圆心，AB 为半径的扇形（忽略铁丝的粗细），则所得的扇形 ABD 的面积为（　　）



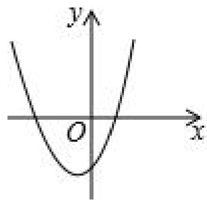
A．$\frac{25}{5}\pi$　　B．$\frac{25}{3}\pi$　　C．25　　D．20

8．（3 分）已知一次函数 $y=\frac{b}{a}x+c$ 的图象如图，则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 在平面直角坐标系中的图象可能是（　　）

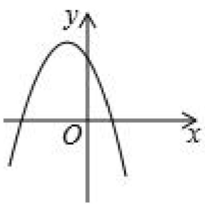




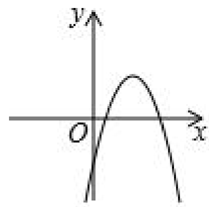
A．



B．



C．



D．

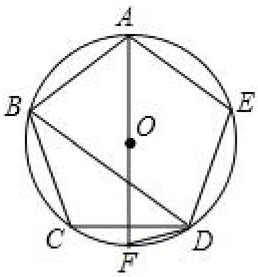
二.填空题（共 6 小题）

9．（3 分）计算：$2^{-1}\times\sqrt{12}+2\cos30°$ ＝__________________.

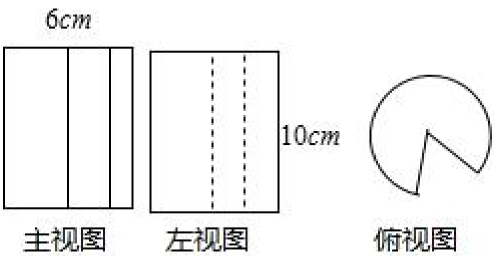
10．（3 分）已知二次函数 $y=3x^2+c$ 与正比例函数 $y=4x$ 的图象只有一个交点，则 c 的值为 ____________________.

11．（3 分）一个主持人站在舞台的黄金分割点处最自然得体，如果舞台 AB 长为 20 米，一个主持人现在站在 A 处，则他应至少再走______________________米才最理想.

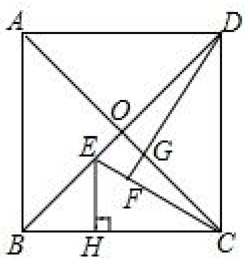
12．（3 分）如图，五边形 $ABCDE$ 是⊙O 的内接正五边形，AF 是⊙O 的直径，则∠BDF 的度数是_________°.



13．（4 分）用硬纸壳做一个如图所示的几何体，其底面是圆心角为 300° 的扇形，则该几何体的表面积为_______________cm^2.



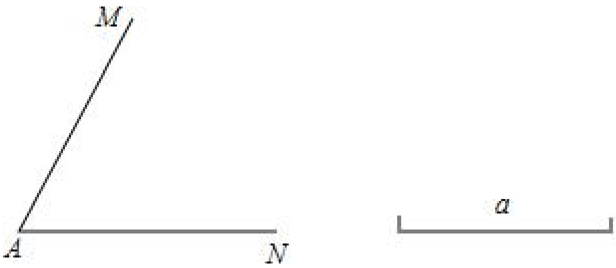
14．（4 分）如图，点 O 是正方形 $ABCD$ 对角线 AC 和 BD 的交点，E 是 BD 上一点，过点 D 作 $DF \perp CE$ 于 F，交 OC 于 G，过点 E 作 $EH \perp BC$ 于 H，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，∠$ECH=30°$，则线段 CG 的长为______________________.



三.作图题（本题满分 4 分）

15．（4 分）已知：∠MAN 和线段 a.

求作：菱形 $ABCD$，使顶点 B，D 分别在射线 AM，AN 上，且对角线 $AC=a$.



四.解答题（本题满分 72 分，共有 10 道小题）

16.（8 分）解方程：

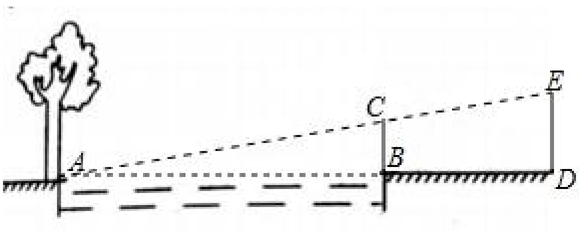
（1）$x^2-2x-3=0$；

（2）$(y+2)^2=(2y-1)^2$.

17.（6 分）小华和小军做摸球游戏：A 袋装有编号为 1，2，3 的三个小球，B 袋装有编号为 4，5，6 的三个小球，两袋中的所有小球除编号外都相同．从两个袋子中分别随机摸出一个小球，若 B 袋摸出小球的编号与 A 袋摸出小球的编号之差为偶数，则小华胜，否则小军胜．这个游戏对双方公平吗？请说明理由．

18.（6 分）周末，小华和小亮想用所学的数学知识测量家门前小河的宽．测量时，他们选择了河对岸岸边的一棵大树，将其底部作为点 A，在他们所在的岸边选择了点 B，使得 AB 与河岸垂直，并在 B 点竖起标杆 BC，再在 AB 的延长线上选择点 D，竖起标杆 DE，使得点 E 与点 C、A 共线．

已知：$CB\perp AD$，$ED\perp AD$，测得 $BC=1m$，$DE=1.5m$，$BD=8.5m$．测量示意图如图所示．请根据相关测量信息，求河宽 AB．

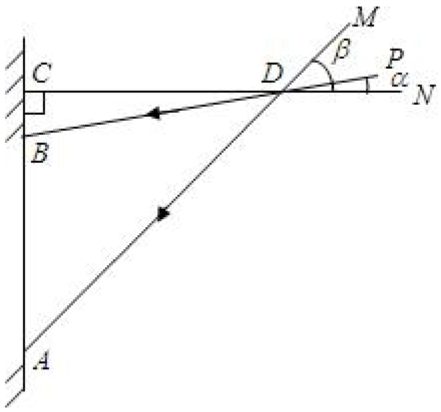


19.（6 分）某种品牌运动服经过两次降价，每件零售价由 550 元降为 352 元，已知两次降价的百分率相同，求每次降价的百分率．

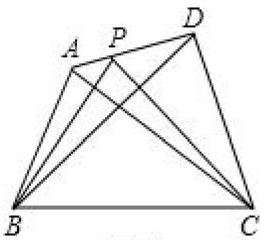
20.（6 分）在一次综合实践课上，同学们为教室窗户设计一个遮阳篷，小明同学绘制的设计图如图所示，其中 AB 表示窗户，且 $AB=2$ 米，BCD 表示直角遮阳篷，已知当地一年中正午时刻太阳光与水平线 CD 的最小夹角 $\angle PDN=18.6°$，最大夹角 $\angle MDN=64.5°$

请你根据以上数据，帮助小明同学计算出遮阳篷中 CD 的长是多少米？（结果精确到 0.1）

（参考数据：$\sin 18.6°\approx 0.32$，$\tan 18.6°\approx 0.34$，$\sin 64.5°\approx 0.90$，$\tan 64.5°\approx 2.1$）



21．（6分）提出问题：如图①，在四边形 $ABCD$ 中，P 是 AD 边上任意一点，$\triangle PBC$ 与$\triangle$

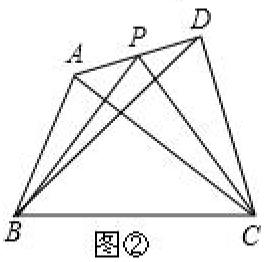


ABC 和$\triangle DBC$ 的面积之间有什么关系？

图①

探究发现：为了解决这个问题，我们可以先从一些简单的、特殊的情形入手：

（1）当 $AP=\frac{1}{2}AD$ 时（如图②）：



图②

$\because AP=\frac{1}{2}AD$，$\triangle ABP$ 和$\triangle ABD$ 的高相等，

$\therefore S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABD}$.

$\because PD=AD-AP=\frac{1}{2}AD$，$\triangle CDP$ 和$\triangle CDA$ 的高相等，

$\therefore S_{\triangle CDP}=\frac{1}{2}S_{\triangle CDA}$.

$\therefore S_{\triangle PBC}=S_{\text{四边形}ABCD}-S_{\triangle ABP}-S_{\triangle CDP}$

$=S_{\text{四边形}ABCD}-\frac{1}{2}S_{\triangle ABD}-\frac{1}{2}S_{\triangle CDA}$

$=S_{\text{四边形}ABCD}-\frac{1}{2}(S_{\text{四边形}ABCD}-S_{\triangle DBC})-\frac{1}{2}(S_{\text{四边形}ABCD}-S_{\triangle ABC})$

$=\frac{1}{2}S_{\triangle DBC}+\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$.

（2）当 $AP=\frac{1}{3}AD$ 时，探求 $S_{\triangle PBC}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 和 $S_{\triangle DBC}$ 之间的关系，写出求解过程；

（3）当 $AP=\frac{1}{6}AD$ 时，$S_{\triangle PBC}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 和 $S_{\triangle DBC}$ 之间的关系式为：______________________；

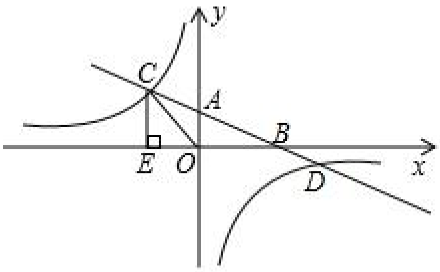
（4）一般地，当 $AP=\frac{1}{n}AD$（n 表示正整数）时，探求 $S_{\triangle PBC}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 和 $S_{\triangle DBC}$ 之间的关系，写出求解过程；

问题解决：当 $AP=\frac{m}{n}AD$（$0\leqslant\frac{m}{n}\leqslant1$）时，$S_{\triangle PBC}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 和 $S_{\triangle DBC}$ 之间的关系式为：______________________.

22.（8 分）如图，直线 $y=-\frac{1}{3}x+m$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 B、A 两点，与双曲线相交于 C、D 两点，过 C 作 $CE\perp x$ 轴于点 E，已知 $OB=3$，$OE=1$.

（1）求直线 AB 和双曲线的表达式；

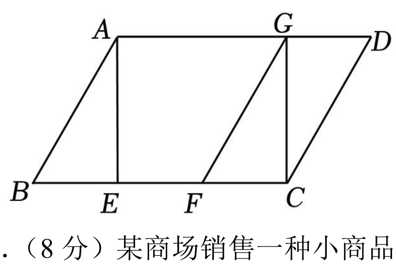
（2）设点 F 是 x 轴上一点，使得 $S_{\triangle CEF}=2S_{\triangle COB}$，求点 F 的坐标.



23.（8 分）已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AE 和 CG 是平行四边形的高.

（1）求证：$BE=DG$；

（2）若 $\angle B=60°$，$CF=BE$，当 AB 与 BC 满足什么数量关系时，四边形 $ABFG$ 是菱形？证明你的结论.



24.（8 分）某商场销售一种小商品，进货价为 5 元/件．当售价为 6 元/件时，每天的销售量为 100 件．在销售过程中发现：销售单价每上涨 1 元，每天的销售量就减少 10 件．设销售单价为 x 元/件（$x\geqslant6$），每天销售利润为 w 元.

（1）求 w 与 x 的函数关系式；

（2）若每件文具的利润不超过 60%，则每件文具的销售单价定为多少元时，每天获得的利润最大，最大利润是多少？

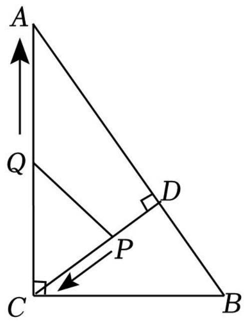
（3）要使每天销售利润不低于 280 元，求销售单价所在的范围．

25．（10 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=8$，$BC=6$，$CD\perp AB$ 于点 D．点 P 从点 D 出，沿线段 DC 向点 C 运动，点 Q 从点 C 出，沿线段 CA 向点 A 运动，两点同时出发，速度都为每秒 1 个单位长度，当点 P 运动到 C 时，两点都停止．设运动时间为 t 秒．

（1）当 t 为何值时，$PQ\perp AC$；

（2）连接 PB，求出四边形 $AQPB$ 的面积 S 与 t 的函数关系式．

（3）是否存在某一时刻 t，使得 P、Q、B 三点共线？若存在，求出 t 的值，若不存在，请说明理由．

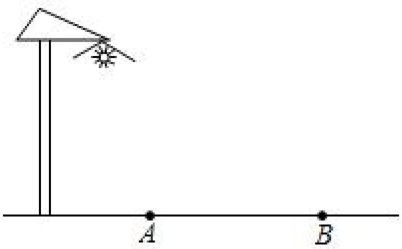


2022-2023 学年山东省青岛三十九中九年级（下）期初数学试卷

参考答案与试题解析

一.选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1．（3 分）如图，小明夜晚从路灯下 A 处走到 B 处这一过程中，他在路上的影子（　　）



A．逐渐变长　　　　B．逐渐变短

C．长度不变　　　　D．先变短后变长

【解答】解：当他远离路灯走向 B 处时，光线与地面的夹角越来越小，小明在地面上留下的影子越来越长，

所以他在走过一盏路灯的过程中，其影子的长度逐渐变长，

故选：A．

2．（3 分）已知关于 x 的一元二次方程（$a-1$）$x^2-2x+1=0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是（　　）

A．$a<2$　　B．$a>2$　　C．$a<2$ 且 $a\neq1$　　D．$a<-2$

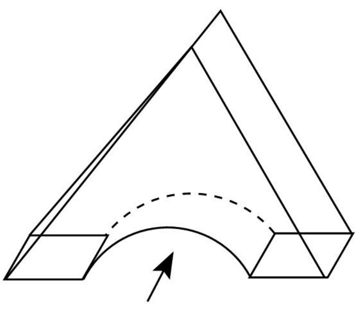
【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程（$a-1$）$x^2-2x+1=0$ 有两个不相等的实数根，

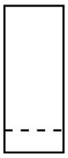
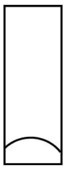
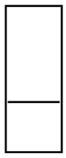
$$\therefore\begin{cases}a-1\neq0\\ \triangle=(-2)^2-4(a-1)>0\end{cases},$$

解得：$a<2$ 且 $a\neq1$．

故选：C．

3．（3 分）如图所示的几何体的左视图为（　　）



A.  B.  C.  D. 

【解答】解：从几何体的左面看，可得选项 A 的图形．

故选：A．

4．（3 分）反比例函数 $y=\frac{3}{x}$图象上有三个点（x_1，y_1），（x_2，y_2），（x_3，y_3），若 $x_1<x_2<0<x_3$，则 y_1、y_2、y_3 的大小关系是（　　）

A．$y_2<y_1<y_3$　　B．$y_1<y_2<y_3$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_3<y_2<y_1$

【解答】解：$\because k=3>0$，

$\therefore$反比例函数 $y=\frac{3}{x}$图象在一三象限，y 随 x 的增大而减小，

又$\because$点（x_1，y_1），（x_2，y_2），（x_3，y_3）在图象上，且 $x_1<x_2<0<x_3$，

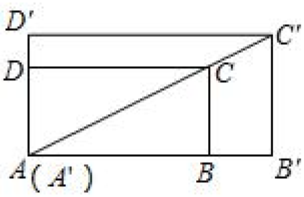
$\therefore$点（x_1，y_1），（x_2，y_2）在第三象限，$y_2<y_1<0$，

点（x_3，y_3）在第一象限，$y_3>0$，

$\therefore y_2<y_1<y_3$，

故选：A．

5．（3 分）如图矩形 $ABCD$ 与矩形 $A'B'C'D'$是位似图形，点 A 是位似中心，矩形 $ABCD$ 的周长是 24，$BB'=4$，$DD'=2$，则 AB 和 AD 的长是（　　）



A．4，2　　B．8，4　　C．8，6　　D．10，6

【解答】解：$\because$矩形 $ABCD$ 的周长是 24，

$\therefore AB+AD=12$，

$\therefore AD=12-AB$，

$\therefore AB'=AB+4$，$AD'=12-AB+2=14-AB$，

$\because$矩形 $ABCD$ 与矩形 $A'B'C'D'$是位似图形，

$\therefore CD\parallel C'D'$，$BC\parallel B'C'$，

$\therefore \frac{AD}{AD'}=\frac{AC}{AC'}$，$\frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}$，

$\therefore \frac{AD}{AD'}=\frac{AB}{AB'}$，即$\frac{12-AB}{14-AB}=\frac{AB}{AB+4}$，

解得，$AB=8$，

则 $AD=12-AB=4$，

故选：B.

6.（3 分）已知 Rt△ABC 中，∠$C=90°$，CD 是 AB 边上的高，且 $AB=5$，$\cos A=\frac{4}{5}$，则 CD 的长为（　　）

A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$\frac{12}{5}$　　D．$\frac{16}{5}$

【解答】解：∵Rt△ABC 中，∠$C=90°$，$AB=5$，$\cos A=\frac{4}{5}$，$\cos A=\frac{AC}{AB}$，

$\therefore AC=4$，

$\therefore BC=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

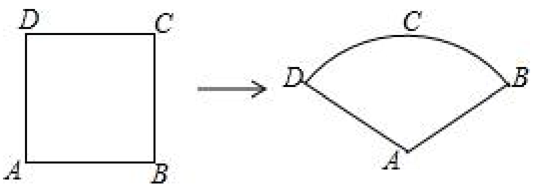
$\because \frac{AC\cdot BC}{2}=\frac{AB\cdot CD}{2}$，

$\therefore \frac{4\times 3}{2}=\frac{5\times CD}{2}$，

解得，$CD=\frac{12}{5}$，

故选：C.

7.（3 分）如图，某数学兴趣小组将边长为 5 的正方形铁丝框 $ABCD$ 变形为以 A 为圆心，AB 为半径的扇形（忽略铁丝的粗细），则所得的扇形 ABD 的面积为（　　）



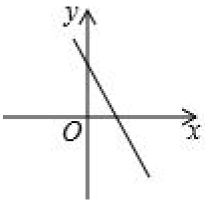
A．$\frac{25}{5}\pi$　　B．$\frac{25}{3}\pi$　　C．25　　D．20

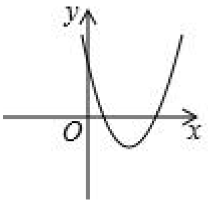
【解答】解：由题意$\overset{\frown}{DB}=CD+BC=10$，

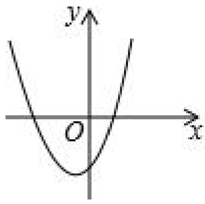
$S_{扇形ADB}=\frac{1}{2}\cdot\overset{\frown}{BD}\cdot AB=\frac{1}{2}\times 10\times 5=25$，

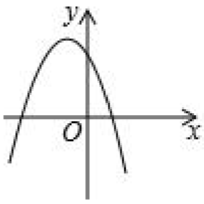
故选：C.

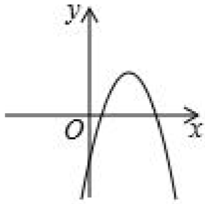
8.（3 分）已知一次函数 $y=\frac{b}{a}x+c$ 的图象如图，则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 在平面直角坐标系中的图象可能是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【解答】解：观察函数图象可知：$\frac{b}{a}<0$、$c>0$，

∴二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象对称轴 $x=-\frac{b}{2a}>0$，与 y 轴的交点在 y 轴负正半轴．

故选：A．

二.填空题（共 6 小题）

9．（3 分）计算：$2^{-1}\times\sqrt{12}+2\cos30^\circ$ ＝__$2\sqrt{3}$__．

【解答】解：$2^{-1}\times\sqrt{12}+2\cos30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\sqrt{3}+\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}$，

故答案为：$2\sqrt{3}$．

10．（3 分）已知二次函数 $y=3x^2+c$ 与正比例函数 $y=4x$ 的图象只有一个交点，则 c 的值为 $\frac{4}{3}$__．

【解答】解：将正比例函数 $y=4x$ 代入到二次函数 $y=3x^2+c$ 中，

得：$4x=3x^2+c$，即 $3x^2-4x+c=0$．

∵两函数图象只有一个交点，

∴方程 $3x^2-4x+c=0$ 有两个相等的实数根，

∴$\Delta=(-4)^2-4\times3c=0$，

解得：$c=\frac{4}{3}$.

故答案为：$\frac{4}{3}$.

11.（3 分）一个主持人站在舞台的黄金分割点处最自然得体，如果舞台 AB 长为 20 米，一个主持人现在站在 A 处，则他应至少再走<u>（$30-10\sqrt{5}$）</u>米才最理想．

【解答】解：设一个主持人现在站在 A 处，则它应至少再走 x 米才最理想．则

①若 AC 是 BC 与 AB 的比例中项：

则$\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}$，即（$20-x$）：$x=$（$\sqrt{5}-1$）：2

解得 $x=10\sqrt{5}-10$．

②若 BC 是 AC 与 AB 的比例中项：

则$\frac{AC}{BC}=\frac{BC}{AB}$，即 x：（$20-x$）＝（$\sqrt{5}-1$）：2

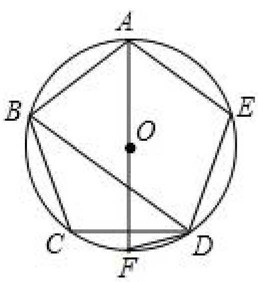
解得 $x=30-10\sqrt{5}$；

∵$30-10\sqrt{5}<10\sqrt{5}-10$，

∴他应至少再走（$30-10\sqrt{5}$）米才最理想．

故答案为：$30-10\sqrt{5}$．

12.（3 分）如图，五边形 $ABCDE$ 是⊙O 的内接正五边形，AF 是⊙O 的直径，则∠BDF 的度数是<u>　54　</u>°．



【解答】解：∵AF 是⊙O 的直径，

∴$\overset{\frown}{CF}=\overset{\frown}{DF}$，

∵五边形 $ABCDE$ 是⊙O 的内接正五边形，

∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DE}$，∠$BAE=108°$，