

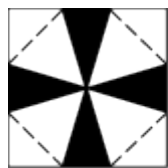
云南省文山市 2023-2024 学年高考临考冲刺数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 将一张边长为 12cm 的纸片按如图(1)所示阴影部分裁去四个全等的等腰三角形，将余下部分沿虚线折叠并拼成一个有底的正四棱锥模型，如图(2)放置，如果正四棱锥的主视图是正三角形，如图(3)所示，则正四棱锥的体积是()



图(1)



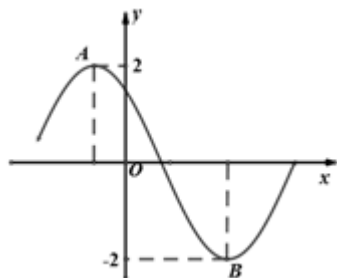
图(2)



图(3)

- A. $\frac{32}{3}\sqrt{6}cm^3$ B. $\frac{64}{3}\sqrt{6}cm^3$ C. $\frac{32}{3}\sqrt{2}cm^3$ D. $\frac{64}{3}\sqrt{2}cm^3$

2. 函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的部分图像如图所示，若 $AB = 5$ ，点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ ，若将函数 $f(x)$ 向右平移 $m(m > 0)$ 个单位后函数图像关于 y 轴对称，则 m 的最小值为()



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

3. 小张家订了一份报纸，送报人可能在早上 6:30–7:30 之间把报送到小张家，小张离开家去工作的时间在早上 7:00–8:00 之间. 用 A 表示事件：“小张在离开家前能得到报纸”，设送报人到达的时间为 x ，小张离开家的时间为 y ， (x, y) 看成平面中的点，则用几何概型的公式得到事件 A 的概率 $P(A)$ 等于()

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{7}{8}$

4. 已知向量 $\vec{a} = (1, m)$ ， $\vec{b} = (3, -2)$ ，且 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ ，则 $m =$ ()

- A. -8 B. -6
C. 6 D. 8

5. 集合 $\left\{x \in N^* \mid \frac{12}{x} \in Z\right\}$ 中含有的元素个数为 ()

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

6. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的短轴长为 2, 焦距为 $2\sqrt{3}$, F_1 、 F_2 分别是椭圆的左、右焦点, 若点 P 为 C 上的任意一点,

则 $\frac{1}{|PF_1|} + \frac{1}{|PF_2|}$ 的取值范围为 ()

- A. $[1, 2]$ B. $[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ C. $[\sqrt{2}, 4]$ D. $[1, 4]$

7. 已知函数 $f(x) = e^{x-1} + x - 2$ 的零点为 m , 若存在实数 n 使 $x^2 - ax - a + 3 = 0$ 且 $|m - n| \leq 1$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[2, 4]$ B. $\left[2, \frac{7}{3}\right]$ C. $\left[\frac{7}{3}, 3\right]$ D. $[2, 3]$

8. 若 $z = (3 - i)(a + 2i)$ ($a \in R$) 为纯虚数, 则 $z =$ ()

- A. $\frac{16}{3}i$ B. $6i$ C. $\frac{20}{3}i$ D. 20

9. 如图是甲、乙两位同学在六次数学小测试 (满分 100 分) 中得分情况的茎叶图, 则下列说法错误的是 ()

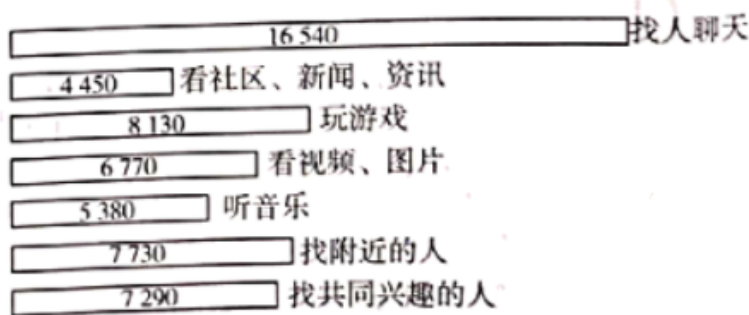
甲				乙		
	9		7	2	4	
2	2	8	8	1	9	
	1	3	9	6	9	

- A. 甲得分的平均数比乙大 B. 甲得分的极差比乙大
C. 甲得分的方差比乙小 D. 甲得分的中位数和乙相等

10. 近年来, 随着 4G 网络的普及和智能手机的更新换代, 各种方便的 *app* 相继出世, 其功能也是五花八门. 某大学为了调查在校大学生使用 *app* 的主要用途, 随机抽取了 56290 名大学生进行调查, 各主要用途与对应人数的结果统计如图所示, 现有如下说法:

- ①可以估计使用 *app* 主要听音乐的大学生人数多于主要看社区、新闻、资讯的大学生人数;
②可以估计不足 10% 的大学生使用 *app* 主要玩游戏;
③可以估计使用 *app* 主要找人聊天的大学生超过总数的 $\frac{1}{4}$.

其中正确的个数为 ()



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 4^x + 3, & x \leq 0 \\ 2^x + \log_9 x^2 - 9, & x > 0 \end{cases}$, 则函数 $y = f(f(x))$ 的零点所在区间为 ()

- A. $(3, \frac{7}{2})$ B. $(-1, 0)$ C. $(\frac{7}{2}, 4)$ D. $(4, 5)$

12. 若复数 z 满足 $iz - 2 = i$, 则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 设直线 l 过双曲线 C 的一个焦点，且与 C 的一条对称轴垂直， l 与 C 交于 A, B 两点， $|AB|$ 为 C 的实轴长的 2 倍，则双曲线 C 的离心率为_____.

14. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + 2a_1 = 4$, $a_3^2 = a_5$, 则该数列的前 5 项的和为_____.

15. 设函数 $f(x) = |\ln x + a| + |x + b|$ ($a, b \in \mathbb{R}$), 当 $x \in [1, e]$ 时, 记 $f(x)$ 最大值为 $M(a, b)$, 则 $M(a, b)$ 的最小值为_____.

16. 圆心在曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0, k > 0$) 上的圆中, 存在与直线 $2x + y + 1 = 0$ 相切且面积为 5π 的圆, 则当 k 取最大值时, 该圆的标准方程为_____.

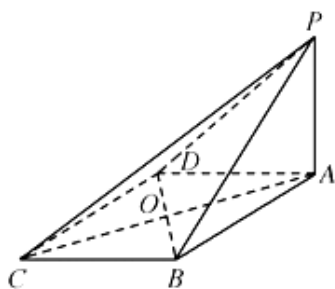
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2\sqrt{3}\sin^2 \frac{A}{2} + \sin A - \sqrt{3} = 0$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 已知 $\triangle ABC$ 外接圆半径 $R = \sqrt{3}$, $AC = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 4$.



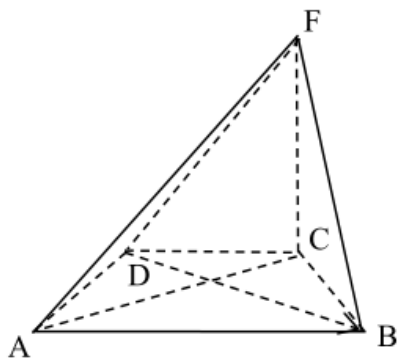
(1) 求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;

(2) 若直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 30° , 求平面 PAB 与平面 PCD 所成锐二面角的余弦值.

19. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{3}$, $b = \sqrt{7}$, _____. 求 BC 边上的高.

① $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{7}$, ② $\sin A = 3\sin C$, ③ $a - c = 2$, 这三个条件中任选一个, 补充在上面问题中并作答.

20. (12 分) 在如图所示的四棱锥 $F-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 60^\circ$, $FC \perp$ 平面 $ABCD$, $AC \perp BF$, $CB = CD = 1$.



(1) 求证: $AC \perp$ 平面 BCF ;

(2) 已知二面角 $F-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 求直线 AF 与平面 DFB 所成角的正弦值.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^{2x} + (1 - ax^2)e^x - ax^2$ ($a \in R$).

(1) 证明: 当 $x \geq e^2$ 时, $e^x > x^2$;

(2) 若函数 $f(x)$ 有三个零点, 求实数 a 的取值范围.

22. (10 分) 在① $b_2 b_3 = a_{16}$, ② $b_4 = a_{12}$, ③ $S_5 - S_3 = 48$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中. 若问题中的正整数 k 存在, 求 k 的值; 若不存在, 说明理由.

设正数等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $\{a_n\}$ 是等差数列, _____, $b_3 = a_4$, $a_1 = 2$, $a_3 + a_5 + a_7 = 30$, 是否存在

正整数 $\{b_n\}$, 使得 $S_{k+1} = S_k + b_k + 32$ 成立?

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

设折成的四棱锥的底面边长为 a ，高为 h ，则 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，故由题设可得 $\frac{1}{2}a + a = 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$ ，所以

四棱锥的体积 $V = \frac{1}{3}(4\sqrt{2})^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{2} = \frac{64\sqrt{6}}{3} \text{ cm}^3$ ，应选答案 B.

2、B

【解析】

根据图象以及题中所给的条件，求出 A, ω 和 φ ，即可求得 $f(x)$ 的解析式，再通过平移变换函数图象关于 y 轴对称，求得 m 的最小值.

【详解】

由于 $AB = 5$ ，函数最高点与最低点的高度差为 4，

所以函数 $f(x)$ 的半个周期 $\frac{T}{2} = 3$ ，所以 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 6 \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3}$ ，

又 $A(-1, 2)$ ， $0 < \varphi < \pi$ ，则有 $2\sin\left(-1 \times \frac{\pi}{3} + \varphi\right) = 2$ ，可得 $\varphi = \frac{5\pi}{6}$ ，

所以 $f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x + \frac{5\pi}{6}\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = 2\cos\frac{\pi}{3}(x+1)$ ，

将函数 $f(x)$ 向右平移 m 个单位后函数图像关于 y 轴对称，即平移后为偶函数，

所以 m 的最小值为 1，

故选：B.

【点睛】

该题主要考查三角函数的图象和性质，根据图象求出函数的解析式是解决该题的关键，要求熟练掌握函数图象之间的变换关系，属于简单题目.

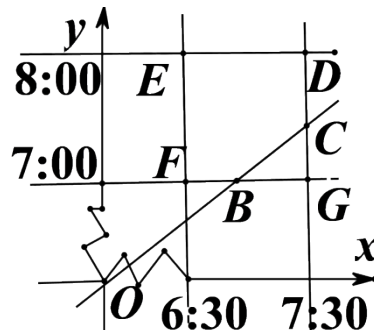
3、D

【解析】

这是几何概型，画出图形，利用面积比即可求解.

【详解】

解：事件 A 发生，需满足 $x \leq y$ ，即事件 A 应位于五边形 $BCDEF$ 内，作图如下：



$$P(A) = \frac{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{1} = \frac{7}{8}$$

故选：D

【点睛】

考查几何概型，是基础题.

4、D

【解析】

由已知向量的坐标求出 $\vec{a} + \vec{b}$ 的坐标，再由向量垂直的坐标运算得答案.

【详解】

$$\because \vec{a} = (1, m), \vec{b} = (3, -2), \therefore \vec{a} + \vec{b} = (4, m-2), \text{ 又 } (\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b},$$

$$\therefore 3 \times 4 + (-2) \times (m-2) = 0, \text{ 解得 } m=1.$$

故选 D.

【点睛】

本题考查平面向量的坐标运算，考查向量垂直的坐标运算，属于基础题.

5、B

【解析】

解：因为 $\left\{x \in \mathbb{N}^* \mid \frac{12}{x} \in \mathbb{Z}\right\}$ 集合中的元素表示的是被 12 整除的正整数，那么可得为 1, 2, 3, 4, 6, 12 故选 B

6、D

【解析】

先求出椭圆方程，再利用椭圆的定义得到 $|PF_1| + |PF_2| = 4$ ，利用二次函数的性质可求 $1 \leq |PF_1| |PF_2| \leq 4$ ，从而可得

$\frac{1}{|PF_1|} + \frac{1}{|PF_2|}$ 的取值范围.

【详解】

由题设有 $b=1, c=\sqrt{3}$, 故 $a=2$, 故椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$,

因为点 P 为 C 上的任意一点, 故 $|PF_1| + |PF_2| = 4$.

$$\text{又 } \frac{1}{|PF_1|} + \frac{1}{|PF_2|} = \frac{|PF_1| + |PF_2|}{|PF_1||PF_2|} = \frac{4}{|PF_1||PF_2|} = \frac{4}{|PF_1|(4 - |PF_1|)},$$

因为 $2 - \sqrt{3} \leq |PF_1| \leq 2 + \sqrt{3}$, 故 $1 \leq |PF_1|(4 - |PF_1|) \leq 4$,

$$\text{所以 } 1 \leq \frac{1}{|PF_1|} + \frac{1}{|PF_2|} \leq 4.$$

故选: D.

【点睛】

本题考查椭圆的几何性质, 一般地, 如果椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 点 P 为 C 上的

任意一点, 则有 $|PF_1| + |PF_2| = 2a$, 我们常用这个性质来考虑与焦点三角形有关的问题, 本题属于基础题.

7、D

【解析】

易知 $f(x)$ 单调递增, 由 $f(1) = 0$ 可得唯一零点 $m = 1$, 通过已知可求得 $0 \leq n \leq 2$, 则问题转化为使方程

$x^2 - ax - a + 3 = 0$ 在区间 $[0, 2]$ 上有解, 化简可得 $a = x + 1 + \frac{4}{x + 1} - 2$, 借助对勾函数即可解得实数 a 的取值范围.

【详解】

易知函数 $f(x) = e^{x-1} + x - 2$ 单调递增且有惟一的零点为 $m = 1$, 所以 $|1 - n| \leq 1$, $\therefore 0 \leq n \leq 2$, 问题转化为: 使方程

$$x^2 - ax - a + 3 = 0 \text{ 在区间 } [0, 2] \text{ 上有解, 即 } a = \frac{x^2 + 3}{x + 1} = \frac{(x + 1)^2 - 2(x + 1) + 4}{x + 1} = x + 1 + \frac{4}{x + 1} - 2$$

在区间 $[0, 2]$ 上有解, 而根据“对勾函数”可知函数 $y = x + 1 + \frac{4}{x + 1} - 2$ 在区间 $[0, 2]$ 的值域为 $[2, 3]$, $\therefore 2 \leq a \leq 3$.

故选 D.

【点睛】

本题考查了函数的零点问题, 考查了方程有解问题, 分离参数法及构造函数法的应用, 考查了利用“对勾函数”求参数取值范围问题, 难度较难.

8、C

【解析】

根据复数的乘法运算以及纯虚数的概念，可得结果.

【详解】

$$z = (3-i)(a+2i) = 3a+2+(6-a)i$$

$\because z = (3-i)(a+2i) (a \in R)$ 为纯虚数，

$$\therefore 3a+2=0 \text{ 且 } 6-a \neq 0$$

$$\text{得 } a = -\frac{2}{3}, \text{ 此时 } z = \frac{20}{3}i$$

故选：C.

【点睛】

本题考查复数的概念与运算，属基础题.

9、B

【解析】

由平均数、方差公式和极差、中位数概念，可得所求结论.

【详解】

$$\text{对于甲, } \bar{x}_1 = \frac{79+88+82+82+93+91}{6} \approx 85.8;$$

$$\text{对于乙, } \bar{x}_2 = \frac{72+74+81+89+96+99}{6} \approx 85.2,$$

故 A 正确;

甲的极差为 $93-79=14$ ，乙的极差为 $99-72=27$ ，故 B 错误;

对于甲，方差 $S_1^2 \approx 26.5$ ，

对于乙，方差 $S_2^2 \approx 106.5$ ，故 C 正确;

甲得分的中位数为 $\frac{82+88}{2}=85$ ，乙得分的中位数为 $\frac{81+89}{2}=85$ ，故 D 正确.

故选：B.

【点睛】

本题考查茎叶图的应用，考查平均数和方差等概念，培养计算能力，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平，属于基础题.

10、C

【解析】

根据利用 *app* 主要听音乐的人数和使用 *app* 主要看社区、新闻、资讯的人数作大小比较, 可判断①的正误; 计算使用 *app* 主要玩游戏的大学生所占的比例, 可判断②的正误. 计算使用 *app* 主要找人聊天的大学生所占的比例, 可判断③的正误. 综合得出结论.

【详解】

使用 *app* 主要听音乐的人数为 5380, 使用 *app* 主要看社区、新闻、资讯的人数为 4450, 所以①正确;

使用 *app* 主要玩游戏的人数为 8130, 而调查的总人数为 56290, $\frac{8130}{56290} \approx 0.14$, 故超过 10% 的大学生使用 *app* 主要玩游戏, 所以②错误;

使用 *app* 主要找人聊天的大学生人数为 16540, 因为 $\frac{16540}{56290} > \frac{1}{4}$, 所以③正确.

故选: C.

【点睛】

本题考查统计中相关命题真假的判断, 计算出相应的频数与频率是关键, 考查数据处理能力, 属于基础题.

11、A

【解析】

首先求得 $x \leq 0$ 时, $f(x)$ 的取值范围. 然后求得 $x > 0$ 时, $f(x)$ 的单调性和零点, 令 $f(f(x)) = 0$, 根据“ $x \leq 0$ 时, $f(x)$ 的取值范围”得到 $f(x) = 2^x + \log_3 x - 9 = 3$, 利用零点存在性定理, 求得函数 $y = f(f(x))$ 的零点所在区间.

【详解】

当 $x \leq 0$ 时, $3 < f(x) \leq 4$.

当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2^x + \log_9 x^2 - 9 = 2^x + \log_3 x - 9$ 为增函数, 且 $f(3) = 0$, 则 $x = 3$ 是 $f(x)$ 唯一零点. 由于“当 $x \leq 0$ 时, $3 < f(x) \leq 4$.”, 所以

令 $f(f(x)) = 0$, 得 $f(x) = 2^x + \log_3 x - 9 = 3$, 因为 $f(3) = 0 < 3$,

$$f\left(\frac{7}{2}\right) = 8\sqrt{2} + \log_3 \frac{7}{2} - 9 > 8 \times 1.414 + \log_3 3 - 9 = 3.312 > 3,$$

所以函数 $y = f(f(x))$ 的零点所在区间为 $\left(3, \frac{7}{2}\right)$.

故选: A

【点睛】

本小题主要考查分段函数的性质, 考查符合函数零点, 考查零点存在性定理, 考查函数的单调性, 考查化归与转化的

数学思想方法，属于中档题.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/908136030125007032>