第 09 讲　洛伦之力（复习篇）

模块导航

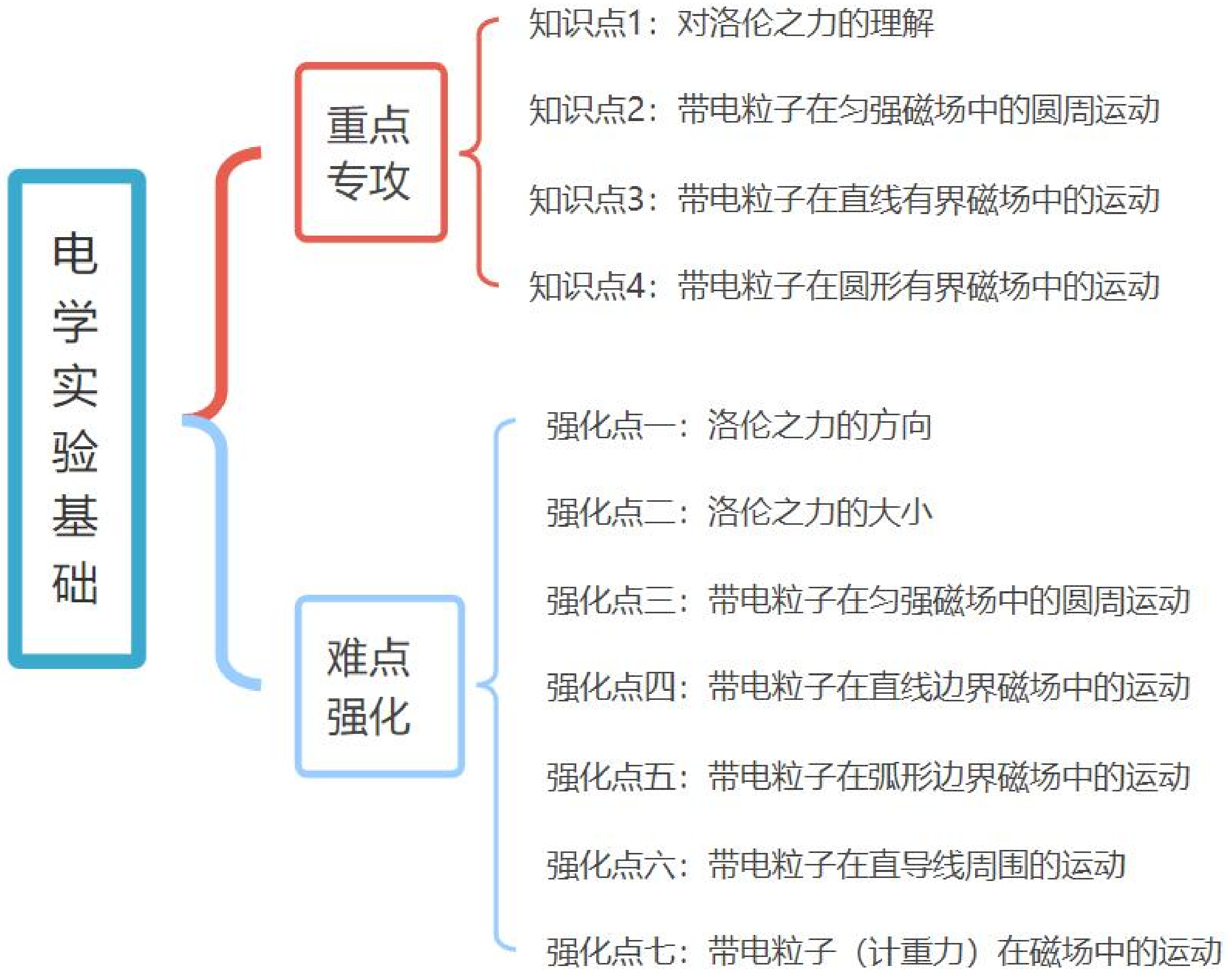
考点聚焦： 复习要点+知识网络，有的放矢

重点专攻： 知识点和关键点梳理，查漏补缺

难点强化： 难点内容标注与讲解，能力提升

提升专练： 真题感知+提升专练，全面突破

考点聚焦



重点专攻

知识点 1：对洛伦之力的理解

1．洛伦兹力：运动电荷在磁场中受到的力叫做洛伦兹力．

2．洛伦兹力的方向

（1）判定方法

左手定则：掌心——磁感线垂直穿入掌心；

四指——指向正电荷运动的方向或负电荷运动的反方向；

拇指——指向洛伦兹力的方向．

（2）方向特点：$F\perp B$，$F\perp v$，即 F 垂直于 B 和 v 决定的平面(注意：洛伦兹力不做功)．

3．洛伦兹力的大小

（1）$v /\!/ B$ 时，洛伦兹力 $F=0$.($\theta=0°$或 $180°$)

（2）$v\perp B$ 时，洛伦兹力 $F=qvB$.($\theta=90°$)

（3）$v=0$ 时，洛伦兹力 $F=0$.

4．洛伦兹力的特点

（1）洛伦兹力的方向总是垂直于运动电荷的速度方向和磁场方向共同确定的平面，所以洛伦兹力只改变速度的方向，不改变速度的大小，即洛伦兹力永不做功．

（2）当电荷运动方向发生变化时，洛伦兹力的方向也随之变化．

（3）用左手定则判断负电荷在磁场中运动所受的洛伦兹力时，要注意将四指指向电荷运动的反方向．

5．洛伦兹力与安培力的联系及区别

（1）安培力是洛伦兹力的宏观表现，二者是相同性质的力．

（2）安培力可以做功，而洛伦兹力对运动电荷不做功．

知识点 2：带电粒子在匀强磁场中的圆周运动

1．匀速圆周运动的规律

若 $v\perp B$，带电粒子仅受洛伦兹力作用，在垂直于磁感线的平面内以入射速度 v 做匀速圆周运动．

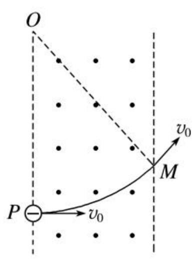
（1）基本公式：$qvB=m\frac{v^2}{R}$

（2）半径 $R=\frac{mv}{Bq}$

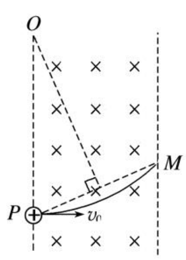
（3）周期 $T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi m}{qB}$

2．圆心的确定

（1）已知入射点、出射点、入射方向和出射方向时，可通过入射点和出射点分别作垂直于入射方向和出射方向的直线，两条直线的交点就是圆弧轨道的圆心(如图 1 甲所示，P 为入射点，M 为出射点)．



甲



乙

（2）已知入射方向、入射点和出射点的位置时，可以通过入射点作入射方向的垂线，连接入射点和出射点，作其中垂线，这两条垂线的交点就是圆弧轨迹的圆心(如图乙所示，P 为入射点，M 为出射点)．

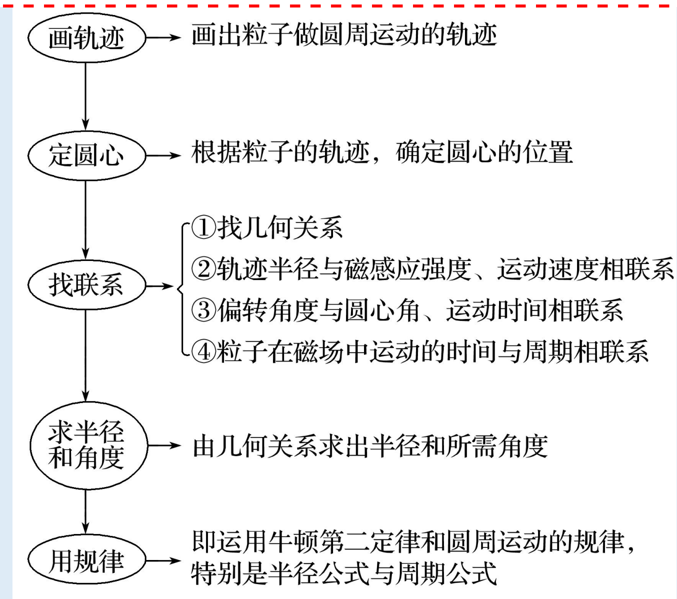
3．半径的确定

可利用物理学公式或几何知识(勾股定理、三角函数等)求出半径大小．

4．运动时间的确定

粒子在磁场中运动一周的时间为 T，当粒子运动的圆弧所对应的圆心角为θ时，其运动时间表示为 $t=\frac{\theta}{2\pi}T$(或 $t=\frac{\theta R}{v}$)．

温馨提示 带电粒子在匀强磁场中做圆周运动的分析思路



知识点 3：带电粒子在直线有界磁场中的运动

1．直线边界(进出磁场具有对称性，如图所示)

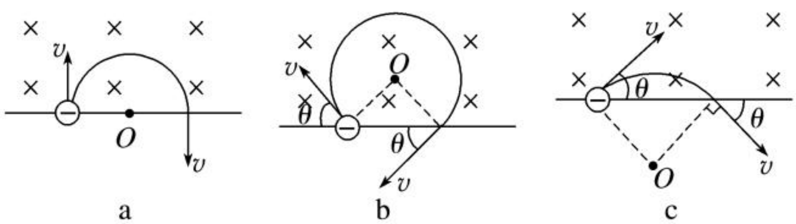
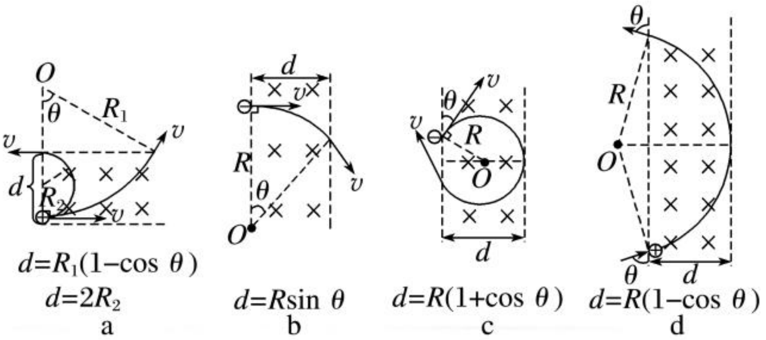


图 a 中粒子在磁场中运动的时间：$t=\frac{T}{2}=\frac{\pi m}{Bq}$

图 b 中粒子在磁场中运动的时间：$t=(1-\frac{\theta}{\pi})T=(1-\frac{\theta}{\pi})\frac{2\pi m}{Bq}=\frac{2m(\pi-\theta)}{Bq}$

图 c 中粒子在磁场中运动的时间：$t=\frac{\theta}{\pi}T=\frac{2\theta m}{Bq}$

2．平行边界(往往存在临界条件，如图所示)



平行边界存在临界条件，图 a 中粒子在磁场中运动的时间：$t_1=\dfrac{\theta m}{Bq}$，$t_2=\dfrac{T}{2}=\dfrac{\pi m}{Bq}$

图 b 中粒子在磁场中运动的时间：$t=\dfrac{\theta m}{Bq}$

图 c 中粒子在磁场中运动的时间：$t=(1-\dfrac{\theta}{\pi})T=(1-\dfrac{\theta}{\pi})\dfrac{2\pi m}{Bq}=\dfrac{2m(\pi-\theta)}{Bq}$

图 d 中粒子在磁场中运动的时间：$t=\dfrac{\theta}{\pi}T=\dfrac{2\theta m}{Bq}$

温馨提示 处理有界匀强磁场中的临界问题的技巧

从关键词、语句找突破口，审题时一定要抓住题干中“恰好”“最大”“至少”“不脱离”等词语，挖掘其隐藏的规律．

（1）刚好穿出磁场边界的条件是带电粒子在磁场中运动的轨迹与边界相切，据此可以确定速度、磁感应强度、轨迹半径、磁场区域面积等方面的极值．

（2）当速度 v 一定时，弧长(或弦长)越大，圆心角越大，则带电粒子在有界磁场中运动的时间越长(前提条件是弧是劣弧)．

（3）当速率变化时，圆心角大的，运动时间长．

（4）在圆形匀强磁场中，当运动轨迹圆半径大于磁场区域圆半径时，则入射点和出射点为磁场直径的两个端点时，轨迹对应的偏转角最大(所有的弦长中直径最长)．

知识点 4：带电粒子在圆形有界磁场中的运动

1. 一般解题步骤

（1）画出轨迹圆并找出轨迹圆的圆心；

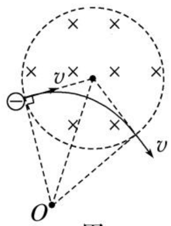
（2）求半径（分清楚磁场半径和轨迹圆半径）

（3）确定运动时间（注意多解问题）

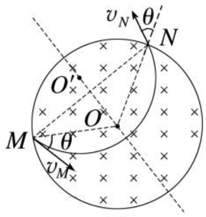
2. **模型解读：**圆形边界(进出磁场具有对称性)

（1）沿径向射入必沿径向射出，如图甲所示．

（2）不沿径向射入时，如图乙所示．射入时粒子速度方向与半径的夹角为θ，射出磁场时速度方向与半径的夹角也为θ.



甲



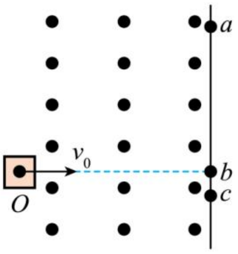
乙

难点强化

强化点一　洛伦之力的方向

判断方法：左手定则。磁场穿过掌心，四指表示正电荷运动方向（或负电荷的反方向），拇指表示安培力的方向。

【典例 1】（23-24 高二下·云南玉溪·期末）如图所示，放射性元素从O点沿Ob方向发射三种放射线，空间有垂直射线速度的匀强磁场，三种射线穿过磁场后分别打到屏上的a、b、c三点，则打到a、b、c三点的射线分别是（　）



A．α射线、β射线、γ射线　　B．α射线、γ射线、β射线

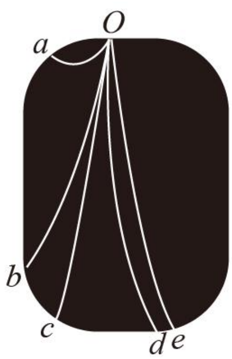
C．β射线、α射线、γ射线　　D．β射线、γ射线、α射线

【答案】D

【详解】α射线带正电、γ射线不带电、β射线是电子流，带负电，根据左手定则可知打到a、b、c三点的射线分别β射线、γ射线、α射线。

故选 D。

【变式 1-1】（2024·北京海淀·三模）云室是借助过饱和水蒸气在离子上凝结来显示通过它的带电粒子径迹的装置。图为一张云室中拍摄的照片。云室中加了垂直于纸面向外的磁场。图中a、b、c、d、e是从O点发出的一些正电子或负电子的径迹。有关这些径迹以下判断正确的是（　　）



A．d、e都是正电子的径迹　　B．a径迹对应的粒子动量最大

C．b 径迹对应的粒子动能最大　　　　D．a 径迹对应的粒子运动时间最长

【答案】D

【详解】A．带电粒子在垂直于纸面向外的磁场中运动，根据左手定则可知 a、b、c 都是正电子的径迹，d、e 都是负电子的径迹，A 错误；

B．带电粒子在磁场中运动，洛伦兹力提供向心力，有 $qvB=m\frac{v^2}{R}$，解得 $R=\frac{mv}{qB}$

由图可知 a 径迹对应的粒子的运动半径最小，a 径迹对应的粒子的速度最小，根据 $p=mv$

可知 a 径迹对应的粒子动量最小，B 错误；

C．根据 $E_{\rm k}=\frac{1}{2}mv^2$

可知 $E_{{\rm k}a}<E_{{\rm k}b}<E_{{\rm k}c}$

即 b 径迹对应的粒子动能不是最大的，C 错误；

D．带电粒子在磁场中运动，洛伦兹力提供向心力，有 $qvB=m\frac{v^2}{R}$，$T=\frac{2\pi R}{v}$

则 $T=\frac{2\pi m}{qB}$

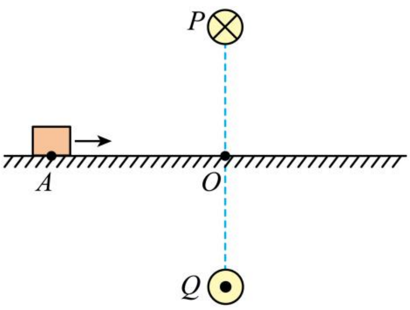
所以 $T_a=T_b=T_c=T_d=T_e$

粒子在磁场中的运动时间 $t=\frac{\alpha}{2\pi}T$

其中 α 为粒子在磁场中的偏转角度，由图可知 a 径迹对应的偏转角度最大，则 a 径迹对应的粒子运动时间最长，D 正确。

故选 D。

【变式 1-2】（多选）（23-24 高二下·四川成都·期末）如图所示，两足够长的通电直导线 P、Q（垂直纸面）关于粗糙程度均匀的水平面对称分布，P、Q 连线与水平面交点为 O，P、Q 通以大小相等、方向相反的恒定电流。一带正电的绝缘物块从 A 点以某一初速度向右运动，恰好运动到 O 点。下列说法正确的是（　　）

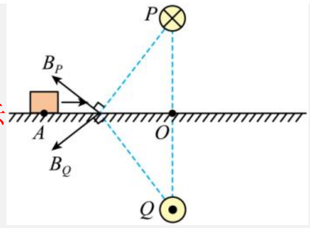


A．从 A 到 O，磁感应强度逐渐增大　　　　B．从 A 到 O，磁感应强度先增大后减小

C．从 A 到 O，物块做匀减速直线运动　　　　D．从 A 到 O，物块做加速度逐渐增大的减速运动

【答案】AC

【详解】AB．根据安培定则可得，两导线在 AO 之间磁场如图所示



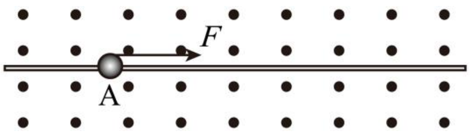
根据平行四边形定则，将两磁场合成可知，合磁场方向水平向左，且由 A 到 O 两导线磁场增大且与水平夹角变小，则合磁场沿水平向左增大，故 A 正确，B 错误；

CD．由于 AO 之间磁场方向水平向左，与物块的运动方向共线，所以物块不受洛伦兹力，物块在运动过程中受到恒定不变的摩擦力，根据牛顿第二定律，物块做匀减速直线运动，故 C 正确，D 错误。

故选 AC。

强化点二　洛伦之力的大小

【典例 2】（23-24 高二下·海南省直辖县级单位·期末）如图所示，质量为 m、电荷量为 $-q(q>0)$ 的小球 A 套在粗细均匀的固定绝缘水平杆上，整个装置处在垂直于纸面向外的水平匀强磁场中。现对 A 施加一个水平向右、大小恒为 $F(F<mg)$ 的拉力，使小球 A 从静止开始运动，已知匀强磁场的磁感应强度大小为 B，小球 A 与杆间的动摩擦因数为 0.5，重力加速度为 g，则当小球的加速度大小第一次达到 $\dfrac{F}{2m}$ 时，小球的速度大小为（　　）



A．$\dfrac{mg-F}{qB}$　　B．$\dfrac{mg-F}{4qB}$　　C．$\dfrac{2(mg-F)}{qB}$　　D．$\dfrac{mg-F}{2qB}$

【答案】A

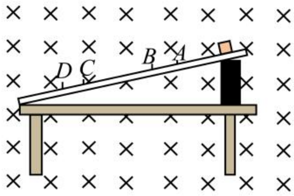
【详解】对小球分析，竖直方向平衡 $mg=qvB+N$

水平方向，根据牛顿第二定律 $F-\mu N=ma$

当小球的加速度大小第一次达到 $\dfrac{F}{2m}$ 时，联立解得 $v=\dfrac{mg-F}{qB}$

故选 A。

【变式 2-1】（23-24 高二上·湖北武汉·期末）如图所示，将一由绝缘材料制成的带一定正电荷的小滑块（可视为质点）放在倾斜的固定木板上，空间中存在垂直于纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为 B。测得小滑块的质量为 m，木板的倾角为θ，木板与滑块之间的动摩擦因数为 μ。滑块由静止释放，依次经过 A、B、C、D 四个点，且 $AB=CD=d$，小滑块经过 AB、CD 所用的时间均为 t。重力加速度为 g。下列说法正确的是（　　）



A．到达 C 点之前滑块先加速后减速

B．到达 C 点之前滑块所受的摩擦力先增大后减小

C．滑块所带的电荷量为 $\frac{mgt\sin\theta}{Bd\mu}-\frac{mgt\cos\theta}{Bd}$

D．滑块的加速度先减小后增大

【答案】C

【详解】ABD．以滑块为对象，根据左手定则可知，滑块运动过程受到的洛伦兹力垂直斜面向下，滑块由静止释放，根据牛顿第二定律可得 $mg\sin\theta-\mu\left(mg\cos\theta+qvB\right)=ma$

可知随着滑块速度的增大，滑块的加速度减小，当加速度减至 0 后，滑块将做匀速运动，所以滑块先做加速度减小的加速运动，然后做匀速运动。小滑块经过 AB、CD 所用的时间均为 t，可知滑块到达 AB 前已经做匀速运动，到达 C 之前滑块先加速后匀速，滑块所受的摩擦力先增大后不变。故 ABD 错误；

C．滑块匀速运动时，有 $v=\frac{d}{t}$

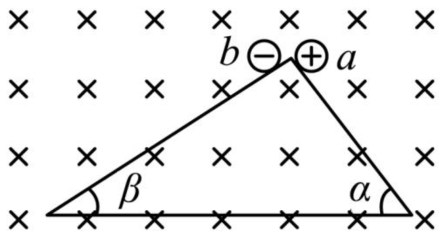
根据平衡条件可得 $mg\sin\theta=\mu\left(mg\cos\theta+qvB\right)$

联立，解得滑块所带的电荷量为 $q=\frac{mgt\sin\theta}{Bd\mu}-\frac{mgt\cos\theta}{Bd}$

故 C 正确。

故选 C。

【变式 2-2】（多选）（23-24 高二上·福建福州·期末）如图所示，足够长的光滑三角形绝缘槽固定在水平面上，与水平面的夹角分别为 α 和 $\beta(\alpha>\beta)$，加垂直于纸面向里的磁场，分别将质量相等、带等量正、负电荷的小球 a、b 依次从两斜面的顶端由静止释放，关于两球在槽上运动的说法正确的是（　　）



A．在槽上，a、b 两球都做匀加速直线运动，且 $a_a>a_b$

B．a、b 两球沿槽运动的最大速度为 v_a 和 v_b，则 $v_a>v_b$

C．a、b 两球沿直槽运动的最大位移为 s_a 和 s_b，则 $s_a<s_b$

D．a、b 两球沿槽运动的时间为 t_a 和 t_b，则 $t_a>t_b$

【答案】AC

【详解】A．两小球受到的洛伦兹力都与斜面垂直向上，沿斜面方向的合力为重力的分力，故在槽上，a、b

两球都做匀加速直线运动，加速度为$a_a = g\sin\alpha$， $a_b = g\sin\beta$

可得$a_a > a_b$

故 A 正确；

B．当小球受到的洛伦兹力与重力沿垂直斜面向下分力相等时，小球脱离斜面，则

$$mg\cos\alpha = qv_aB，\quad mg\cos\beta = qv_bB$$

可得$v_a = \dfrac{mg\cos\alpha}{qB}$， $v_b = \dfrac{mg\cos\beta}{qB}$

故$v_a < v_b$

故 B 错误；

C．根据动力学公式$v_a^2 = 2a_as_a$， $v_b^2 = 2a_bs_b$

可得 a、b 两球沿直槽运动的最大位移分别为$s_a = \dfrac{m^2g(1-\sin^2\alpha)}{2q^2B^2\sin\alpha}$， $s_b = \dfrac{m^2g(1-\sin^2\beta)}{2q^2B^2\sin\beta}$

根据数学关系可得$s_a < s_b$

故 C 正确；

D．a、b 两球沿槽运动的时间分别为

$$t_a = \frac{v_a}{a_a} = \frac{m}{g\tan\alpha}，\quad t_b = \frac{v_b}{a_b} = \frac{m}{g\tan\beta}$$

可得$t_a < t_b$

故 D 错误。

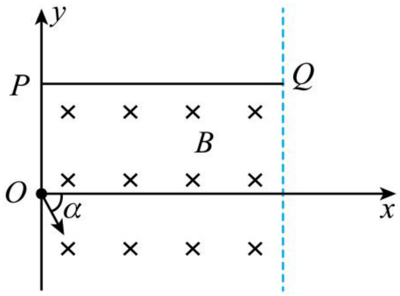
故选 AC。

强化点三　带电粒子在匀强磁场中的圆周运动

【典例 3】（23-24 高二下·陕西·期末）如图所示，在 xOy 坐标系中，垂直于 x 轴的虚线与 y 轴之间存在磁感应强度大小为 B 的匀强磁场（含边界），磁场方向与 xOy 平面垂直。一质子束从坐标原点射入磁场，所有质子射入磁场的初速度大小不同但初速度方向都与 x 轴正方向成$\alpha = 53^\circ$角向下。PQ 是与 x 轴平行的荧光屏（质子打到荧光屏上不再反弹），P、Q 两点的坐标分别为$P(0,0.4l)$，$Q(l,0.4l)$。已知质子比荷$\dfrac{q}{m} = k$，$\sin53^\circ = 0.8$。求：（结果均可用分数表示）

（1）质子在磁场中运动的最长时间是多少;

（2）如果让荧光屏 PQ 发光长度尽可能长且质子的运动轨迹未出磁场，质子初速度大小的取值范围是多少。



【答案】（1）$\dfrac{143\pi}{90kB}$；（2）$\dfrac{kBl}{4}\le v\le\dfrac{5kBl}{9}$

【详解】（1）质子能打到 y 轴上时，在磁场中运动的时间最长，如图 1 所示

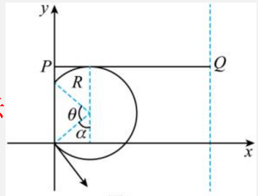


图1

由周期公式 $T=\dfrac{2\pi m}{Bq}$

又由几何关系可知 $\theta=2\left(90^{\circ}-\alpha\right)$

则粒子在磁场中运动的最长时间 $t=\dfrac{360^{\circ}-\theta}{360^{\circ}}T=\dfrac{143\pi}{90kB}$

（2）当质子轨迹与 PQ 相切时，如图 1 所示，设此时初速度为 v_1，轨迹半径为 R，由几何关系可得

$$R+R\cos\alpha=0.4l$$

又 $qBv_1=\dfrac{mv_1^2}{R}$，解得 $v_1=\dfrac{qBl}{4m}=\dfrac{kBl}{4}$

当粒子运动轨迹与磁场边界相切时，如图 2 所示，

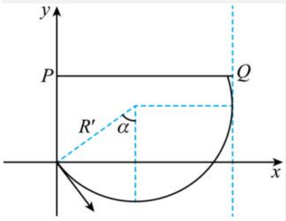


图2

设此时初速度为 v_2，轨迹半径为 R'，由几何关系可得 $R'+R'\sin\alpha=l$

又 $qBv_2=\dfrac{mv_2^2}{R'}$

解得 $v_2=\dfrac{5qBl}{9m}=\dfrac{5kBl}{9}$

综上可得 $\dfrac{kBl}{4}\le v\le\dfrac{5kBl}{9}$

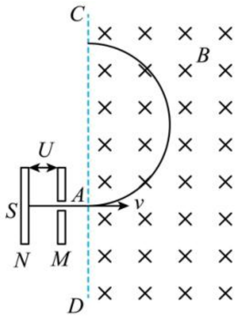
【变式 3-1】（23-24 高一上·湖南长沙·期末）如图所示，竖直虚线 CD 右侧有垂直纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为 B，两个平行金属板 M、N 之间的电压为 U，一质量为 m、电荷量为 q 的带正电的粒子（不

计粒子重力）从靠近 N 板的 S 点由静止开始做加速运动，从 A 点垂直竖直虚线 CD 射入磁场，在磁场中做匀速圆周运动。求：

（1）带电粒子从 A 点垂直竖直虚线 CD 射入磁场的速度大小 v；

（2）带电粒子在磁场中做匀速圆周运动的半径 R 和周期 T；

（3）若在竖直虚线 CD 右侧加一匀强电场，使带电粒子在电磁场中做匀速直线运动，求电场强度 E 的大小。



【答案】（1）$v=\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$；（2）$R=\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU}{q}}$；$T=\dfrac{2\pi m}{Bq}$；（3）$E=B\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$

【详解】（1）粒子在电场中被加速$Uq=\dfrac{1}{2}mv^2$，解得$v=\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$

（2）粒子在磁场中做匀速圆周运动，则$qvB=m\dfrac{v^2}{R}$，$T=\dfrac{2\pi R}{v}$

解得$R=\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU}{q}}$，$T=\dfrac{2\pi m}{Bq}$

（3）若在竖直虚线 CD 右侧加一匀强电场，使带电粒子在电磁场中做匀速直线运动，则需电场力方向向下，则场强方向竖直向下，满足$qE=Bqv$

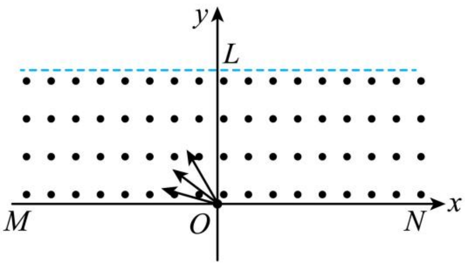
解得电场强度 E 的大小$E=Bv=B\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$

【变式 3-2】（23-24 高二上·吉林长春·期末）如图，挡板 MN 位于水平面 x 轴上，在第一、二象限 $y\le L$ 区域存在磁感应强度为 B 的矩形匀强磁场，磁场方向垂直纸面向外。在 MN 上 O 点放置了粒子发射源，能向第二象限发射各个方向的速度为$v_0=\dfrac{qBL}{2m}$的带正电同种粒子，已知粒子质量为 m、电荷量为 q，不计粒子的重力和粒子间的相互作用，粒子打到挡板上时均被挡板吸收，则：

（1）求所有粒子在磁场中做匀速圆周运动的半径；

（2）粒子在磁场中运动的周期；

（3）所有粒子能够到达区域的面积。



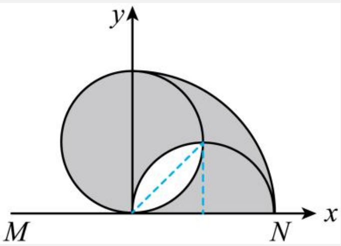
【答案】（1）$r=\frac{L}{2}$；（2）$T=\frac{2\pi m}{qB}$；（3）$S=\frac{(\pi+1)L^2}{4}$

【详解】（1）由洛伦兹力提供向心力有 $qBv_0=m\frac{v_0^2}{r}$

代入数据解得 $r=\frac{L}{2}$

（2）粒子在磁场中运动的周期 $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi m}{qB}$

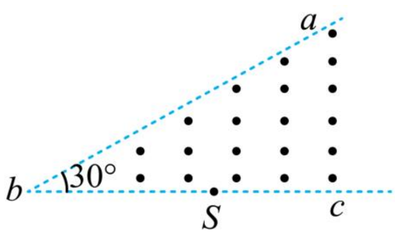
（3）所有粒子运动的区域面积为图中阴影部分面积



由几何关系有 $S=\frac{1}{2}\pi r^2+\left[\frac{1}{4}\pi(2r)^2-2\left(\frac{1}{4}\pi r^2-\frac{1}{2}r^2\right)\right]=\frac{(\pi+1)L^2}{4}$

强化点四　带电粒子在直线边界磁场中的运动

【典例 4】（多选）（23-24 高二下·贵州黔西·期末）如图所示，水平面的 abc 区域内存在有界匀强磁场，磁感应强度大小为 B，边界的夹角为 30°，距顶点 b 为 L 的S点有一粒子源，粒子在水平面内垂直 bc 边向磁场内发射速度大小不同的带负电的粒子，粒子质量为 m、电荷量大小为 q，下列说法正确的是（　　）



A．从边界 bc 射出的粒子速度方向都相同

B．粒子离开磁场时到 b 点的最短距离为 $\frac{L}{3}$

C．垂直边界 ab 射出的粒子的速度大小为 $\frac{qBL}{2m}$

D．垂直边界 ab 射出的粒子在磁场中运动的时间为 $\dfrac{\pi m}{3qB}$

【答案】AB

【详解】A．粒子竖直向上进入磁场，轨迹圆心一定在 bc 边上，若粒子能从边界 bc 射出，粒子的速度方向一定竖直向下，故方向均相同，故 A 正确；

B．当轨迹恰好与 ab 边相切时，粒子从 bc 边离开磁场时到 b 点的距离最短，由几何关系可得

$$(L-R_1)\sin 30^{\circ}=R_1$$

离 b 点的最短距离为 $\Delta s=L-2R_1$，联立解得 $\Delta s=\dfrac{L}{3}$

故 B 正确；

C．垂直边界 ab 射出的粒子，轨道半径为 $R_2=L$

由洛伦兹力作为向心力可得 $qvB=m\dfrac{v^2}{R_2}$

解得粒子的速度大小为 $v=\dfrac{qBL}{m}$

故 C 错误；

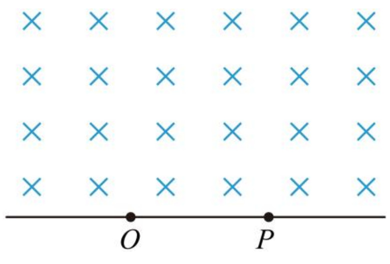
D．粒子在磁场中的运动周期为 $T=\dfrac{2\pi m}{Bq}$

垂直边界 ab 射出的粒子在磁场中运动的时间为 $t=\dfrac{30^{\circ}}{360^{\circ}}T=\dfrac{\pi m}{6qB}$

故 D 错误。

故选 AB。

【变式 4-1】（多选）（23-24 高二下·甘肃临夏·期末）如图所示，在水平线 OP 的正上方存在垂直于纸面向里、磁感应强度大小为 B 的匀强磁场。从磁场边界上 O 点同时向纸面内不同方向发射速率均为 v、质量均为 m、电荷量均为 $-q\left(q>0\right)$ 的两个带电粒子，两粒子均从边界上 P 点离开磁场，且 OP 的长度为 $\dfrac{\sqrt{3}mv}{Bq}$，不计粒子的重力及相互作用力。以下说法正确的是（　　）



A．两粒子在磁场中运动的加速度大小不同

B．两粒子射入磁场时速度方向与边界所成锐角均为 60°

C．两粒子在磁场运动过程中动量改变量大小均为 $\sqrt{3}mv$

D．两粒子在磁场中运动的时间相差$\frac{\pi m}{3Bq}$

【答案】BC

【详解】A．两粒子在磁场中运动只受洛伦兹力的作用，根据牛顿第二定律$a=\frac{F_{洛}}{m}=\frac{qvB}{m}$

故两粒子在磁场中运动的加速度大小相等，故 A 错误；

B．根据洛伦兹力提供向心力$qvB=m\frac{v^2}{r}$，解得$r=\frac{mv}{qB}$

则两粒子在磁场中运动半径相等，两个粒子先后经过P点，作出两个粒子的运动轨迹如图甲所示，短弧和长弧均以OP为弦，已知OP的长度为$\frac{\sqrt{3}mv}{Bq}$，根据几何关系可得$\sin\theta=\frac{\frac{1}{2}OP}{R}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

解得两个粒子射入磁场时与边界的夹角均为$\theta=60^{\circ}$

故 B 正确；

C．根据粒子的运动对称性和几何知识作出两粒子动量变化如图乙所示，可以得出两个粒子的动量变化量大小、方向均相同，为$\Delta p=m\Delta v=2mv\sin\theta=\sqrt{3}mv$

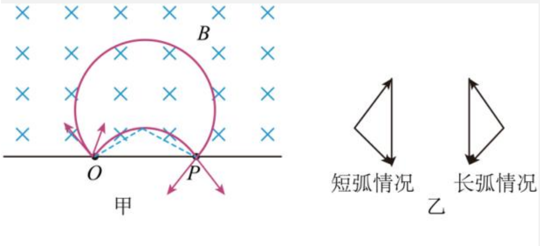
故 C 正确；

D．两粒子在磁场中运动的周期为$T=\frac{2\pi m}{qB}$

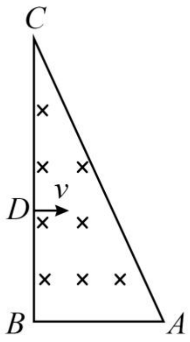
两粒子在磁场中运动的时间相差$\Delta t=\frac{240^{\circ}}{360^{\circ}}T-\frac{120^{\circ}}{360^{\circ}}T=\frac{T}{3}=\frac{2\pi m}{3Bq}$

故 D 错误。

故选 BC。



【变式 4-2】（23-24 高二下·山东临沂·期末）如图所示，直角三角形的AB边长为L，$\angle C=30°$，三角形区域内存在着方向垂直纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为B。一质量为m、电荷量为q的带正电粒子从D点沿着垂直BC边的方向以速度v射入磁场，CD间距离为L，不计粒子受到的重力。下列说法正确的是（　）



A．粒子在磁场中运动的最长时间为$\dfrac{2\pi m}{qB}$

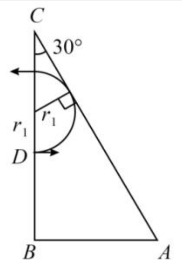
B．$v=\dfrac{BqL}{m}$时，带电粒子垂直于AC边射出磁场

C．若粒子从BC边射出磁场，则$v<\dfrac{BqL}{2m}$

D．若粒子从AC边射出磁场，则$v>\dfrac{BqL}{4m}$

【答案】B

【详解】ACD．粒子带正电，根据左手定则可知，粒子进入磁场后将向上偏转，粒子从BC边离开时，粒子在磁场中运动轨迹对应的圆心角最大，运动时间最长，当离开刚好离AC边相切时，粒子轨迹如图所示



由洛伦兹力提供向心力可得$qv_1B=m\dfrac{v_1}{r_1}$

根据几何关系可得$r_1+\dfrac{r_1}{\sin 30^\circ}=L$

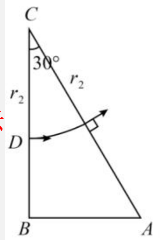
联立解得$r_1=\dfrac{L}{3}$，$v_1=\dfrac{qBL}{3m}$

可知粒子在磁场中运动的最长时间为$t_{\max}=\dfrac{1}{2}T=\dfrac{\pi m}{qB}$

当粒子从BC边射出磁场，则有$v<\dfrac{BqL}{3m}$

当粒子从AC边射出磁场，则有$v>\dfrac{BqL}{3m}$

故 ACD 错误；

B．若带电粒子垂直于 AC 边射出磁场，如图所示

根据几何关系可知，$r_2 = L$

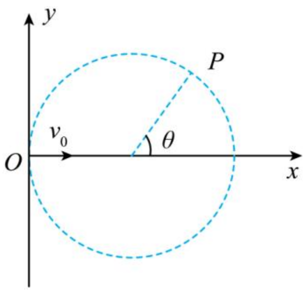
由洛伦兹力提供向心力可得 $qvB = m\dfrac{v}{r_2}$，联立解得 $v = \dfrac{BqL}{m}$

故 B 正确。

故选 B。

强化点五　带电粒子在弧形边界磁场中的运动

【典例 5】（23-24 高二下·甘肃临夏·期末）如图所示，真空中 xOy 平面内存在半径为 R 的圆形区域，该圆形区域与 y 轴相切，x 轴与其一条直径重合，P 点为圆形区域边界上的一点，P 点与圆心的连线与 x 轴正方向成 $\theta = 60°$ 角。已知圆形区域内只存在垂直于 xOy 平面的匀强磁场或只存在平行于 y 轴向上的匀强电场，一质量为 m、电荷量为+q 的带电粒子从坐标原点 O 以初速度 v_0 沿 x 轴正方向射入该圆形区域，粒子恰好从 P 点射出，不计粒子的重力。



(1)若圆形区域内只存在垂直于 xOy 平面的匀强磁场，求匀强磁场磁感应强度 B 的大小与方向；

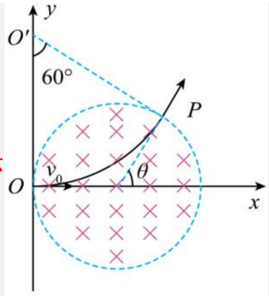
(2)若圆形区域内只存在平行于-轴向上的匀强电场，求粒子在圆形区域内运动过程中受到电场力的冲量 I 的大小。

【答案】(1) $\dfrac{\sqrt{3}mv_0}{3Rq}$，方向垂直于 xOy 平面向里

(2) $\dfrac{2\sqrt{3}mv_0}{3}$

【详解】（1）（1 ）若圆形区域内只存在匀强磁场，粒子在磁场中做匀速圆周运动，恰好从 P 点射出，则由左手定则知磁感应强度方向垂直于 xOy 平面向里。

设粒子轨迹圆半径为r，轨迹如图甲所示

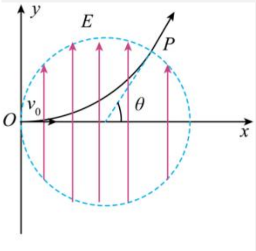


甲

由几何知识有$r = R\tan\theta = \sqrt{3}R$

由洛伦兹力提供向心力有$Bqv_0 = m\dfrac{v_0^2}{r}$，解得$B = \dfrac{\sqrt{3}mv_0}{3Rq}$

（2）若圆形区域内只存在匀强电场，粒子在平行于y轴向上的匀强电场区域内做类平抛运动，如图乙所示：



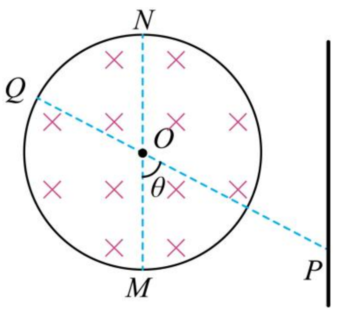
乙

设粒子从O点运动到P点的时间为t，由平抛运动规律有

$$R(1+\cos\theta) = v_0 t,\quad R\sin\theta = \frac{1}{2}\times\frac{Eq}{m}t^2$$

粒子受到电场力的冲量$I = Eqt$解得$I = \dfrac{2\sqrt{3}mv_0}{3}$

【变式 5-1】（23-24 高二下·山东临沂·期末）如图所示，在纸面内半径为R的圆形区域中存在着垂直于纸面向里的匀强磁场，O点为圆形区域的圆心，磁感应强度大小为B，一个比荷绝对值为k的带电粒子以某一速率从M点沿着直径MON方向垂直射入磁场，粒子离开磁场后打在右侧屏上的P点，QP连线过圆心O，QP与MN的夹角$\theta = 60°$，不计粒子的重力，下列说法正确的是（　　）

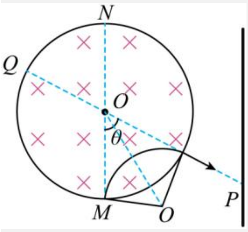


A．粒子带正电　　　　　　　　　　　B．粒子做圆周的运动半径为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}R$

C．粒子运动的速率为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}kBR$　　　　　　　D．粒子在磁场中运动的时间为$\dfrac{\pi}{3kB}$

【答案】C

【详解】根据题意，画出粒子的运动轨迹，如图所示



A．由图可知，粒子在 M 点受水平向右的洛伦兹力，由左手定则可知，粒子带负电，故 A 错误；

BC．由几何关系可得，粒子做圆周的运动半径为 $r=R\tan\frac{\theta}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}R$

由牛顿第二定律有 $qvB=m\frac{v^2}{r}$ 解得 $v=\frac{qBr}{m}=\frac{\sqrt{3}}{3}kBR$

故 B 错误，C 正确；

D．粒子在磁场中运动的周期为 $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi}{kB}$

由几何关系可知，轨迹的圆心角为 $120°$，则粒子在磁场中运动的时间为 $t=\frac{120°}{360°}\cdot T=\frac{2\pi}{3kB}$

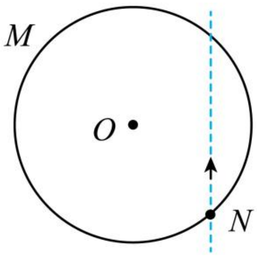
故 D 错误。

故选 C。

【变式 5-2】（23-24 高二下·山西临汾·期末）如图所示，半径为 R 的圆形区域内存在垂直纸面向里、磁感应强度大小为 B 的匀强磁场（未画出），一质量为 m、带电荷量为 $+q$ 的微粒从圆上的 N 点以一定的速度沿图中虚线方向射入磁场，从圆上的 M 点离开磁场时的速度方向与虚线垂直。已知圆心 O 到虚线的距离为 $\frac{3R}{5}$，不计微粒所受的重力，求：

（1）微粒在磁场区域内运动的时间 t；

（2）微粒到圆心 O 的最小距离 d。



【答案】（1）$t=\frac{\pi m}{2qB}$；（2）$d=\frac{7-4\sqrt{2}}{5}R$

【详解】（1）设微粒的速度大小为 v，微粒在匀强磁场中运动的轨道半径为 r，则有

$$qBv=m\frac{v^2}{r}，\quad T=\frac{2\pi r}{v}$$