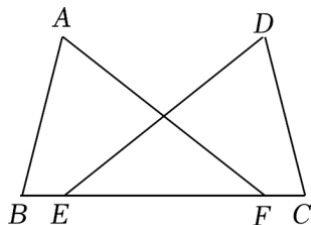


# 三年（2021-2023）中考数学真题分项汇编（全国通用）

## 全等三角形（优选真题 60 道）

### 一. 选择题（共 14 小题）

1. (2023·凉山州) 如图, 点  $E$ 、点  $F$  在  $BC$  上,  $BE=CF$ ,  $\angle B=\angle C$ , 添加一个条件, 不能证明  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$  的是 ( )



- A.  $\angle A = \angle D$       B.  $\angle AFB = \angle DEC$       C.  $AB = DC$       D.  $AF = DE$

【分析】根据  $BE=CF$  求出  $BF=CE$ , 再根据全等三角形的判定定理进行分析即可.

【解答】解:  $\because BE=CF$ ,

$$\therefore BE+EF=CF+EF,$$

即  $BF=CE$ ,

$\therefore$  当  $\angle A = \angle D$  时, 利用  $AAS$  可得  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ , 故  $A$  不符合题意;

当  $\angle AFB = \angle DEC$  时, 利用  $ASA$  可得  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ , 故  $B$  不符合题意;

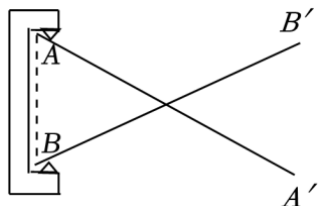
当  $AB = DC$  时, 利用  $SAS$  可得  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ , 故  $C$  不符合题意;

当  $AF = DE$  时, 无法证明  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ , 故  $D$  符合题意;

故选:  $D$ .

【点评】本题考查了全等三角形的判定定理, 能熟记全等三角形的判定定理是解此题的关键, 全等三角形的判定定理有  $SAS$ ,  $ASA$ ,  $AAS$ ,  $SSS$ , 两直角三角形全等还有  $HL$  等.

2. (2023·长春) 如图, 工人师傅设计了一种测零件内径  $AB$  的卡钳, 卡钳交叉点  $O$  为  $AA'$ 、 $BB'$  的中点, 只要量出  $A'B'$  的长度, 就可以知道该零件内径  $AB$  的长度. 依据的数学基本事实是 ( )



- A. 两边及其夹角分别相等的两个三角形全等  
B. 两角及其夹边分别相等的两个三角形全等

C. 两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例

D. 两点之间线段最短

【分析】根据点  $O$  为  $AA'$ 、 $BB'$  的中点得出  $OA=OA'$ ， $OB=OB'$ ，根据对顶角相等得到  $\angle AOB = \angle A'OB'$ ，从而证得  $\triangle AOB$  和  $\triangle A'OB'$  全等，于是有  $AB=A'B'$ ，问题得证.

【解答】解：∵ 点  $O$  为  $AA'$ 、 $BB'$  的中点，

$$\therefore OA=OA', OB=OB',$$

由对顶角相等得  $\angle AOB = \angle A'OB'$ ,

在  $\triangle AOB$  和  $\triangle A'OB'$  中，

$$\begin{cases} OA = OA' \\ \angle AOB = \angle A'OB', \\ OB = OB' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle A'OB' \text{ (SAS)},$$

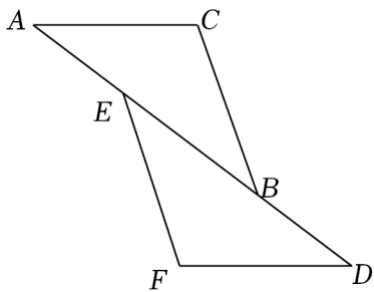
$$\therefore AB=A'B',$$

即只要量出  $A'B'$  的长度，就可以知道该零件内径  $AB$  的长度，

故选：A.

【点评】本题考查了三角形全等的判定与性质，正确运用三角形全等的判定定理是解题的关键.

3. (2022·成都) 如图，在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中，点  $A, E, B, D$  在同一直线上， $AC \parallel DF$ ， $AC=DF$ ，只添加一个条件，能判定  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  的是 ( )



- A.  $BC=DE$       B.  $AE=DB$       C.  $\angle A = \angle DEF$       D.  $\angle ABC = \angle D$

【分析】先根据平行线的性质得到  $\angle A = \angle D$ ，加上  $AC=DF$ ，则可根据全等三角形的判定方法对各选项进行判断.

【解答】解：∵  $AC \parallel DF$ ,

$$\therefore \angle A = \angle D,$$

$$\therefore AC=DF,$$

∴ 当添加  $\angle C = \angle F$  时，可根据“ASA”判定  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ;

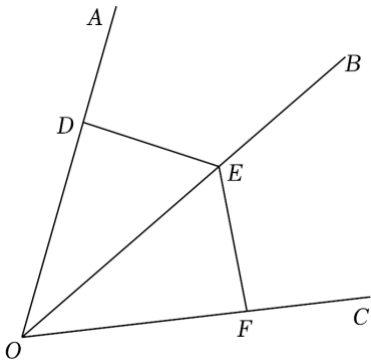
当添加  $\angle ABC = \angle DEF$  时，可根据“*AAS*”判定  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

当添加  $AB = DE$  时，即  $AE = BD$ ，可根据“*SAS*”判定  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

故选：B。

【点评】本题考查了全等三角形的判定：熟练掌握全等三角形的 5 种判定方法是解决问题的关键，选用哪一种方法，取决于题目中的已知条件。

4. (2022·云南) 如图， $OB$  平分  $\angle AOC$ ， $D$ 、 $E$ 、 $F$  分别是射线  $OA$ 、射线  $OB$ 、射线  $OC$  上的点， $D$ 、 $E$ 、 $F$  与  $O$  点都不重合，连接  $ED$ 、 $EF$ 。若添加下列条件中的某一个，就能使  $\triangle DOE \cong \triangle FOE$ 。你认为要添加的那个条件是 ( )



- A.  $OD = OE$       B.  $OE = OF$       C.  $\angle ODE = \angle OED$       D.  $\angle ODE = \angle OFE$

【分析】由  $OB$  平分  $\angle AOC$ ，得  $\angle DOE = \angle FOE$ ，由  $OE = OE$ ，可知  $\angle ODE = \angle OFE$ ，即可根据 *AAS* 得  $\triangle DOE \cong \triangle FOE$ ，可得答案。

【解答】解：∵  $OB$  平分  $\angle AOC$ ，

$$\therefore \angle DOE = \angle FOE,$$

又  $OE = OE$ ，

若  $\angle ODE = \angle OFE$ ，则根据 *AAS* 可得  $\triangle DOE \cong \triangle FOE$ ，故选项 D 符合题意，

而增加  $OD = OE$  不能得到  $\triangle DOE \cong \triangle FOE$ ，故选项 A 不符合题意，

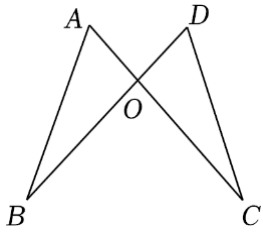
增加  $OE = OF$  不能得到  $\triangle DOE \cong \triangle FOE$ ，故选项 B 不符合题意，

增加  $\angle ODE = \angle OED$  不能得到  $\triangle DOE \cong \triangle FOE$ ，故选项 C 不符合题意，

故选：D。

【点评】本题考查全等三角形的判定，解题的关键是掌握全等三角形判定定理并会应用。

5. (2022·金华) 如图， $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ， $OA = OD$ ， $OB = OC$ ，不添加辅助线，判定  $\triangle ABO \cong \triangle DCO$  的依据是 ( )



- A. SSS                      B. SAS                      C. AAS                      D. HL

【分析】根据题目中的条件和全等三角形的判定方法，可以得到判定 $\triangle ABO \cong \triangle DCO$ 的依据.

【解答】解：在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中，

$$\begin{cases} OA = OD \\ \angle AOB = \angle DOC, \\ OB = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$  (SAS),

故选：B.

【点评】本题考查全等三角形的判定，解答本题的关键是明确题意，写出 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 全等的证明过程.

6. (2022·扬州) 如图，小明家仿古家具的一块三角形形状的玻璃坏了，需要重新配一块. 小明通过电话给玻璃店老板提供相关数据，为了方便表述，将该三角形记为 $\triangle ABC$ ，提供下列各组元素的数据，配出来的玻璃不一定符合要求的是 ( )



- A.  $AB, BC, CA$     B.  $AB, BC, \angle B$     C.  $AB, AC, \angle B$     D.  $\angle A, \angle B, BC$

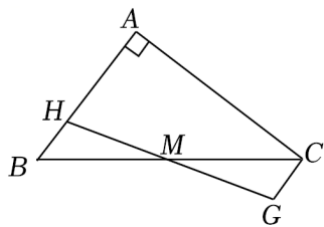
【分析】直接利用全等三角形的判定方法分析得出答案.

- 【解答】解：A. 利用三角形三边对应相等，两三角形全等，三角形形状确定，故此选项不合题意；  
 B. 利用三角形两边、且夹角对应相等，两三角形全等，三角形形状确定，故此选项不合题意；  
 C.  $AB, AC, \angle B$ ，无法确定三角形的形状，故此选项符合题意；  
 D. 根据 $\angle A, \angle B, BC$ ，三角形形状确定，故此选项不合题意；

故选：C.

【点评】此题主要考查了全等三角形的应用，正确掌握全等三角形的判定方法是解题关键.

7. (2022·湘西州) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A=90^\circ$ ,  $M$  为  $BC$  的中点,  $H$  为  $AB$  上一点, 过点  $C$  作  $CG \parallel AB$ , 交  $HM$  的延长线于点  $G$ , 若  $AC=8$ ,  $AB=6$ , 则四边形  $ACGH$  周长的最小值是 ( )



- A. 24                      B. 22                      C. 20                      D. 18

**【分析】** 通过证明  $\triangle BMH \cong \triangle CMG$  可得  $BH=CG$ , 可得四边形  $ACGH$  的周长即为  $AB+AC+GH$ , 进而可确定当  $MH \perp AB$  时, 四边形  $ACGH$  的周长有最小值, 通过证明四边形  $ACGH$  为矩形可得  $HG$  的长, 进而可求解.

**【解答】** 解:  $\because CG \parallel AB$ ,

$$\therefore \angle B = \angle MCG,$$

$\because M$  是  $BC$  的中点,

$$\therefore BM = CM,$$

在  $\triangle BMH$  和  $\triangle CMG$  中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle MCG \\ BM = CM \\ \angle BMH = \angle CMG \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BMH \cong \triangle CMG \text{ (ASA)},$$

$$\therefore HM = GM, BH = CG,$$

$$\because AB = 6, AC = 8,$$

$$\therefore \text{四边形 } ACGH \text{ 的周长} = AC + CG + AH + GH = AB + AC + GH = 14 + GH,$$

$\therefore$  当  $GH$  最小时, 即  $MH \perp AB$  时四边形  $ACGH$  的周长有最小值,

$$\because \angle A = 90^\circ, MH \perp AB,$$

$$\therefore GH \parallel AC,$$

$\therefore$  四边形  $ACGH$  为矩形,

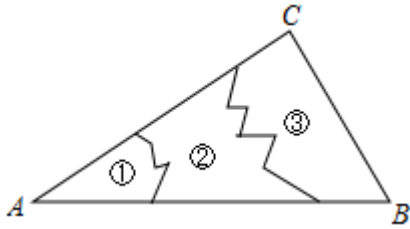
$$\therefore GH = 8,$$

$$\therefore \text{四边形 } ACGH \text{ 的周长最小值为 } 14 + 8 = 22,$$

故选: B.

**【点评】** 本题主要考查全等三角形的判定与性质, 确定  $GH$  的值是解题的关键.

8. (2021·攀枝花) 如图, 一名工作人员不慎将一块三角形模具打碎成三块, 他要带其中一块或两块碎片到商店去配一块与原来一样的三角形模具, 他带 ( ) 去最省事.



- A. ①                      B. ②                      C. ③                      D. ①③

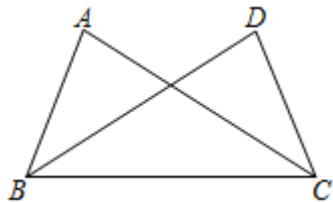
**【分析】** 根据全等三角形的判定方法结合图形判断出带③去.

**【解答】解:** 由图形可知, ③有完整的两角与夹边, 根据“角边角”可以作出与原三角形全等的三角形, 所以, 最省事的做法是带③去.

故选: C.

**【点评】** 本题考查了全等三角形的应用, 熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

9. (2021·重庆) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中,  $\angle ACB = \angle DBC$ , 添加一个条件, 不能证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 全等的是 ( )



- A.  $\angle ABC = \angle DCB$     B.  $AB = DC$                       C.  $AC = DB$                       D.  $\angle A = \angle D$

**【分析】** 根据证明三角形全等的条件 AAS, SAS, ASA, SSS 逐一验证选项即可.

**【解答】解:** 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中,

$$\because \angle ACB = \angle DBC, BC = BC,$$

A: 当 $\angle ABC = \angle DCB$ 时,  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  (ASA),

故 A 能证明;

B: 当 $AB = DC$ 时, 不能证明两三角形全等,

故 B 不能证明;

C: 当 $AC = DB$ 时,  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  (SAS),

故 C 能证明;

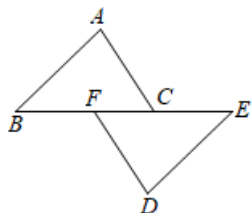
D: 当 $\angle A = \angle D$ 时,  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  (AAS),

故 D 能证明;

故选：B.

【点评】本题主要考查三角形全等的判定，熟练掌握三角形全等的判定是解题的关键.

10. (2021·重庆) 如图，点  $B, F, C, E$  共线， $\angle B = \angle E$ ， $BF = EC$ ，添加一个条件，不能判断  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  的是 ( )



- A.  $AB = DE$       B.  $\angle A = \angle D$       C.  $AC = DF$       D.  $AC \parallel FD$

【分析】根据全等三角形的判定方法，可以判断添加各个选项中的条件是否能够判断  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，本题得以解决.

【解答】解：∵  $BF = EC$ ，

$$\therefore BF + FC = EC + FC,$$

$$\therefore BC = EF,$$

又∵  $\angle B = \angle E$ ，

∴ 当添加条件  $AB = DE$  时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (SAS)，故选项 A 不符合题意；

当添加条件  $\angle A = \angle D$  时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (AAS)，故选项 B 不符合题意；

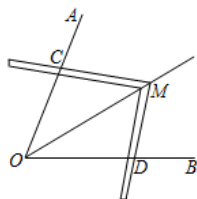
当添加条件  $AC = DF$  时，无法判断  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，故选项 C 符合题意；

当添加条件  $AC \parallel FD$  时，则  $\angle ACB = \angle DFE$ ，故  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (ASA)，故选项 D 不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查全等三角形的判定，解答本题的关键是明确全等三角形的判定方法，利用数形结合的思想解答.

11. (2021·盐城) 工人师傅常常利用角尺构造全等三角形的方法来平分一个角. 如图，在  $\angle AOB$  的两边  $OA$ 、 $OB$  上分别截取  $OC = OD$ ，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与点  $C$ 、 $D$  重合，这时过角尺顶点  $M$  的射线  $OM$  就是  $\angle AOB$  的平分线. 这里构造全等三角形的依据是 ( )



- A. SAS      B. ASA      C. AAS      D. SSS

【分析】根据全等三角形的判定定理  $SSS$  推出  $\triangle COM \cong \triangle DOM$ ，根据全等三角形的性质得出  $\angle COM = \angle DOM$ ，根据角平分线的定义得出答案即可。

【解答】解：在  $\triangle COM$  和  $\triangle DOM$  中

$$\begin{cases} OC = OD \\ OM = OM, \\ MC = MD \end{cases}$$

所以  $\triangle COM \cong \triangle DOM$  ( $SSS$ )，

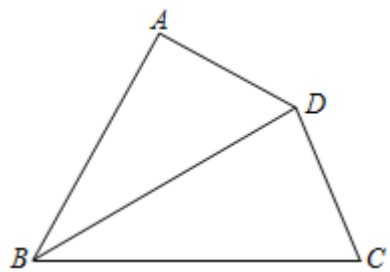
所以  $\angle COM = \angle DOM$ ，

即  $OM$  是  $\angle AOB$  的平分线，

故选：D.

【点评】本题考查了全等三角形的判定定理和性质定理，能熟记全等三角形的判定定理是解此题的关键，注意：全等三角形的判定定理有  $SAS$ ， $ASA$ ， $AAS$ ， $SSS$ ，两直角三角形全等还有  $HL$ ，全等三角形的对应角相等。

12. (2021•青海) 如图，在四边形  $ABCD$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AD = 3$ ， $BC = 5$ ，对角线  $BD$  平分  $\angle ABC$ ，则  $\triangle BCD$  的面积为 ( )



A. 8

B. 7.5

C. 15

D. 无法确定

【分析】过  $D$  点作  $DE \perp BC$  于  $E$ ，如图，根据角平分线的性质得到  $DE = DA = 3$ ，然后根据三角形面积公式计算。

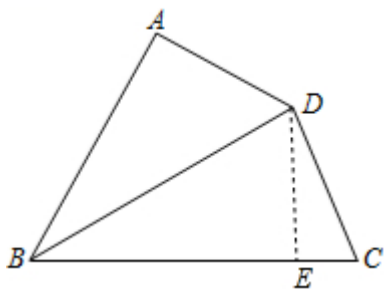
【解答】解：过  $D$  点作  $DE \perp BC$  于  $E$ ，如图，

$\because BD$  平分  $\angle ABC$ ， $DE \perp BC$ ， $DA \perp AB$ ，

$\therefore DE = DA = 3$ ，

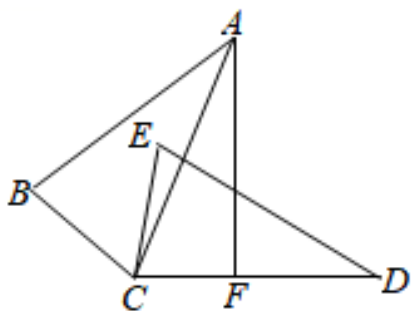
$\therefore \triangle BCD$  的面积  $= \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 7.5$ 。

故选：B.



【点评】本题考查了角平分线的性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

13. (2021·哈尔滨) 如图,  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ , 点  $A$  和点  $D$  是对应顶点, 点  $B$  和点  $E$  是对应顶点, 过点  $A$  作  $AF \perp CD$ , 垂足为点  $F$ , 若  $\angle BCE = 65^\circ$ , 则  $\angle CAF$  的度数为 ( )



- A.  $30^\circ$                       B.  $25^\circ$                       C.  $35^\circ$                       D.  $65^\circ$

【分析】由全等三角形的性质可求得  $\angle ACD = 65^\circ$ , 由垂直可得  $\angle CAF + \angle ACD = 90^\circ$ , 进而可求解  $\angle CAF$  的度数.

【解答】解:  $\because \triangle ABC \cong \triangle DEC$ ,

$$\therefore \angle ACB = \angle DCE,$$

$$\because \angle BCE = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE = 65^\circ,$$

$$\because AF \perp CD,$$

$$\therefore \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF + \angle ACD = 90^\circ,$$

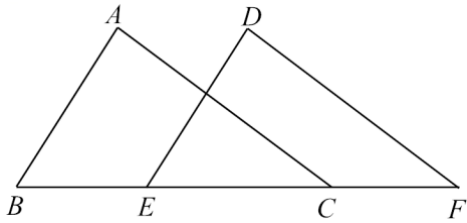
$$\therefore \angle CAF = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ,$$

故选: B.

【点评】本题主要考查全等三角形的性质, 由全等三角形的性质求解  $\angle ACD$  的度数是解题的关键.

14. (2021·台湾) 已知  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  全等,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对应点分别为  $D$ 、 $E$ 、 $F$ , 且  $E$  点在  $AC$  上,  $B$ 、 $F$ 、 $C$ 、 $D$  四点共线, 如图所示. 若  $\angle A = 40^\circ$ ,  $\angle CED = 35^\circ$ , 则下列叙述何者正确? ( )





【分析】根据全等三角形的对应边相等得到  $EF=BC=8$ ，计算即可.

【解答】解：∵  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ,

$$\therefore BC=EF,$$

$$\text{又 } BC=8,$$

$$\therefore EF=8,$$

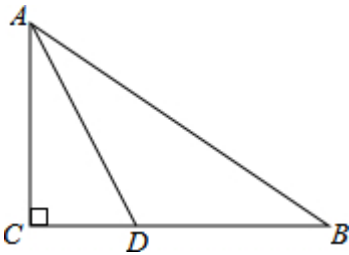
$$\therefore EC=5,$$

$$\therefore CF=EF - EC=8 - 5=3.$$

故答案为：3.

【点评】本题考查的是全等三角形的性质，掌握全等三角形的对应边相等、全等三角形的对应角相等是解题的关键.

16. (2022·黑龙江) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AD$  平分  $\angle CAB$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ， $CD=$ \_\_\_\_\_.



【分析】过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于  $E$ ，利用勾股定理列式求出  $AB$ ，再根据角平分线上的点到角的两边距离相等可得  $CD=DE$ ，然后根据  $\triangle ABC$  的面积列式计算即可得解.

【解答】解：如图，过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于  $E$ ，

$$\therefore \angle C=90^\circ, AC=6, BC=8,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle CAB,$$

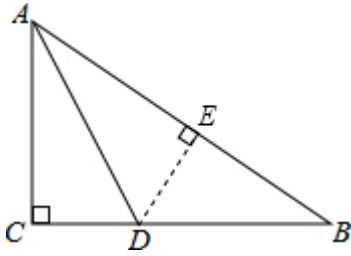
$$\therefore CD=DE,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot CD + \frac{1}{2}AB \cdot DE = \frac{1}{2}AC \cdot BC,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 6 \cdot CD + \frac{1}{2} \times 10 \cdot CD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8,$$

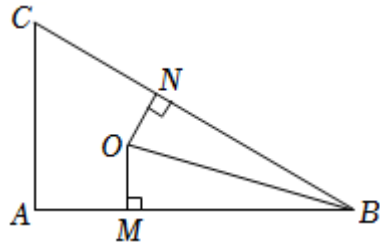
解得  $CD=3$ .

故答案为: 3.



【点评】本题考查了角平分线上的点到角的两边距离相等的性质，熟记性质并利用三角形的面积列出方程是解题的关键.

17. (2022·株洲) 如图所示, 点  $O$  在一块直角三角板  $ABC$  上 (其中  $\angle ABC=30^\circ$ ),  $OM \perp AB$  于点  $M$ ,  $ON \perp BC$  于点  $N$ , 若  $OM=ON$ , 则  $\angle ABO=$  \_\_\_\_\_ 度.



【分析】方法一: 根据  $OM \perp AB$ ,  $ON \perp BC$ , 可知  $\angle OMB = \angle ONB = 90^\circ$ , 从而可证  $\text{Rt}\triangle OMB \cong \text{Rt}\triangle ONB$  (HL), 根据全等三角形的性质可得  $\angle OBM = \angle OBN$ , 即可求出  $\angle ABO$  的度数.

方法二: 根据角平分线的判定定理求解即可.

【解答】解: 方法一:  $\because OM \perp AB$ ,  $ON \perp BC$ ,

$$\therefore \angle OMB = \angle ONB = 90^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle OMB$  和  $\text{Rt}\triangle ONB$  中,

$$\begin{cases} OM = ON \\ OB = OB \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle OMB \cong \text{Rt}\triangle ONB \text{ (HL)},$$

$$\therefore \angle OBM = \angle OBN,$$

$$\because \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 15^\circ.$$

方法二:  $\because OM \perp AB$ ,  $ON \perp BC$ ,

又  $\because OM = ON$ ,

$\therefore OB$  平分  $\angle ABC$ ,

$$\therefore \angle OBM = \angle OBN,$$

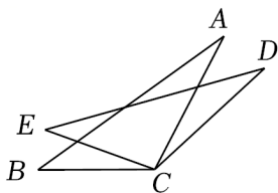
$$\therefore \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 15^\circ.$$

故答案为：15.

【点评】本题考查了全等三角形的判定和性质，熟练掌握判定直角三角形全等特有的方法（HL）是解题的关键.

18. (2022•牡丹江) 如图,  $CA=CD$ ,  $\angle ACD=\angle BCE$ , 请添加一个条件 \_\_\_\_\_, 使  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ .



【分析】根据等式的性质可得  $\angle DCE = \angle ACB$ , 然后再利用全等三角形的判定方法 SAS, ASA 或 AAS 即可解答.

【解答】解:  $\because \angle ACD = \angle BCE$ ,

$$\therefore \angle ACD + \angle ACE = \angle BCE + \angle ACE,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle ACB,$$

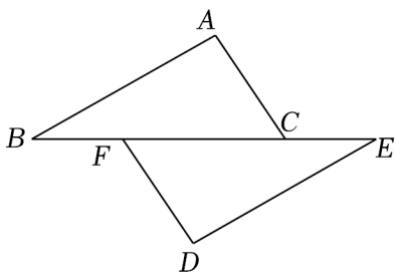
$$\because CA = CD, CB = CE,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC \text{ (SAS)},$$

故答案为:  $CB = CE$  (答案不唯一).

【点评】本题考查了全等三角形的判定, 熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

19. (2022•南通) 如图, 点  $B, F, C, E$  在一条直线上,  $AB \parallel ED$ ,  $AC \parallel FD$ , 要使  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 只需添加一个条件, 则这个条件可以是 \_\_\_\_\_.



【分析】根据平行线的性质可得  $\angle B = \angle E$ ,  $\angle ACB = \angle DFE$ , 然后再利用全等三角形的判定方法即可解答.

【解答】解:  $\because AB \parallel ED$ ,

$$\therefore \angle B = \angle E,$$

$\because AC \parallel DF,$

$\therefore \angle ACB = \angle DFE,$

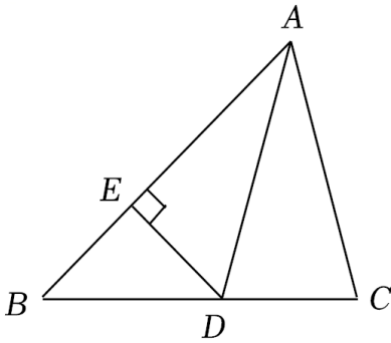
$\because AB = DE,$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (AAS),

故答案为:  $AB = DE$  (答案不唯一).

【点评】本题考查了全等三角形的判定, 熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

20. (2022·北京) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $DE \perp AB$ . 若  $AC = 2$ ,  $DE = 1$ , 则  $S_{\triangle ACD} =$  \_\_\_\_\_.



【分析】过  $D$  点作  $DH \perp AC$  于  $H$ , 如图, 根据角平分线的性质得到  $DE = DH = 1$ , 然后根据三角形面积公式计算.

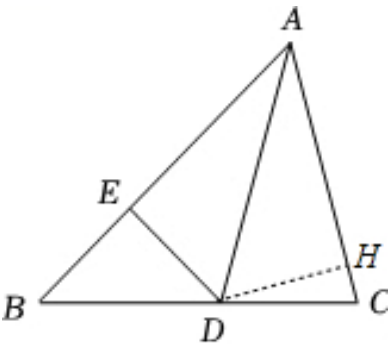
【解答】解: 过  $D$  点作  $DH \perp AC$  于  $H$ , 如图,

$\because AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $DE \perp AB$ ,  $DH \perp AC$ ,

$\therefore DE = DH = 1$ ,

$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$ .

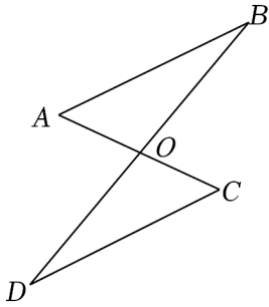
故答案为: 1.



【点评】本题考查了角平分线的性质: 角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

21. (2022·宁夏) 如图,  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $O$ ,  $OB = OD$ , 要使  $\triangle AOB \cong \triangle COD$ , 添加一个条件是 \_\_\_\_\_.

(只写一个)



【分析】根据全等三角形的判定方法，即可解答.

【解答】解：∵  $OB=OD$ ， $\angle AOB=\angle COD$ ， $OA=OC$ ，

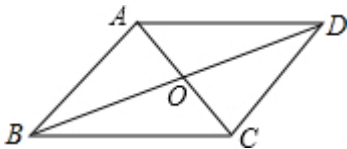
∴  $\triangle AOB \cong \triangle COD$  (SAS)，

∴ 要使  $\triangle AOB \cong \triangle COD$ ，添加一个条件是  $OA=OC$ ，

故答案为： $OA=OC$  (答案不唯一).

【点评】本题考查了全等三角形的判定，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

22. (2022•黑龙江) 如图，在四边形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ ， $BD$  相交于点  $O$ ， $OA=OC$ ，请你添加一个条件 \_\_\_\_\_，使  $\triangle AOB \cong \triangle COD$ .



【分析】此题是一道开放型的题目，答案不唯一，只要符合全等三角形的判定定理即可.

【解答】解：添加的条件是  $OB=OD$ ，

理由是：在  $\triangle AOB$  和  $\triangle COD$  中，

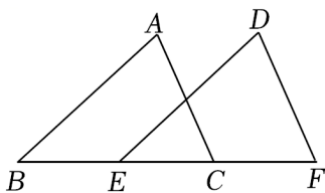
$$\begin{cases} AO = CO \\ \angle AOB = \angle COD, \\ BO = DO \end{cases}$$

∴  $\triangle AOB \cong \triangle COD$  (SAS)，

故答案为： $OB=OD$  (答案不唯一).

【点评】本题考查了全等三角形的判定定理，能熟记全等三角形的判定定理是解此题的关键，注意：全等三角形的判定定理是  $SAS$ ， $ASA$ ， $AAS$ ， $SSS$ ，两直角三角形全等还有  $HL$  等.

23. (2022•湖北) 如图，已知  $AB \parallel DE$ ， $AB=DE$ ，请你添加一个条件 \_\_\_\_\_，使  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .



【分析】添加条件： $\angle A = \angle D$ ，根据  $ASA$  即可证明  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

【解答】解：添加条件： $\angle A = \angle D$ 。

$\because AB \parallel DE$ ,

$\therefore \angle B = \angle DEC$ ,

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中，

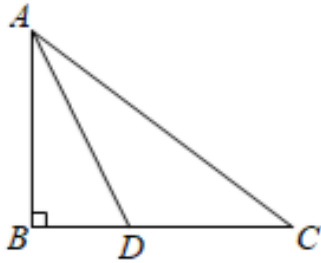
$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ AB = DE \\ \angle B = \angle DEC \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  ( $ASA$ ),

故答案为： $\angle A = \angle D$ 。（答案不唯一）

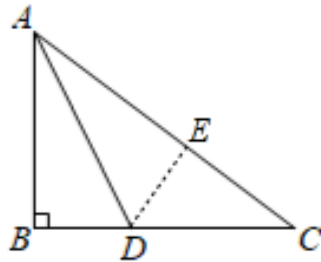
【点评】本题考查了全等三角形的判定，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键。

24. (2021·福建)如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线. 若  $\angle B = 90^\circ$ ,  $BD = \sqrt{3}$ , 则点  $D$  到  $AC$  的距离是 \_\_\_\_\_.



【分析】由角平分线的性质可求  $DE = BD = \sqrt{3}$ , 即可求解.

【解答】解：如图，过点  $D$  作  $DE \perp AC$  于  $E$ ,



$\because AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线.  $\angle B = 90^\circ$ ,  $DE \perp AC$ ,

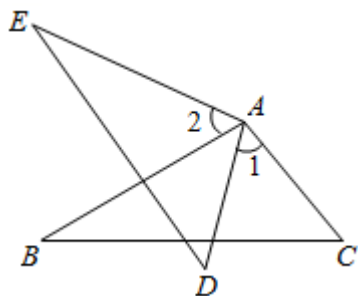
$\therefore DE = BD = \sqrt{3}$ ,

$\therefore$  点  $D$  到  $AC$  的距离为  $\sqrt{3}$ ,

故答案为  $\sqrt{3}$ 。

【点评】本题考查了角平分线的性质，掌握角平分线上的点到角的两边距离相等是解题的关键。

25. (2021·齐齐哈尔)如图,  $AC = AD$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ , 要使  $\triangle ABC \cong \triangle AED$ , 应添加的条件是 \_\_\_\_\_.(只需写出一个条件即可)



【分析】利用  $\angle 1 = \angle 2$  得到  $\angle BAC = \angle EAD$ ，由于  $AC = AD$ ，然后根据全等三角形的判定方法添加条件.

【解答】解：  $\because \angle 1 = \angle 2$ ,

$$\therefore \angle 1 + \angle BAD = \angle 2 + \angle BAD,$$

即  $\angle BAC = \angle EAD$ ,

$\because AC = AD$ ,

$\therefore$  当添加  $\angle B = \angle E$  时，可根据“*AAS*”判断  $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ;

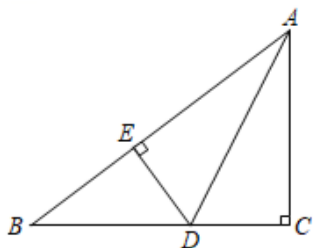
当添加  $\angle C = \angle D$  时，可根据“*ASA*”判断  $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ;

当添加  $AB = AE$  时，可根据“*SAS*”判断  $\triangle ABC \cong \triangle AED$ .

故答案为  $\angle B = \angle E$  或  $\angle C = \angle D$  或  $AB = AE$ .

【点评】本题考查了全等三角形的判定：熟练掌握全等三角形的 5 种判定方法是解决此类问题的关键.

26. (2021·长沙) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于点  $D$ ， $DE \perp AB$ ，垂足为  $E$ ，若  $BC = 4$ ， $DE = 1.6$ ，则  $BD$  的长为 \_\_\_\_\_.



【分析】由角平分线的性质可知  $CD = DE = 1.6$ ，得出  $BD = BC - CD = 4 - 1.6 = 2.4$ .

【解答】解： $\because AD$  平分  $\angle BAC$ ， $DE \perp AB$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore CD = DE,$$

$$\because DE = 1.6,$$

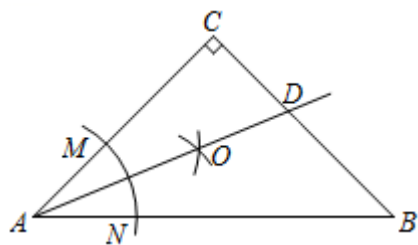
$$\therefore CD = 1.6,$$

$$\therefore BD = BC - CD = 4 - 1.6 = 2.4.$$

故答案为：2.4

【点评】本题主要考查了角平分线的性质，熟记角平分线上的点到角两边的距离相等是解题的关键.

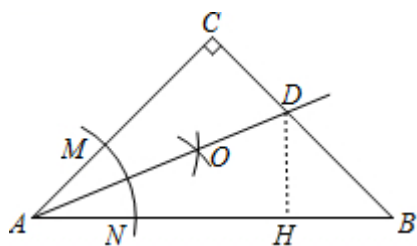
27. (2021·成都) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=BC$ , 按以下步骤作图: ①以点  $A$  为圆心, 以任意长为半径作弧, 分别交  $AC$ ,  $AB$  于点  $M$ ,  $N$ ; ②分别以  $M$ ,  $N$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}MN$  的长为半径作弧, 两弧在  $\angle BAC$  内交于点  $O$ ; ③作射线  $AO$ , 交  $BC$  于点  $D$ . 若点  $D$  到  $AB$  的距离为 1, 则  $BC$  的长为 \_\_\_\_\_.



【分析】由题目作图知,  $AD$  是  $\angle CAB$  的平分线, 过点  $D$  作  $DH \perp AB$ , 则  $CD=DH=1$ , 进而求解.

【解答】解: 过点  $D$  作  $DH \perp AB$ , 则  $DH=1$ ,

由题目作图知,  $AD$  是  $\angle CAB$  的平分线,



则  $CD=DH=1$ ,

$\because \triangle ABC$  为等腰直角三角形, 故  $\angle B=45^\circ$ ,

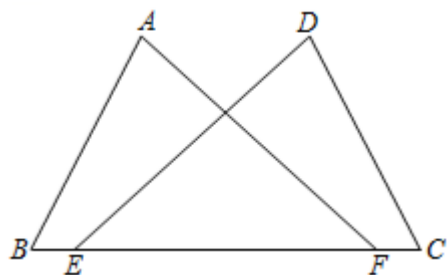
则  $\triangle DHB$  为等腰直角三角形, 故  $BD=\sqrt{2}HD=\sqrt{2}$ ,

则  $BC=CD+BD=1+\sqrt{2}$ ,

故答案为:  $1+\sqrt{2}$ .

【点评】本题考查的是角平分线的性质, 涉及到几何作图、等腰直角三角形的性质等, 有一定的综合性, 难度适中.

28. (2021·德州) 如图, 点  $E$ ,  $F$  在  $BC$  上,  $BE=CF$ ,  $\angle A=\angle D$ . 请添加一个条件 \_\_\_\_\_, 使  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ .



【分析】求出  $BF=CE$ , 再根据全等三角形的判定定理判断即可.

【解答】解：∵  $BE=CF$ ,

∴  $BE+EF=CF+EF$ ,

∴  $BF=CE$ ,

添加  $\angle B = \angle C$ ,

在  $\triangle ABF$  和  $\triangle DCE$  中,

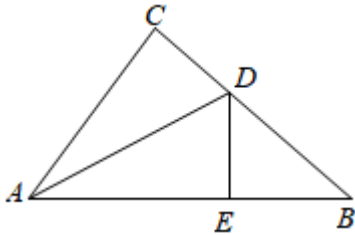
$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle A = \angle D, \\ BF = CE \end{cases}$$

∴  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$  (AAS),

故答案为:  $\angle B = \angle C$  (答案不唯一).

【点评】本题考查了全等三角形的判定定理, 能熟记全等三角形的判定定理是解此题的关键.

29. (2021·常德) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle CAB$ ,  $DE \perp AB$  于  $E$ , 若  $CD=3$ ,  $BD=5$ , 则  $BE$  的长为 \_\_\_\_\_.



【分析】根据角的平分线上的点到角的两边的距离相等, 得  $DE=DC=3$ , 再由勾股定理求得  $BE$  的长即可.

【解答】解: ∵  $AD$  平分  $\angle CAB$ ,

又 ∵  $DE \perp AB$ ,  $DC \perp AC$ ,

∴  $DE=DC=3$ ,

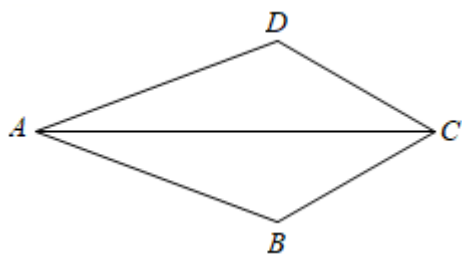
∵  $BD=5$ ,

∴  $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ,

故答案为 4.

【点评】本题考查了角平分线的性质. 角平分线上的任意一点到角的两边距离相等. 比较简单, 属于基础题.

30. (2021·济宁) 如图, 四边形  $ABCD$  中,  $\angle BAC = \angle DAC$ , 请补充一个条件 \_\_\_\_\_, 使  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ .



【分析】本题是一道开放型的题目，答案不唯一，只要符合全等三角形的判定定理即可.

【解答】解：添加的条件是  $AD=AB$ ,

理由是：在  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADC$  中

$$\begin{cases} AC = AC \\ \angle BAC = \angle DAC, \\ AD = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$  (SAS),

故答案为： $AD=AB$  (答案不唯一).

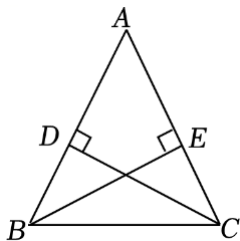
【点评】本题考查了全等三角形的判定定理，能熟记全等三角形的判定定理是解此题的关键，注意：全等三角形的判定定理有 SAS, ASA, AAS, SSS, 两直角三角形全等还有 HL.

### 三. 解答题 (共 30 小题)

31. (2023·长沙) 如图,  $AB=AC$ ,  $CD \perp AB$ ,  $BE \perp AC$ , 垂足分别为  $D$ ,  $E$ .

(1) 求证:  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ;

(2) 若  $AE=6$ ,  $CD=8$ , 求  $BD$  的长.



【分析】(1) 利用“*AAS*”可证明  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ;

(2) 先利用全等三角形的性质得到  $AD=AE=6$ , 再利用勾股定理计算出  $AC$ , 从而得到  $AB$  的长, 然后计算  $AB - AD$  即可.

【解答】(1) 证明:  $\because CD \perp AB$ ,  $BE \perp AC$ ,

$\therefore \angle AEB = \angle ADC = 90^\circ$ ,

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle ACD$  中,

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle ADC \\ \angle BAE = \angle CAD, \\ AB = AC \end{cases}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/915321233243011122>