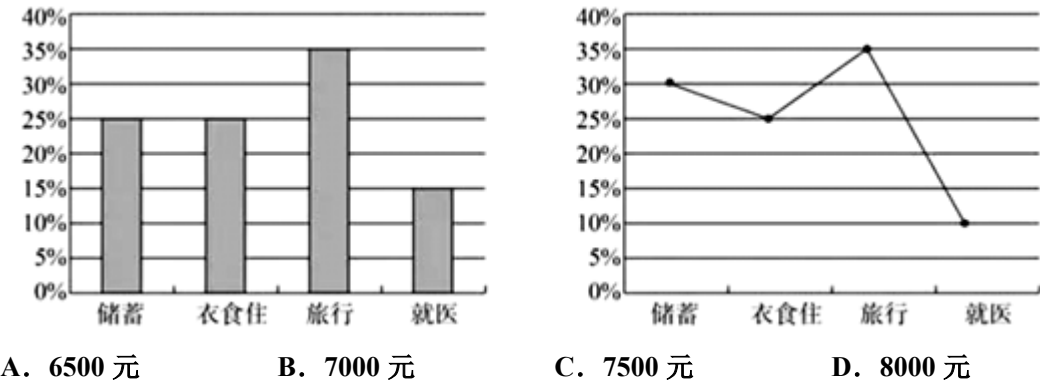


湖北省孝感市八所重点高中教学协作体 2023 届下学期高三数学试题第三次调研考试试
卷

- 注意事项：
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
 2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
 3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
 4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知倾斜角为 θ 的直线 l 与直线 $x+2y-3=0$ 垂直，则 $\sin \theta =$ （ ）
- A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
2. 已知 $(x+a)^5$ 展开式的二项式系数和与展开式中常数项相等，则 x^2 项系数为 （ ）
- A. 10 B. 32 C. 40 D. 80
3. 一个盒子里有 4 个分别标有号码为 1, 2, 3, 4 的小球，每次取出一个，记下它的标号后再放回盒子中，共取 3 次，则取得小球标号最大值是 4 的取法有 （ ）
- A. 17 种 B. 27 种 C. 37 种 D. 47 种
4. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，且满足 $f(x)=f(2-x)$ ，当 $x \in [0,1]$ 时， $f(x)=x$ ，则函数 $F(x)=f(x)+\frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9,10]$ 上零点的个数为 （ ）
- A. 9 B. 10 C. 18 D. 20
5. 若干年前，某教师刚退休的月退休金为 6000 元，月退休金各种用途占比统计图如下面的条形图.该教师退休后加强了体育锻炼，目前月退休金的各种用途占比统计图如下面的折线图.已知目前的月就医费比刚退休时少 100 元，则目前该教师的月退休金为 （ ）.



6. 已知 m 为实数，直线 $l_1: mx + y - 1 = 0$ ， $l_2: (3m - 2)x + my - 2 = 0$ ，则“ $m = 1$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的 ()

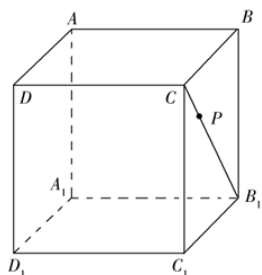
A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 P 在线段 CB_1 上，且 $B_1P = 2PC$ ，平面 α 经过点 A, P, C_1 ，则正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 被平面 α 截得的截面面积为 ()



A. $3\sqrt{6}$

B. $2\sqrt{6}$

C. 5

D. $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} kx - 1, & x > 0, \\ -\ln(-x), & x < 0, \end{cases}$ 若函数 $f(x)$ 的图象上关于原点对称的点有 2 对，则实数 k 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 0)$

B. $(0, 1)$

C. $(0, +\infty)$

D. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

9. 已知三棱锥 $A - BCD$ 的所有顶点都在球 O 的球面上， $AD \perp$ 平面 ABC ， $\angle BAC = 120^\circ$ ， $AD = 2$ ，若球 O 的表面积为 20π ，则三棱锥 $A - BCD$ 的体积的最大值为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{3}$

10. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ， P 是双曲线 E 上的一点，且 $|PF_2| = 2|PF_1|$ 。

若直线 PF_2 与双曲线 E 的渐近线交于点 M ，且 M 为 PF_2 的中点，则双曲线 E 的渐近线方程为 ()

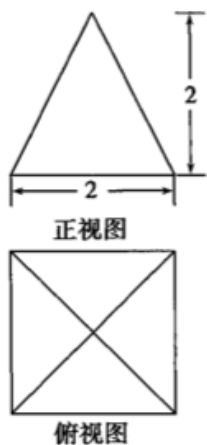
A. $y = \pm \frac{1}{3}x$

B. $y = \pm \frac{1}{2}x$

C. $y = \pm 2x$

D. $y = \pm 3x$

11. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm)，则该几何体的表面积是 ()



- A. 8cm^2 B. 12cm^2 C. $(4\sqrt{5}+2)\text{cm}^2$ D. $(4\sqrt{5}+4)\text{cm}^2$

12. $\frac{2+3i}{1-i} = (\quad)$

- A. $-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$ B. $-\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ C. $\frac{5}{2} + \frac{5}{2}i$ D. $\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角为 30° , $(\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (2\vec{a} + \lambda\vec{b})$, 则 $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 某种产品的质量指标值 Z 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - 3\sigma < Z < \mu + 3\sigma) = 0.9974$. 某用户购买了 10000 件这种产品, 则这 10000 件产品中质量指标值位于区间 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 之外的产品件数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 若 $f(x) = \frac{1}{3}kx^3 + (k-2)x^2 - 5k + 7$ 在 $(0, 2)$ 上单调递减, 则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 设平面向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 θ , 且 $|\vec{a} + \vec{b}| = 1$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$, 则 θ 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = (x+2)\ln(x+1) - ax$ ($a \in \mathbb{R}$)

(I) 若 $a = 1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 若 $f(x) \geq 0$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围;

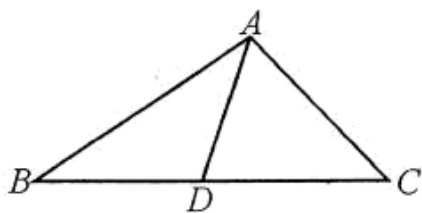
(III) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 3n - 1$, $b_n = \frac{4}{a_n}$, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n < \ln(n+1)(n+2)$.

18. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $2\sin^2(B+C) - 3\cos A = 0$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $B = \frac{\pi}{4}$, $a = 2\sqrt{3}$, 求边长 c .

19. (12分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 上, $\angle CAD = \frac{\pi}{4}$, $AC = \frac{7}{2}$, $\cos \angle ADB = -\frac{\sqrt{2}}{10}$.



- (1) 求 $\sin C$ 的值;
 (2) 若 $BD = 5$, 求 AB 的长.

20. (12分) 在平面直角坐标系中, 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系. 已知直线 l 的参数方程

为 $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta$;

- (1) 求直线 l 的直角坐标方程和曲线 C 的直角坐标方程;
 (2) 若直线 l 与曲线 C 交点分别为 A , B , 点 $P(1, 0)$, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

21. (12分) 记函数 $f(x) = \left|x + \frac{1}{2}\right| + |2x - 1|$ 的最小值为 m .

- (1) 求 m 的值;
 (2) 若正数 a , b , c 满足 $abc = m$, 证明: $ab + bc + ca \geq \frac{9}{a + b + c}$.

22. (10分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{3}$, $b = \sqrt{7}$, _____.求 BC 边上的高.

① $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{7}$, ② $\sin A = 3\sin C$, ③ $a - c = 2$, 这三个条件中任选一个, 补充在上面问题中并作答.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. D

【解析】

倾斜角为 θ 的直线 l 与直线 $x+2y-3=0$ 垂直, 利用相互垂直的直线斜率之间的关系, 同角三角函数基本关系式即可得出结果.

【详解】

解: 因为直线 l 与直线 $x+2y-3=0$ 垂直, 所以 $\tan \theta \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$, $\tan \theta = 2$.

又 θ 为直线倾斜角, 解得 $\sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选: D.

【点睛】

本题考查了相互垂直的直线斜率之间的关系, 同角三角函数基本关系式, 考查计算能力, 属于基础题.

2. D

【解析】

根据二项式定理通项公式 $T_{r+1} = C_n^r a^r b^{n-r}$ 可得常数项, 然后二项式系数和, 可得 a , 最后依据 $T_{r+1} = C_n^r a^r b^{n-r}$, 可得结果.

【详解】

由题可知: $T_{r+1} = C_5^r x^r a^{5-r}$

当 $r=0$ 时, 常数项为 $T_1 = a^5$

又 $(x+a)^5$ 展开式的二项式系数和为 2^5

由 $a^5 = 2^5 \Rightarrow a = 2$

所以 $T_{r+1} = C_5^r x^r 2^{5-r}$

当 $r=2$ 时, $T_3 = C_5^2 x^2 2^3 = 80x^2$

所以 x^2 项系数为 80

故选: D

【点睛】

本题考查二项式定理通项公式, 熟悉公式, 细心计算, 属基础题.

3. C

【解析】

由于是放回抽取,故每次的情况有 4 种,共有 64 种,先找到最大值不是 4 的情况,即三次取出标号均不为 4 的球的情况,进而求解.

【详解】

所有可能的情况有 $4^3 = 64$ 种,其中最大值不是 4 的情况有 $3^3 = 27$ 种,所以取得小球标号最大值是 4 的取法有 $64 - 27 = 37$ 种,

故选:C

【点睛】

本题考查古典概型,考查补集思想的应用,属于基础题.

4. B

【解析】

由已知可得函数 $f(x)$ 的周期与对称轴,函数 $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数等价于函数 $f(x)$ 与 $g(x) = -\frac{x+4}{1-2x}$ 图象在 $[-9, 10]$ 上交点的个数,作出函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象如图,数形结合即可得到答案.

【详解】

函数 $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数等价于函数 $f(x)$ 与 $g(x) = -\frac{x+4}{1-2x}$ 图象在 $[-9, 10]$ 上交点的个数,

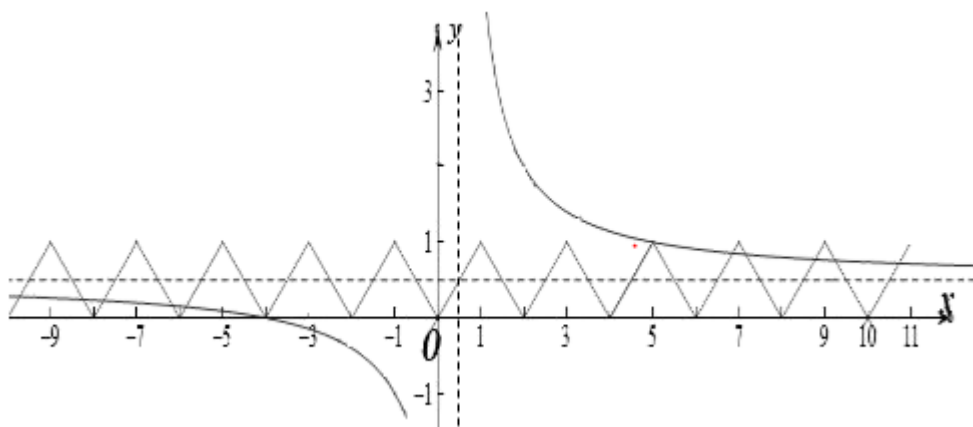
由 $f(x) = f(2-x)$, 得函数 $f(x)$ 图象关于 $x=1$ 对称,

$\because f(x)$ 为偶函数,取 $x=x+2$, 可得 $f(x+2) = f(-x) = f(x)$, 得函数周期为 2.

又 $\because$ 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x$, 且 $f(x)$ 为偶函数, $\therefore$ 当 $x \in [-1, 0]$ 时, $f(x) = -x$,

$$g(x) = -\frac{x+4}{1-2x} = \frac{x+4}{2x-1} = \frac{1}{2} + \frac{9}{4x-2},$$

作出函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象如图:



由图可知,两函数图象共 10 个交点,

即函数 $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数为 10.

故选: B.

【点睛】

本题考查函数的零点与方程根的关系, 考查数学转化思想方法与数形结合的解题思想方法, 属于中档题.

5. D

【解析】

设目前该教师的退休金为 x 元, 利用条形图和折线图列出方程, 求出结果即可.

【详解】

设目前该教师的退休金为 x 元, 则由题意得: $6000 \times 15\% - x \times 10\% = 1$. 解得 $x = 2$.

故选 D.

【点睛】

本题考查由条形图和折线图等基础知识解决实际问题, 属于基础题.

6. A

【解析】

根据直线平行的等价条件, 求出 m 的值, 结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

当 $m=1$ 时, 两直线方程分别为直线 $l_1: x+y-1=0$, $l_2: x+y-2=0$ 满足 $l_1 \parallel l_2$, 即充分性成立,

当 $m=0$ 时, 两直线方程分别为 $y-1=0$, 和 $-2x-2=0$, 不满足条件.

当 $m \neq 0$ 时, 则 $l_1 \parallel l_2 \Rightarrow \frac{3m-2}{m} = \frac{m}{1} \neq \frac{-2}{-1}$,

由 $\frac{3m-2}{m} = \frac{m}{1}$ 得 $m^2 - 3m + 2 = 0$ 得 $m=1$ 或 $m=2$,

由 $\frac{m}{1} \neq \frac{-2}{-1}$ 得 $m \neq 2$, 则 $m=1$,

即“ $m=1$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的充要条件,

故答案为: A

【点睛】

(1) 本题主要考查充要条件的判断, 考查两直线平行的等价条件, 意在考查学生对这些知识的掌握水平和分析推理能力. (2) 本题也可以利用下面的结论解答, 直线 $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ 和直线 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ 平行, 则 $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ 且两直线不重合, 求出参数的值后要代入检验看两直线是否重合.

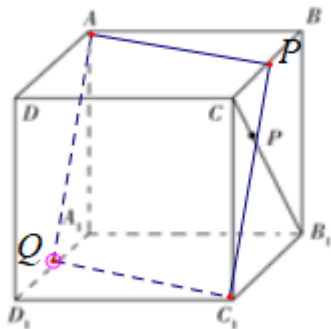
7. B

【解析】

先根据平面的基本性质确定平面，然后利用面面平行的性质定理，得到截面的形状再求解.

【详解】

如图所示：



A, P, C_1 确定一个平面 α ,

因为平面 $AA_1DD_1 \parallel$ 平面 BB_1CC_1 ,

所以 $AQ \parallel PC_1$, 同理 $AP \parallel QC_1$,

所以四边形 APC_1Q 是平行四边形.

即正方体被平面截的截面.

因为 $B_1P = 2PC$,

所以 $C_1B_1 = 2PC$,

即 $PC = PB = 1$

所以 $AP = PC_1 = \sqrt{5}, AC_1 = 2\sqrt{3}$

由余弦定理得： $\cos \angle APC_1 = \frac{AP^2 + PC_1^2 - AC_1^2}{2AP \times PC_1} = \frac{1}{5}$

所以 $\sin \angle APC_1 = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

所以 $S_{\text{四边形}APQC_1} = 2 \times \frac{1}{2} AP \times PC_1 \times \sin \angle APC_1 = 2\sqrt{6}$

故选：B

【点睛】

本题主要考查平面的基本性质，面面平行的性质定理及截面面积的求法，还考查了空间想象和运算求解的能力，属于

中档题.

8. B

【解析】

考虑当 $x > 0$ 时, $kx - 1 = \ln x$ 有两个不同的实数解, 令 $h(x) = \ln x - kx + 1$, 则 $h(x)$ 有两个不同的零点, 利用导数和零点存在定理可得实数 k 的取值范围.

【详解】

因为 $f(x)$ 的图象上关于原点对称的点有 2 对,

所以 $x > 0$ 时, $kx - 1 = \ln x$ 有两个不同的实数解.

令 $h(x) = \ln x - kx + 1$, 则 $h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 有两个不同的零点.

$$\text{又 } h'(x) = \frac{1-kx}{x},$$

当 $k \leq 0$ 时, $h'(x) > 0$, 故 $h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数,

$h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上至多一个零点, 舍.

当 $k > 0$ 时,

若 $x \in \left(0, \frac{1}{k}\right)$, 则 $h'(x) > 0$, $h(x)$ 在 $\left(0, \frac{1}{k}\right)$ 上为增函数;

若 $x \in \left(\frac{1}{k}, +\infty\right)$, 则 $h'(x) < 0$, $h(x)$ 在 $\left(\frac{1}{k}, +\infty\right)$ 上为减函数;

$$\text{故 } h(x)_{\max} = h\left(\frac{1}{k}\right) = \ln \frac{1}{k},$$

因为 $h(x)$ 有两个不同的零点, 所以 $\ln \frac{1}{k} > 0$, 解得 $0 < k < 1$.

又当 $0 < k < 1$ 时, $\frac{1}{e} < \frac{1}{k}$ 且 $h\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{k}{e} < 0$, 故 $h(x)$ 在 $\left(0, \frac{1}{k}\right)$ 上存在一个零点.

$$\text{又 } h\left(\frac{e}{k^2}\right) = \ln \frac{e}{k^2} - \frac{e}{k} + 1 = 2 + 2 \ln t - et, \text{ 其中 } t = \frac{1}{k} > 1.$$

$$\text{令 } g(t) = 2 + 2 \ln t - et, \text{ 则 } g'(t) = \frac{2-et}{t},$$

当 $t > 1$ 时, $g'(t) < 0$, 故 $g(t)$ 为 $(1, +\infty)$ 减函数,

$$\text{所以 } g(t) < g(1) = 2 - e < 0 \text{ 即 } h\left(\frac{e}{k^2}\right) < 0.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/915333310131011340>